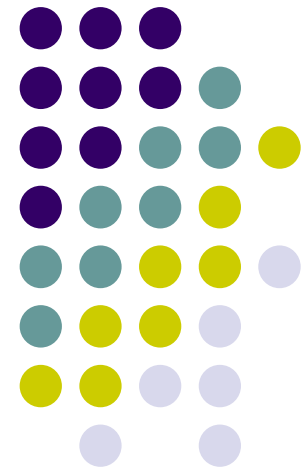


# 数字图像处理

## 第七讲 图像压缩



# 提纲



- 引言
- 基础知识
  - 图像冗余
  - 图像信息的度量
  - 保真度准则
  - 图像压缩模型
- 基本的压缩方法
  - 霍夫曼编码
  - 行程编码
  - 基于符号的编码
- 数字图像水印



# 引言



- 图像压缩
  - 减少表示一张图像所需的数据量
  - 数字图像处理领域商业上最成功的技术之一
  - 应用于生活中的方方面面
    - 数码相机、浏览互联网、观看视频
- 2小时标准画质的电视电影

$$30 \frac{\text{frames}}{\text{sec}} \times (720 \times 480) \frac{\text{pixels}}{\text{frame}} \times 3 \frac{\text{bytes}}{\text{pixel}} = 31,104,000 \text{ bytes/sec}$$

$$31,104,000 \frac{\text{bytes}}{\text{sec}} \times (60^2) \frac{\text{sec}}{\text{hr}} \times 2 \text{ hrs} \cong 2.24 \times 10^{11} \text{ bytes}$$

224G !

# 引言



- 互联网传输
  - 传输速率：电话线56Kbps，宽带12Mbps
  - 传输 $128 \times 128$ 彩色图片，需要7秒到0.03秒
  - 压缩可以缩短时间10倍以上
- 数码相机
  - 800万像素，一幅图像需要24M空间
- 视频会议
- 遥感、传真
- 文本和医学图像处理



# 提纲



- 引言
- 基础知识
  - 图像冗余
  - 图像信息的度量
  - 保真度准则
  - 图像压缩模型
- 基本的压缩方法
  - 霍夫曼编码
  - 行程编码
  - 基于符号的编码
- 数字图像水印



# 基础知识



- 数据压缩
  - 减少表示给定信息所需的数据量
  - 数据是传输信息所用的手段
- 冗余数据
  - 包含不相关或重复信息的表示
- $b$ 和 $b'$ 为两种不同表示方式的比特数
- 压缩比  $C = \frac{b}{b'}$
- 用 $b$ 比特表示的相对数据冗余  $R = 1 - \frac{1}{C}$ 
  - $C = 10$ 意味着有90%的冗余



# 提纲



- 引言
- 基础知识
  - 图像冗余
  - 图像信息的度量
  - 保真度准则
  - 图像压缩模型
- 基本的压缩方法
  - 霍夫曼编码
  - 行程编码
  - 基于符号的编码
- 数字图像水印



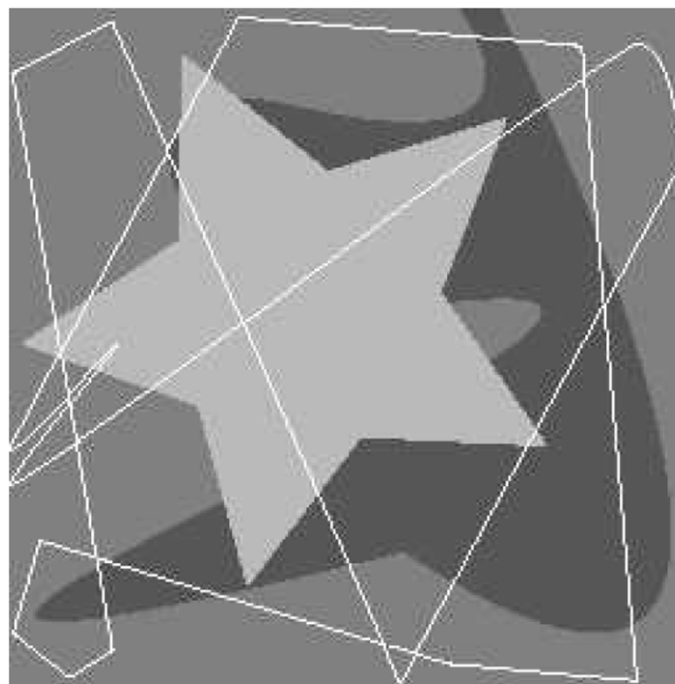
# 图像冗余



- 数字图像压缩
  - $b$ 是以2维矩阵表示一幅图像所需的比特数
- 2维灰度矩阵包含三种冗余

## 1. 编码冗余

- 编码：表示信息的符号系统  
(字母、比特)
- 码字：符号序列
- 灰度图像的8位编码往往是冗余的





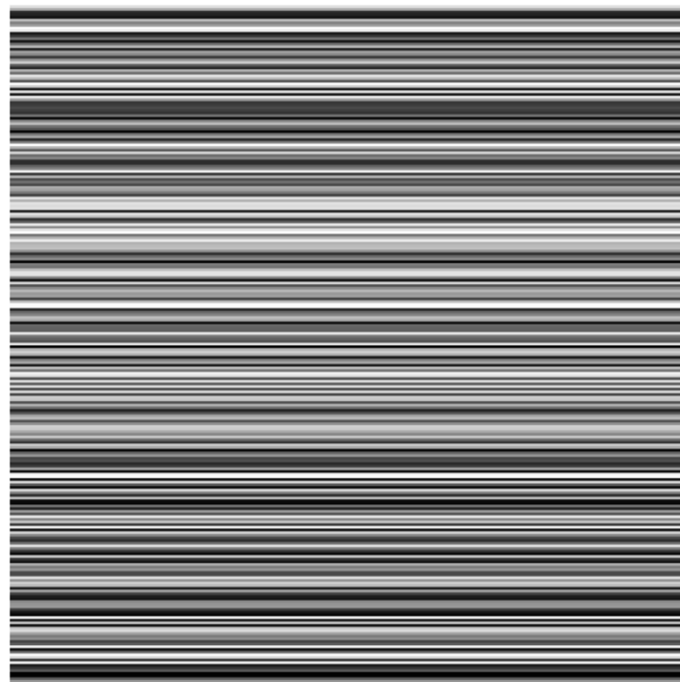
# 图像冗余



- 数字图像压缩
  - $b$ 是以2维矩阵表示一幅图像所需的比特数
- 2维灰度矩阵包含三种冗余

## 2. 空间和时间冗余

- 图像中紧邻点是空间相关的
- 视频中连续帧是时间相关的



# 图像冗余



- 数字图像压缩
  - $b$ 是以2维矩阵表示一幅图像所需的比特数
- 2维灰度矩阵包含三种冗余
  3. 不相关的信息
    - 被视觉系统忽略的信息
    - 与图像用途无关的信息





# 1. 编码冗余

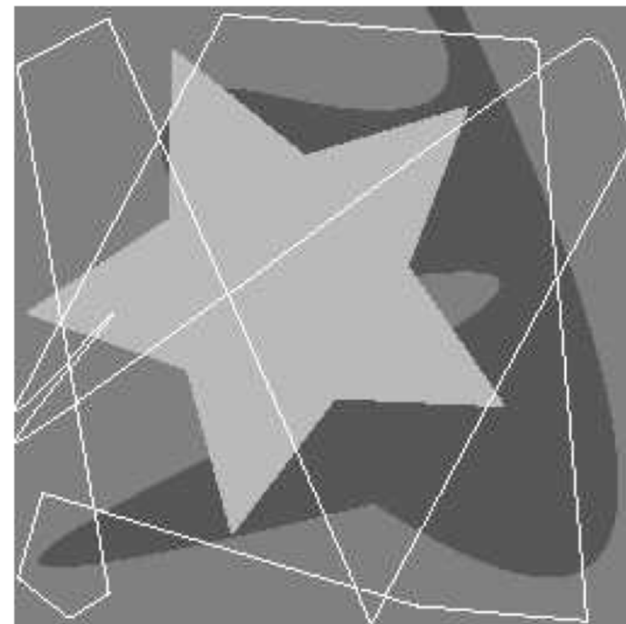
- 令  $r_k$  表示  $M \times N$  大小图像的灰度数值
- $r_k$  为属于  $[0, L - 1]$  的离散随机变量
  - 概率 
$$p_r(r_k) = \frac{n_k}{MN} \quad k = 0, 1, 2, \dots, L - 1$$
  - $n_k$  为第  $k$  个灰度值在图像中出现的次数
- 表达  $r_k$  所需要的比特数记为  $l(r_k)$
- 平均比特数 
$$L_{\text{avg}} = \sum_{k=0}^{L-1} l(r_k) p_r(r_k)$$
- 固定比特数

