

HSEA-第三次作业

1 作业说明

用课上所讲的理论分析工具分析(1+1)-EA求解若干问题的期望运行时间。具体地：

1. 用适应层分析法（fitness level method）来分析(1+1)-EA找到LeadingOnes问题最优解的期望运行时间的上界；
2. 用乘性漂移分析法（multiplicative drift analysis）来分析(1+1)-EA找到OneMax问题最优解的期望运行时间的上界；
3. 用加性漂移分析法（additive drift analysis）来分析(1+1)-EA找到OneMax问题最优解的期望运行时间的上界。

2 问题与算法说明

LeadingOnes问题和OneMax问题的定义如下：

定义 1 (LeadingOnes) 一个规模为 n 的LeadingOnes问题旨在找到一个 n 位的01串，以最大化

$$f(\mathbf{s}) = \sum_{i=1}^n \prod_{j=1}^i s_j, \quad (1)$$

这里 s_j 指 $\mathbf{s} \in \{0, 1\}^n$ 的第 j 位。

定义 2 (OneMax) 一个规模为 n 的OneMax问题旨在找到一个 n 位的01串，以最大化

$$f(\mathbf{s}) = \sum_{i=1}^n s_i, \quad (2)$$

这里 s_i 指 $\mathbf{s} \in \{0, 1\}^n$ 的第 i 位。

(1+1)-EA的基本流程如下：

Algorithm 1 (1+1)-EA

Input: 伪布尔函数 $f: \{0, 1\}^n \rightarrow \mathbb{R}$

Output: $\{0, 1\}^n$ 中的一个解

```
1: 随机均匀地从  $\{0, 1\}^n$  中选择一个解  $s$  作为初始解
2: while 算法终止条件不满足 do
3:    $s' \leftarrow$  将  $s$  的每一位独立地以  $1/n$  的概率翻转
4:   if  $f(s') \geq f(s)$  then
5:      $s \leftarrow s'$ 
6:   end if
7: end while
8: return  $s$ 
```

已知(1+1)-EA找到LeadingOnes问题最优解的期望运行时间的上界为 $O(n^2)$ ，找到OneMax问题最优解的期望运行时间的上界为 $O(n \log n)$ ，这里 n 是问题的规模。对于第三个任务，证明过程可以参考“乘性漂移分析法”该定理自身的证明。

3 作业提交与评分

提交一份pdf文档，并发送到bianc@lamda.nju.edu.cn，12月20日23:59截止。

- Pdf文档命名方式：“学号-姓名.pdf”，例如“MG1937000-张三.pdf”；
- 邮件标题命名：“HSEA第三次作业-学号-姓名”，例如“HSEA第三次作业-MG1937000-张三”。

注意，pdf可以用latex/word/markdown等方式生成，但是不要用手写证明的照片。

作业的评分主要参考以下几点：

1. 结论的紧致性。例如是否得到了目标上界，即LeadingOnes、Onemax 问题对应的上界分别为 $O(n^2)$ 、 $O(n \log n)$ 。
2. 证明过程的完整性以及正确性。例如在使用分析工具时是否充分考虑了工具的条件，公式推导是否完整、以及是否有错误。
3. 文档的细节。例如是否出现符号错误，文档格式是否混乱。

若发现作业出现雷同的情况，会根据相关规定给予惩罚，详情请参考课程主页中“学术诚信”的相关内容。请同学们务必独立完成作业！