$$l(r_k) = m, \quad L_{\text{avg}} = m$$



# 举例

- 采用8位固定编码
  - $L_{\text{avg}} = 8$



| $r_k$                                | $p_r(r_k)$ | Code 1   | $l_l(r_k)$ |
|--------------------------------------|------------|----------|------------|
| $r_{87} = 87$                        | 0.25       | 01010111 | 8          |
| $r_{128} = 128$                      | 0.47       | 10000000 | 8          |
| $r_{186} = 186$                      | 0.25       | 11000100 | 8          |
| $r_{255} = 255$                      | 0.03       | 11111111 | 8          |
| $r_k$ for $k \neq 87, 128, 186, 255$ | 0          | —        | 8          |



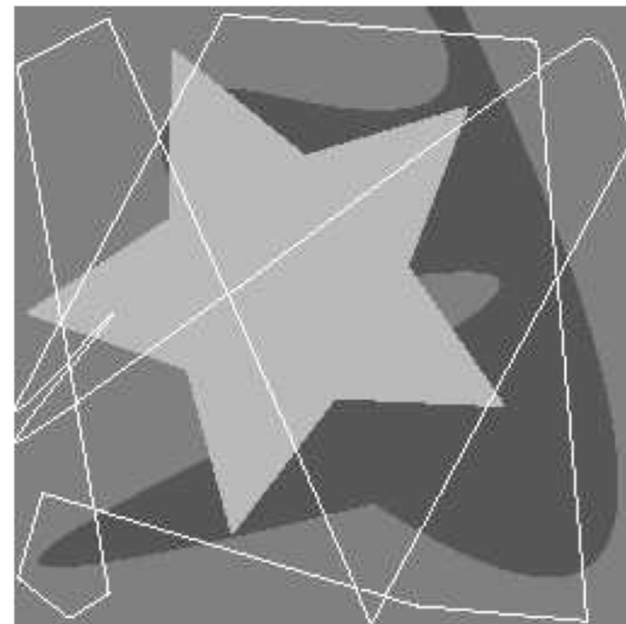
# 举例

- 采用8位固定编码

- $L_{\text{avg}} = 8$

概率大的灰度  
用较少的比特

- 采用变长编码



$$L_{\text{avg}} = 0.25(2) + 0.47(1) + 0.25(3) + 0.03(3) = 1.81 \text{ bits}$$

- 总比特数  $MNL_{\text{avg}} = 256 \times 256 \times 1.81 = 118621$

| $r_k$                                | $p_r(r_k)$ | Code 1   | $l_1(r_k)$ | Code 2 | $l_2(r_k)$ |
|--------------------------------------|------------|----------|------------|--------|------------|
| $r_{87} = 87$                        | 0.25       | 01010111 | 8          | 01     | 2          |
| $r_{128} = 128$                      | 0.47       | 10000000 | 8          | 1      | 1          |
| $r_{186} = 186$                      | 0.25       | 11000100 | 8          | 000    | 3          |
| $r_{255} = 255$                      | 0.03       | 11111111 | 8          | 001    | 3          |
| $r_k$ for $k \neq 87, 128, 186, 255$ | 0          | —        | 8          | —      | 0          |



# 举例

- 采用8位固定编码

- $L_{\text{avg}} = 8$

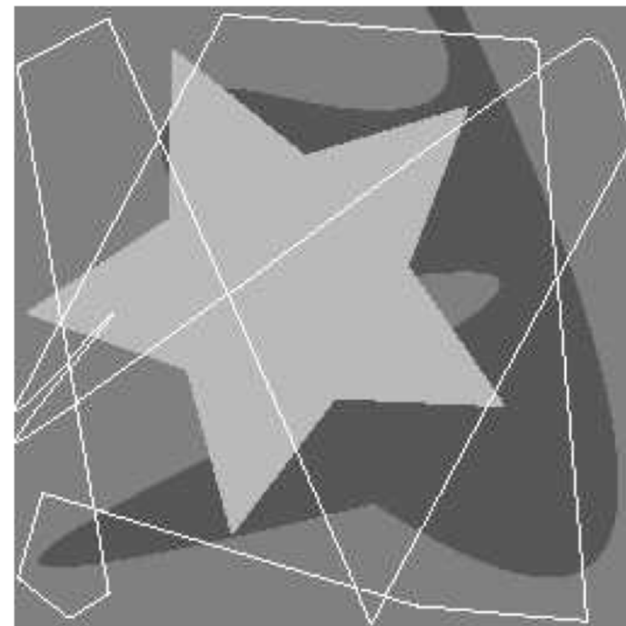
- 采用变长编码

$$L_{\text{avg}} = 0.25(2) + 0.47(1) + 0.25(3) + 0.03(3) = 1.81 \text{ bits}$$

- 总比特数  $MNL_{\text{avg}} = 256 \times 256 \times 1.81 = 118621$

- 压缩比  $C = \frac{256 \times 256 \times 8}{118,621} = \frac{8}{1.81} \approx 4.42$

- 相对数据冗余  $R = 1 - \frac{1}{4.42} = 0.774$



# 举例

- 采用8位固定编码

- $L_{\text{avg}} = 8$

- 采用变长编码

$$L_{\text{avg}} = 0.25(2) + 0.47(1) + 0.25(3) + 0.03(3) = 1.81 \text{ bits}$$

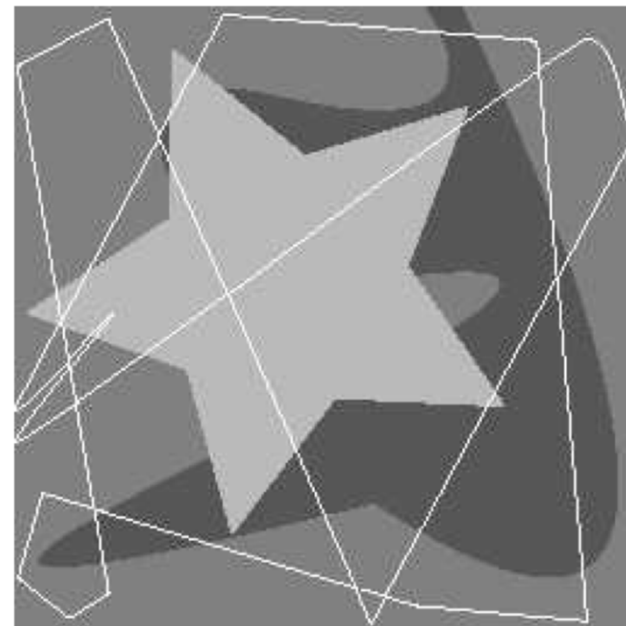
- 总比特数  $MNL_{\text{avg}} = 256 \times 256 \times 1.81 = 118621$

- 最优的固定长度编码

- $L_{\text{avg}} = 2 > 1.81$

- 采用固定长度编码普遍存在冗余

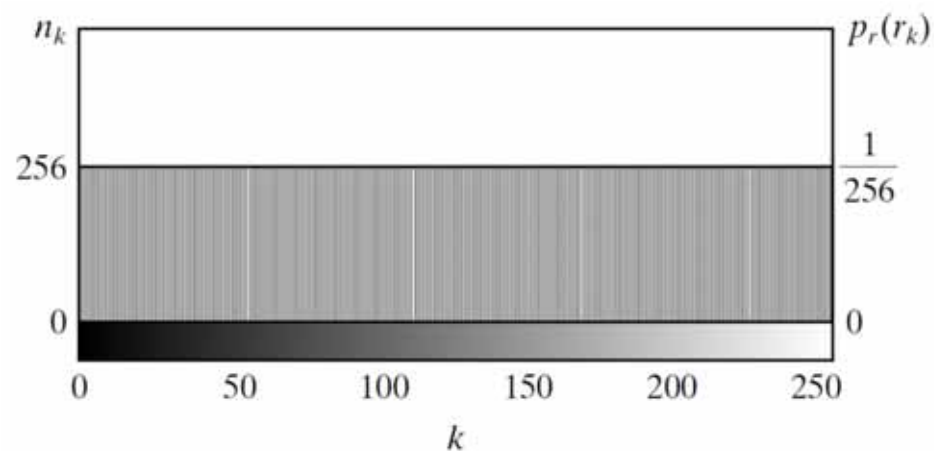
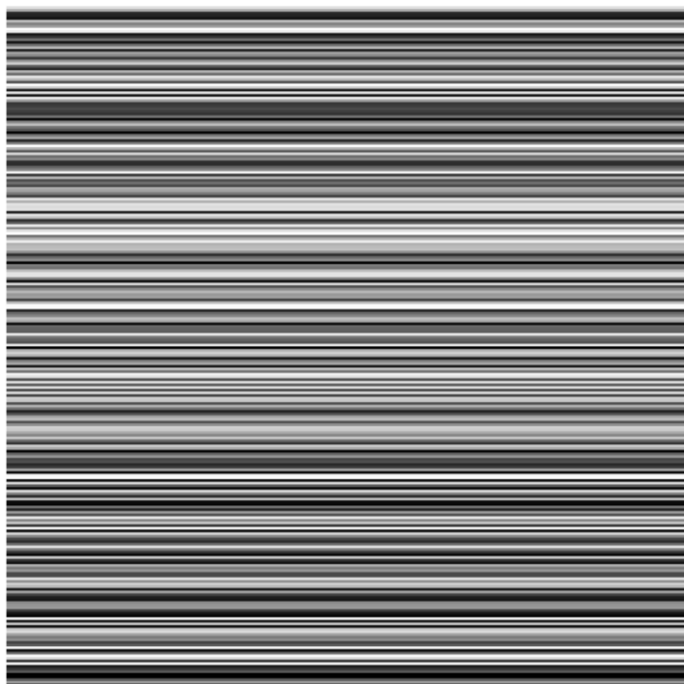
- 灰度直方图不是均匀分布



## 2. 空间和时间冗余



1. 所有灰度值出现的概率相同
  - 没有编码冗余



灰度直方图

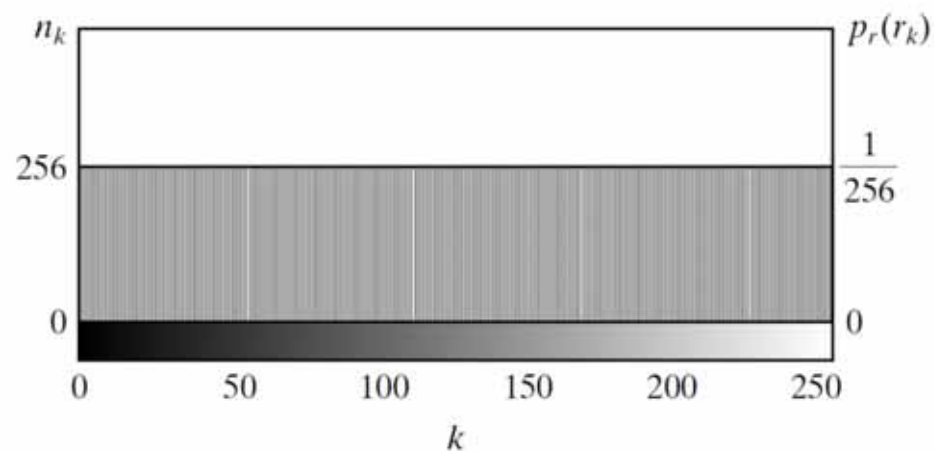
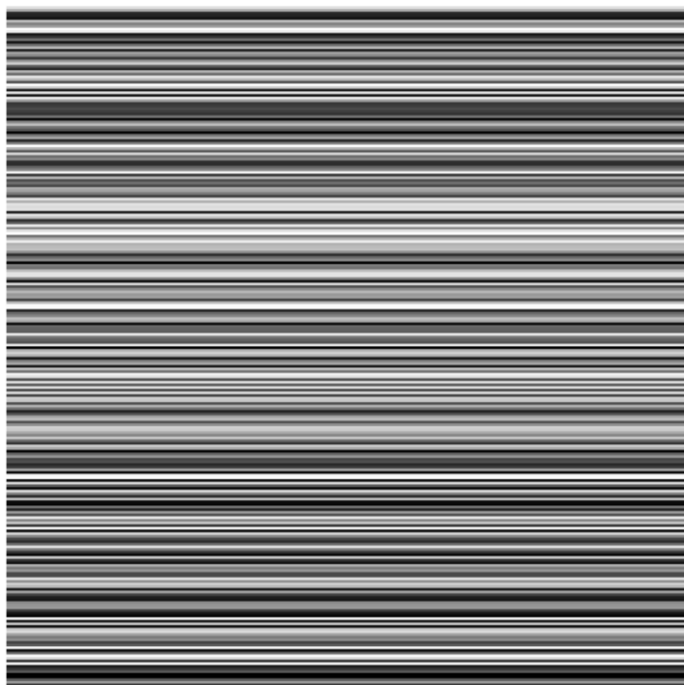






## 2. 空间和时间冗余

1. 所有灰度值出现的概率相同
2. 垂直方向的灰度没有任何关联
3. 水平方向的灰度值完全一样



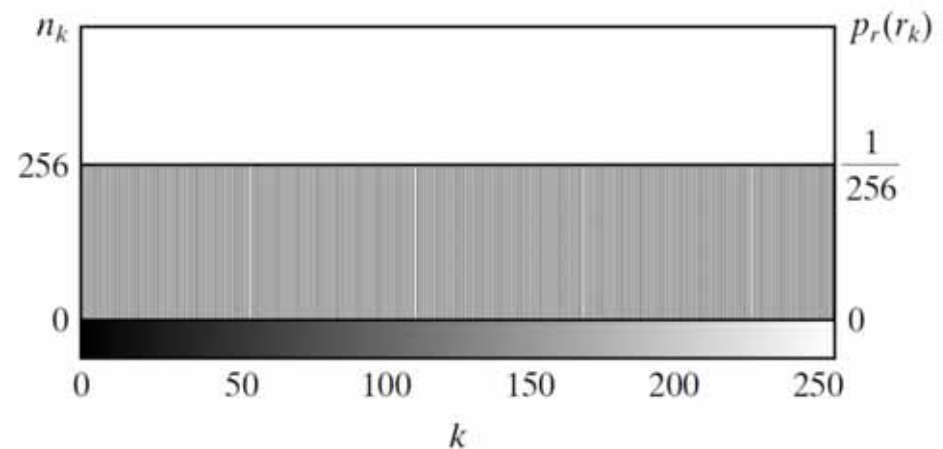
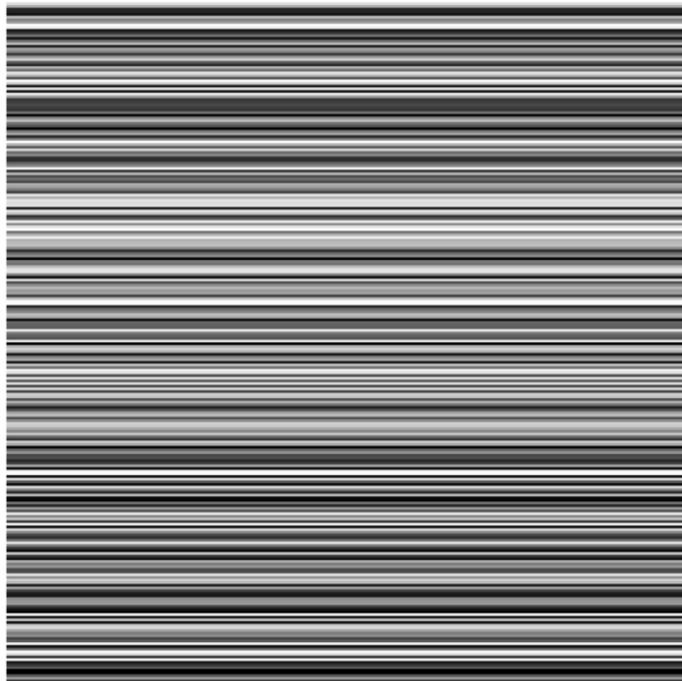
灰度直方图





## 2. 空间和时间冗余

- 行程对 ( run-length pairs )
  - 灰度值，该灰度连续出现的次数
  - 压缩比  $\frac{256 \times 256 \times 8}{(256 + 256) \times 8} = \frac{128}{1}$



灰度直方图



## 2. 空间和时间冗余



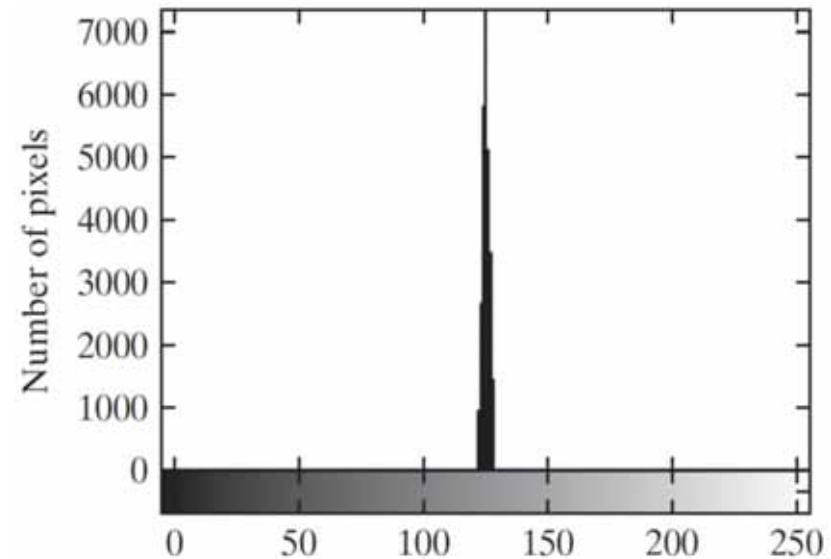
- 图像中的像素往往是空间和时间相关的
  - 可以通过邻近像素预测该像素的值
- 更加高效但是视觉不可见的表示
  - 行程 (run-length)
  - 相邻像素的灰度差
    - 灰度差值具有规律性
- 映射
  - 可逆映射：可以完美还原
  - 不可逆映射：存在还原误差



# 3. 不相关的信息



- 不相关的信息
  - 被视觉系统忽略的信息
  - 与图像用途无关的信息



灰度直方图（125到131非零）





# 3. 不相关的信息

- 不相关的信息
  - 被视觉系统忽略的信息
  - 与图像用途无关的信息



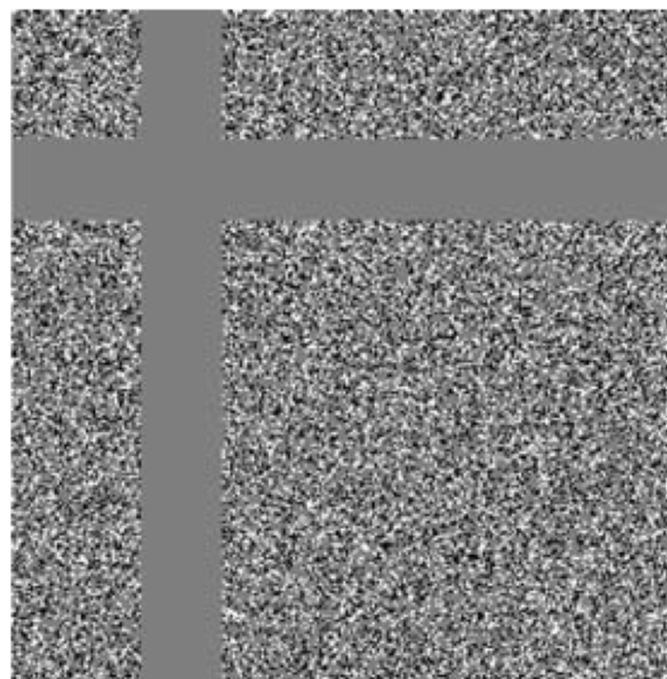
平均灰度值

压缩比  $\frac{256 \times 256 \times 8}{8} = \frac{65536}{1}$



# 3. 不相关的信息

- 不相关的信息
  - 被视觉系统忽略的信息
  - 与图像用途无关的信息



直方图均衡



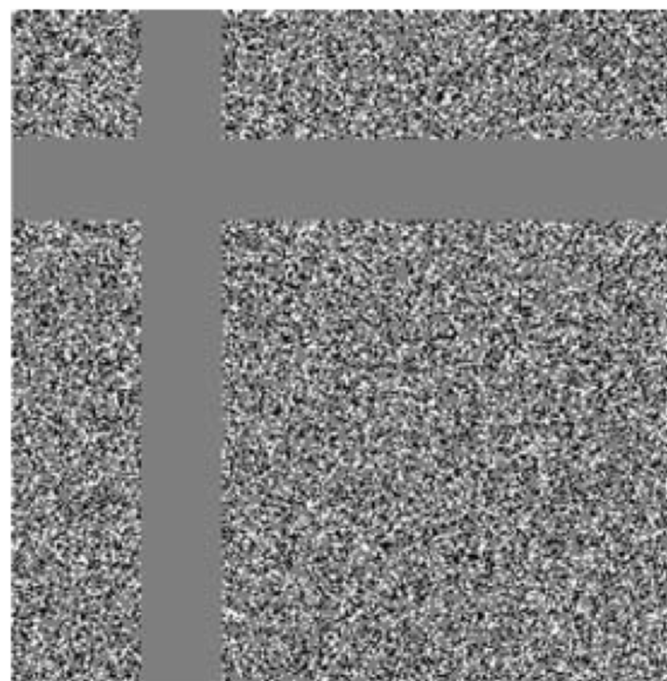
# 3. 不相关的信息



- 不相关的信息
  - 被视觉系统忽略的信息
  - 与图像用途无关的信息



- 量化 ( quantization )
  - 丢失信息
  - 不可逆映射



直方图均衡



# 提纲



- 引言
- 基础知识
  - 图像冗余
  - 图像信息的度量
  - 保真度准则
  - 图像压缩模型
- 基本的压缩方法
  - 霍夫曼编码
  - 行程编码
  - 基于符号的编码
- 数字图像水印







# 度量图像的信息

- 表达一幅图像最少的比特数是多少？
- 信息论 ( Information Theory )
  - 信息的产生用概率过程来建模
  - 随机事件 $E$ 蕴含的信息

$$I(E) = \log \frac{1}{P(E)} = -\log P(E)$$

- $P(E)$ 表示 $E$ 发生的概率
- $P(E) = 1, I(E) = 0$
- 对数的底数决定了度量信息的单位
  - 底数为 $m$ ，单位是 $m$ -ary；2对应于比特；

$$P(E) = \frac{1}{2}, I(E) = -\log_2 \frac{1}{2} = 1$$



# 度量图像的信息



- 信源
  - 生成统计上独立的随机事件
  - 取值  $\{a_1, a_2, \dots, a_J\}$  , 概率  $\{P(a_1), P(a_2), \dots, P(a_J)\}$
- 信源的熵 ( Entropy )

$$H = - \sum_{j=1}^J P(a_j) \log P(a_j)$$

- 每个输出的平均信息量
- 信源符号 :  $a_j$
- 事件独立 : 0记忆信源





# 度量图像的信息

- 虚构的灰度信源
  - 输出灰度值，生成一幅图像
  - 用直方图估计每个符号（灰度）的概率
- 灰度信源的熵

$$\tilde{H} = - \sum_{k=0}^{L-1} p_r(r_k) \log_2 p_r(r_k)$$

- $p_r(r_k)$ 表示 $r_k$ 出现的概率
- 每个灰度输出的平均信息
- 不可能使用长度少于 $\tilde{H}$ 的编码

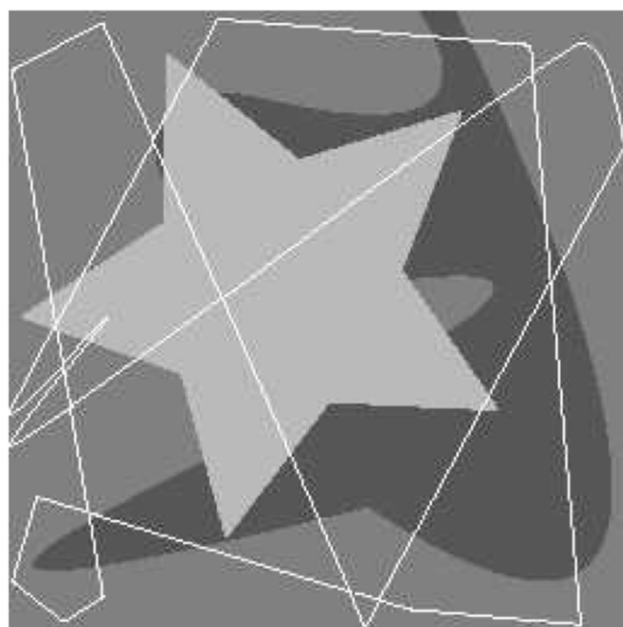


# 举例



- 图像的熵

$$\begin{aligned}\tilde{H} &= -[0.25 \log_2 0.25 + 0.47 \log_2 0.47 + 0.25 \log_2 0.25 + 0.03 \log_2 0.03] \\ &\approx -[0.25(-2) + 0.47(-1.09) + 0.25(-2) + 0.03(-5.06)] \\ &\approx 1.6614 \text{ bits/pixel}\end{aligned}$$



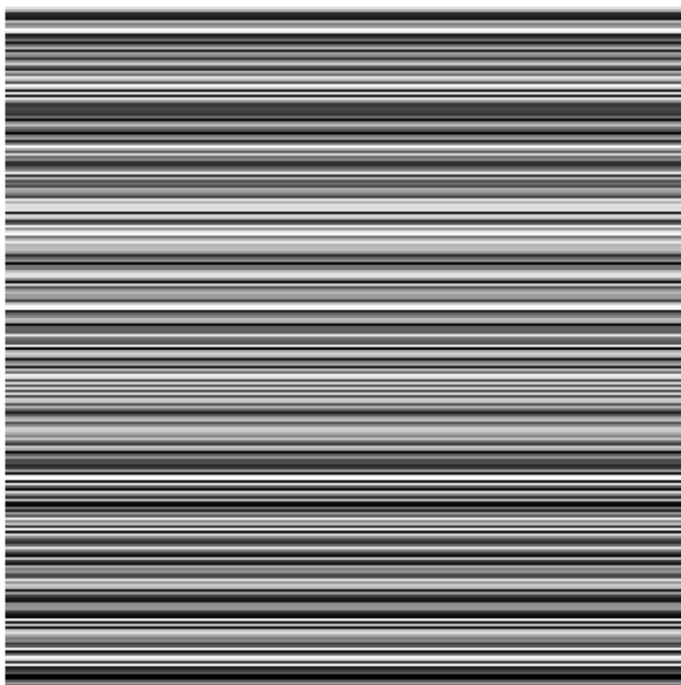
| $r_k$                                | $p_r(r_k)$ |
|--------------------------------------|------------|
| $r_{87} = 87$                        | 0.25       |
| $r_{128} = 128$                      | 0.47       |
| $r_{186} = 186$                      | 0.25       |
| $r_{255} = 255$                      | 0.03       |
| $r_k$ for $k \neq 87, 128, 186, 255$ | 0          |



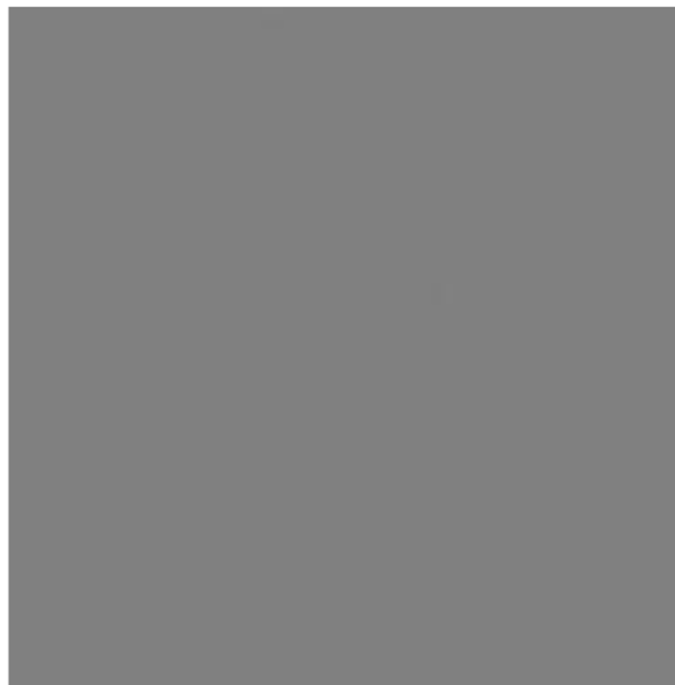
# 举例

- 图像的熵

8比特



1.566比特



熵的数量和直观感觉差异很大！





# 香农第一定理

- 无噪声编码定理
- 表示 $n$ 个连续的符号

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left[ \frac{L_{\text{avg},n}}{n} \right] = H$$

- $L_{\text{avg},n}$ 是表示 $n$ 个符号的平均编码长度
- 每个符号的平均长度为 $H$
- 当图像的像素存在相关性
  - 该定理不再成立
  - 马尔科夫信源、有限记忆信源



# 提纲



- 引言
- 基础知识
  - 图像冗余
  - 图像信息的度量
  - 保真度准则
  - 图像压缩模型
- 基本的压缩方法
  - 霍夫曼编码
  - 行程编码
  - 基于符号的编码
- 数字图像水印





# 保真度准则

- 量化信息的损失

1. 客观保真度准则

- $f(x, y)$  , 输入图像

- $\hat{f}(x, y)$  , 压缩 , 解压缩之后的图像

- 误差

$$e(x, y) = \hat{f}(x, y) - f(x, y)$$

- 总误差

$$\sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} [\hat{f}(x, y) - f(x, y)]$$





# 保真度准则



## 1. 客观保真度准则

- 均方根误差 ( root-mean-square error )

$$e_{\text{rms}} = \left[ \frac{1}{MN} \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} [\hat{f}(x, y) - f(x, y)]^2 \right]^{1/2}$$

- 均方信噪比 ( mean-square signal-to-noise ratio )

$$\text{SNR}_{\text{ms}} = \frac{\sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} \hat{f}(x, y)^2}{\sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} [\hat{f}(x, y) - f(x, y)]^2}$$





# 保真度准则

## 2. 主观保真度准则

- 用户对解压缩后图像的主观评价

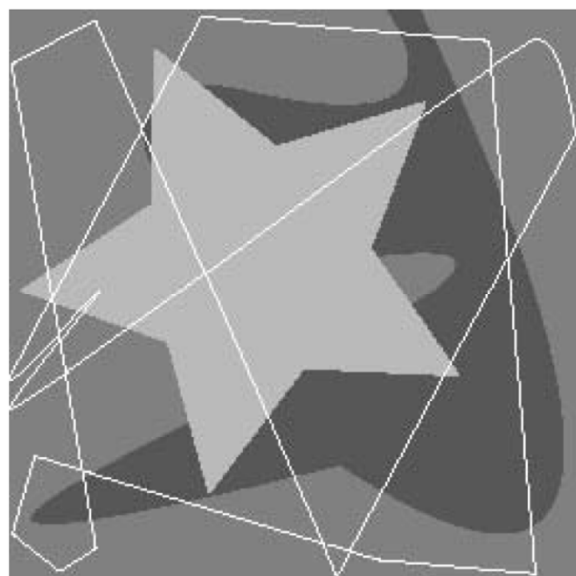
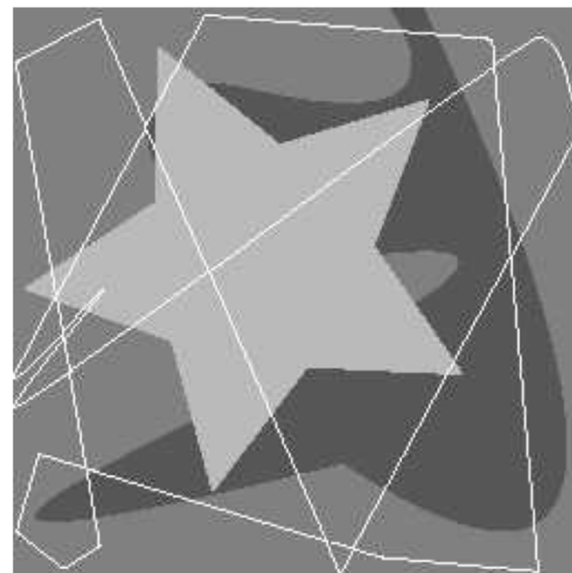
| Value | Rating    | Description  |
|-------|-----------|--|
| 1     | Excellent | An image of extremely high quality, as good as you could desire.                                 |
| 2     | Fine      | An image of high quality, providing enjoyable viewing. Interference is not objectionable.        |
| 3     | Passable  | An image of acceptable quality. Interference is not objectionable.                               |
| 4     | Marginal  | An image of poor quality; you wish you could improve it. Interference is somewhat objectionable. |
| 5     | Inferior  | A very poor image, but you could watch it. Objectionable interference is definitely present.     |
| 6     | Unusable  | An image so bad that you could not watch it.   |



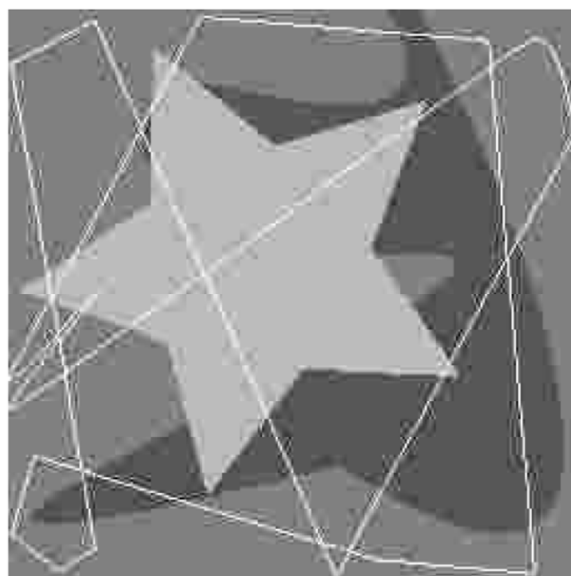
# 举例

- 三种近似

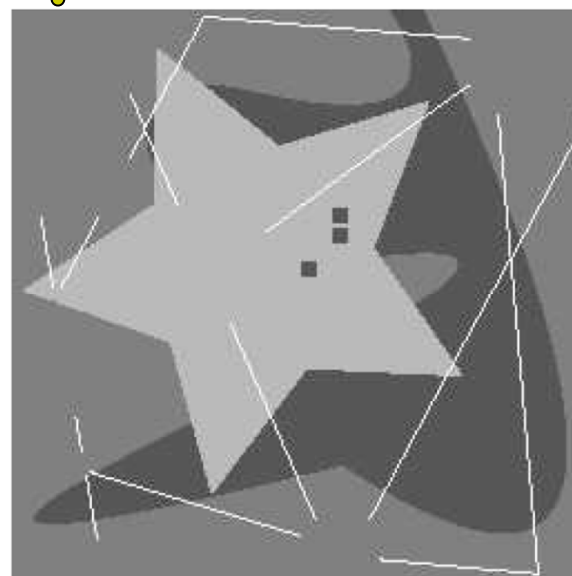
视觉上是质量最差的



均方根误差 5.17



15.67



14.17



# 提纲



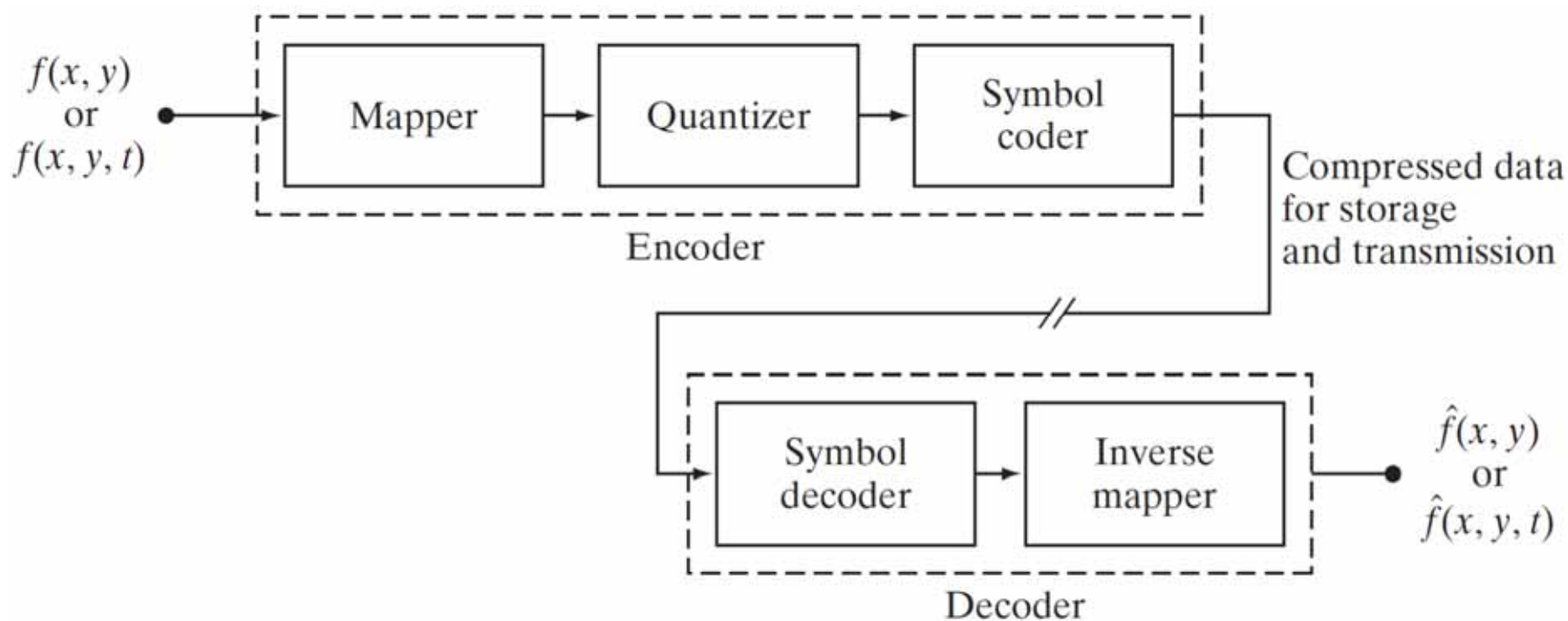
- 引言
- 基础知识
  - 图像冗余
  - 图像信息的度量
  - 保真度准则
  - 图像压缩模型
- 基本的压缩方法
  - 霍夫曼编码
  - 行程编码
  - 基于符号的编码
- 数字图像水印





# 图像压缩模型

- 编码器 (encoder)
- 解码器 (decoder)



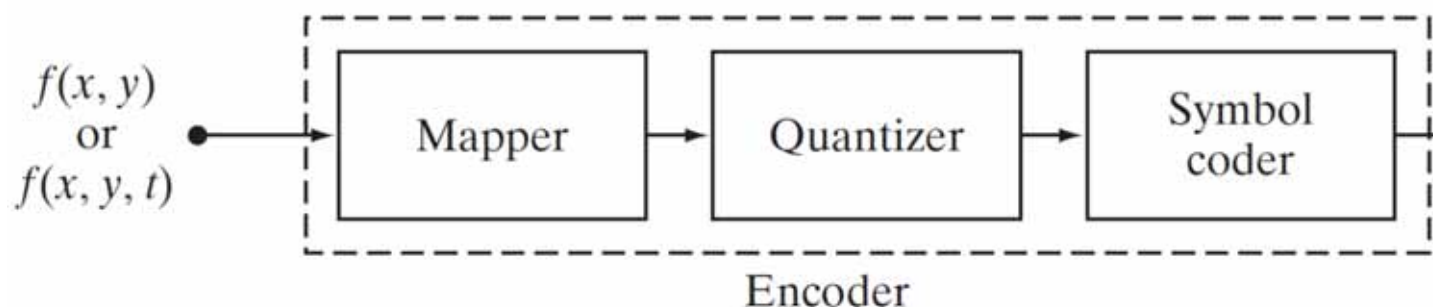
- 无损压缩、有损压缩



# 编码器



- 去掉三种冗余



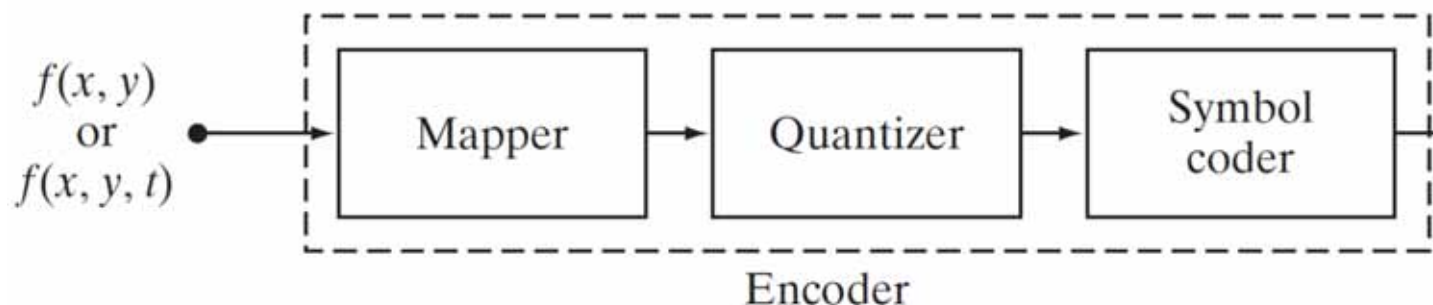
- 映射器 ( Mapper )
  - 转换为便于去掉空间和时间冗余的形式
  - 可逆的，未必改变数据量
- 量化器 ( quantizer )
  - 根据预设的保真度准则降低精度
  - 去除不相关的信息 ( 不可逆 )



# 编码器



- 去掉三种冗余



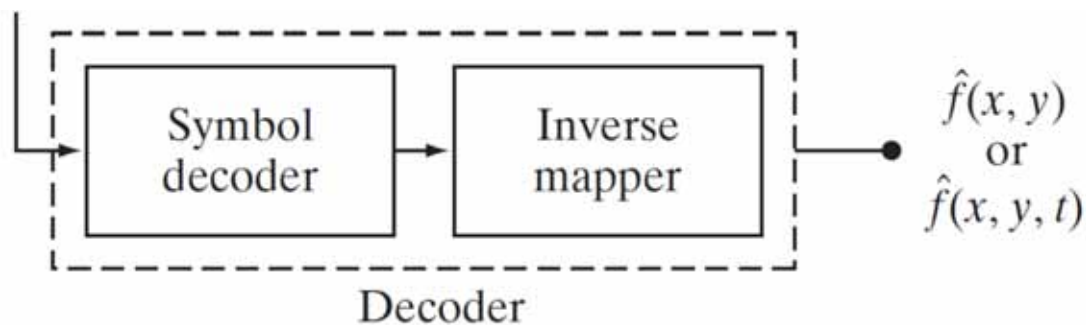
- 符号编码器 (symbol coder)
  - 生成**定长编码**表示量化器输出
  - 生成**变长编码**表示量化器输出
    - 最频繁的输用最短的编码
  - 可逆的



# 解码器



- 恢复图像



- 符号解码器 ( symbol decoder )
  - 符号编码器的逆操作
- 反映射器 ( inverse mapper )
  - 映射器的逆操作

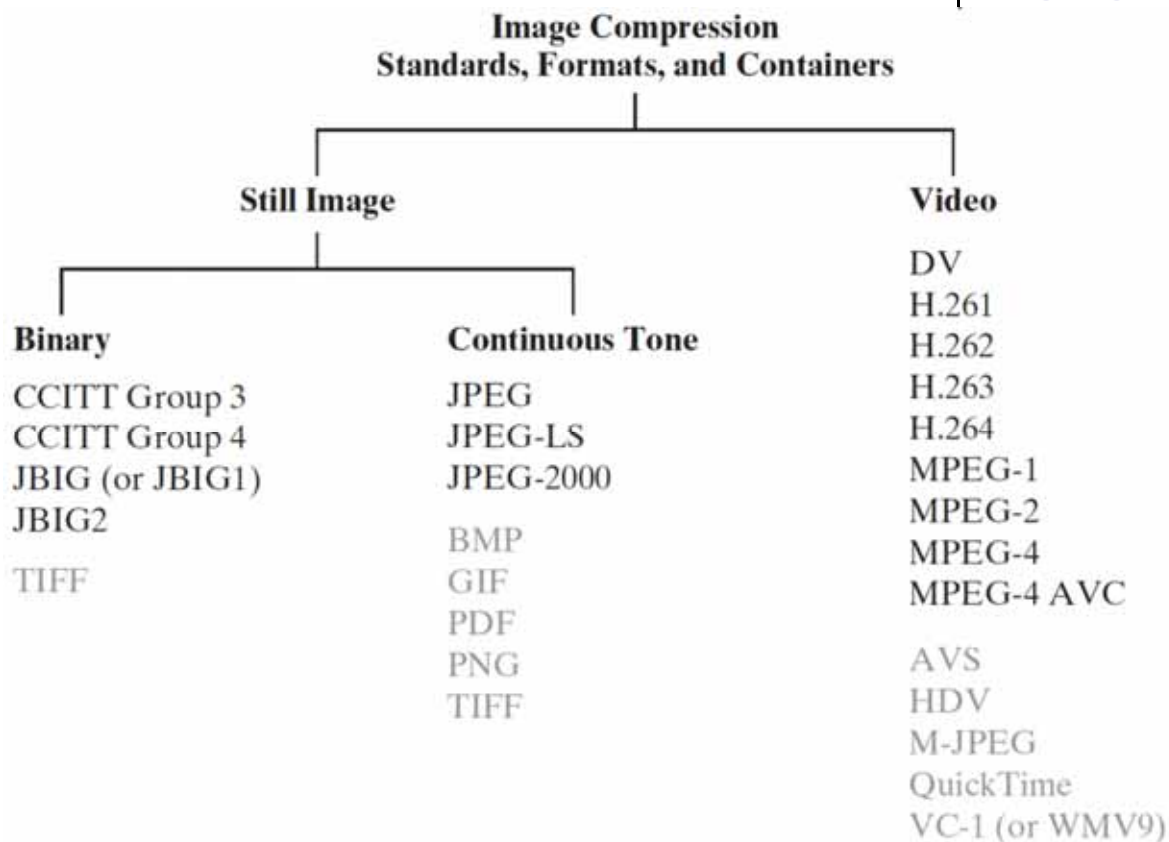




# 图像格式和压缩标准



- 图像格式
  - 定义数据的排列方式、压缩的类型
- 压缩标准
  - 定义压缩和解压缩的流程



黑色为国际公认的标准



# 提纲



- 引言
- 基础知识
  - 图像冗余
  - 图像信息的度量
  - 保真度准则
  - 图像压缩模型
- 基本的压缩方法
  - 霍夫曼编码
  - 行程编码
  - 基于符号的编码
- 数字图像水印



# 霍夫曼编码



- 单独对信源符号编码
  - 霍夫曼编码是最短的编码
  - 对于固定的 $n$ ，该编码是最优的
- 广泛应用于各种压缩标准中
  - CCITT
  - JBIG2
  - JPEG
  - MPEG-1,2,4
  - H.261, H.262, H.263, H.264
- 并不局限于灰度值
- 并不局限于数字图像处理



# 霍夫曼编码



## 1. 简化信源

- 对符号的概率进行排序，合并低概率符号
- 重复该过程，直到剩余两个符号

| Original source |             | Source reduction |     |     |            |
|-----------------|-------------|------------------|-----|-----|------------|
| Symbol          | Probability | 1                | 2   | 3   | 4          |
| $a_2$           | 0.4         | 0.4              | 0.4 | 0.4 | 0.6<br>0.4 |
| $a_6$           | 0.3         | 0.3              | 0.3 | 0.3 |            |
| $a_1$           | 0.1         | 0.1              | 0.2 | 0.3 | 0.3        |
| $a_4$           | 0.1         | 0.1              | 0.1 | 0.1 |            |
| $a_3$           | 0.06        | 0.1              | 0.1 | 0.1 | 0.1        |
| $a_5$           | 0.04        |                  |     |     |            |



# 霍夫曼编码



## 2. 对简化后的信息源编码

- 从最小信源开始，返回到原信源
- 为每一个分支分配符号

熵是  
2.14

| Original source |             |       | Source reduction |      |     |      |     |     |     |      |
|-----------------|-------------|-------|------------------|------|-----|------|-----|-----|-----|------|
| Symbol          | Probability | Code  | 1                | 2    | 3   | 4    |     |     |     |      |
| $a_2$           | 0.4         | 1     | 0.4              | 1    | 0.4 | 1    | 0.4 | 1   | 0.6 | 0    |
| $a_6$           | 0.3         | 00    | 0.3              | 00   | 0.3 | 00   | 0.3 | 00  |     | 0.4  |
| $a_1$           | 0.1         | 011   | 0.1              | 011  | 0.2 | 010  | 0.3 | 01  | 0.3 | 01   |
| $a_4$           | 0.1         | 0100  | 0.1              | 0100 | 0.1 | 011  | 0.1 | 011 |     |      |
| $a_3$           | 0.06        | 01010 | 0.1              | 0101 | 0.1 | 0101 |     |     | 0.1 | 0101 |
| $a_5$           | 0.04        | 01011 |                  |      |     |      |     |     |     |      |

$$L_{\text{avg}} = (0.4)(1) + (0.3)(2) + (0.1)(3) + (0.1)(4) + (0.06)(5) + (0.04)(5) = 2.2 \text{ bits/pixel}$$



# 霍夫曼编码的实现



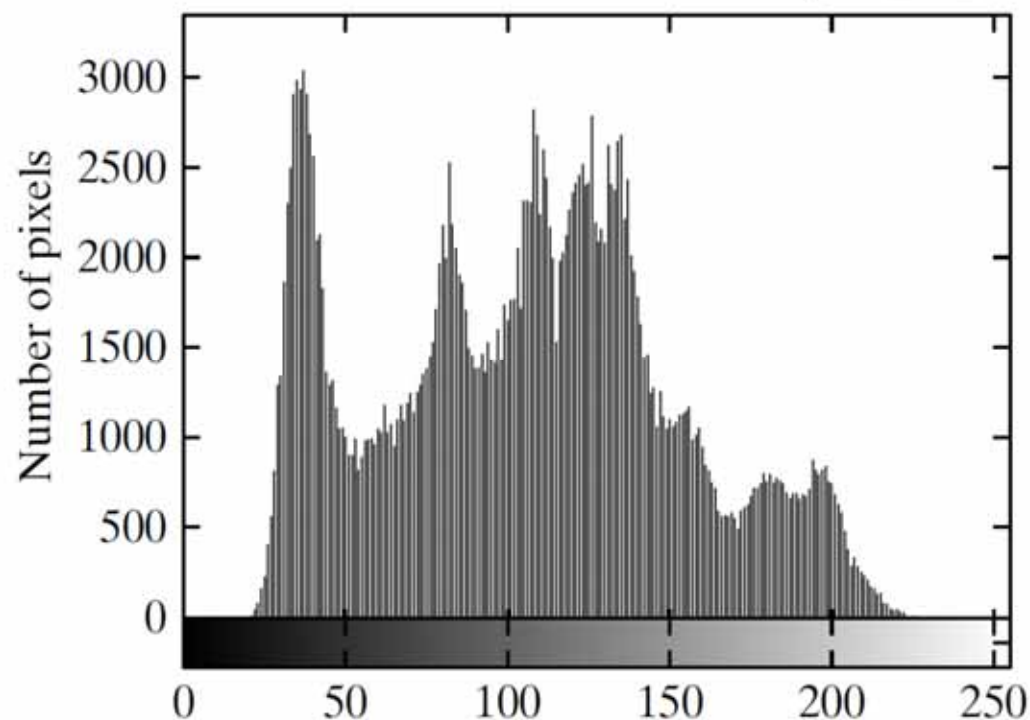
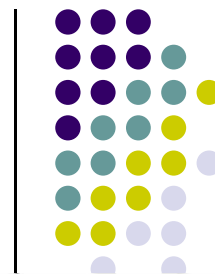
1. 构造霍夫曼编码
2. 查表法
  - 编码、解码
  - 瞬时性
    - 每个编码独立解码
  - 唯一可解码
    - 序列的解码方式唯一

| Original source |             |       |
|-----------------|-------------|-------|
| Symbol          | Probability | Code  |
| $a_2$           | 0.4         | 1     |
| $a_6$           | 0.3         | 00    |
| $a_1$           | 0.1         | 011   |
| $a_4$           | 0.1         | 0100  |
| $a_3$           | 0.06        | 01010 |
| $a_5$           | 0.04        | 01011 |

010100111100  $\longrightarrow$   $a_3 a_1 a_2 a_2 a_6$



# 举例



灰度直方图

- 霍夫曼编码：7.428比特
- 图像的熵：7.3838比特
- 压缩比： $C = 8/7.428 = 1.077$



# 提纲



- 引言
- 基础知识
  - 图像冗余
  - 图像信息的度量
  - 保真度准则
  - 图像压缩模型
- 基本的压缩方法
  - 霍夫曼编码
  - 行程编码
  - 基于符号的编码
- 数字图像水印





# 行程编码



- 行程对 ( run-length pairs )
  - 灰度值，该灰度连续出现的次数
- 适用于存在连续灰度值的图像
  - 去除简单的空间冗余（连续的不同灰度）
  - 如果行程短或没有，导致数据增多
- 广泛应用于各种压缩标准中
  - CCITT
  - JBIG2
  - JPEG
  - M-JPEG
  - MPEG-1,2,4
  - BMP



# BMP文件格式



- 编码模式 ( encoded mode )
  - 两个字节：连续的像素数量、灰度值
- 绝对模式 ( absolute mode )
  - 第一个字节：0
  - 第二个字节：4种情况

| Second Byte Value | Condition                   |
|-------------------|-----------------------------|
| 0                 | End of line                 |
| 1                 | End of image                |
| 2                 | Move to a new position      |
| 3-255             | Specify pixels individually |

后面的两个字节指明位置偏移

后面是连续的未压缩灰度值



# 举例

- 未压缩的BMP文件
  - 263,244字节
- 压缩的BMP文件
  - 267,706字节
- 压缩率  $C = 0.98$



# 二值图像



- 行程编码特别有效
  - 容易出现连续的灰度值
- 只需要指明长度
  - 指明每一行开始的灰度值
  - 假设每行的初始灰度值总是1
- 对长度本身进行压缩
  - 霍夫曼编码



# 提纲



- 引言
- 基础知识
  - 图像冗余
  - 图像信息的度量
  - 保真度准则
  - 图像压缩模型
- 基本的压缩方法
  - 霍夫曼编码
  - 行程编码
  - 基于符号的编码
- 数字图像水印





# 基于符号的编码

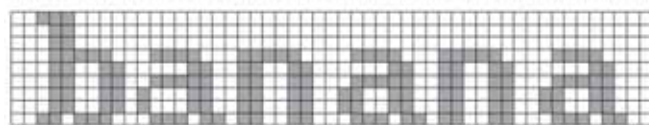
- 符号
  - 图像中频繁出现的子图像
- 方法
  - 将图像表示为符号的集合
    1. 符号字典
      - 存储符号的位图
    2. 三元组集合
      - $\{(x_1, y_1, t_1), (x_2, y_2, t_2), \dots\}$
      - $(x_i, y_i)$ 指明符号位置、 $t_i$ 指明具体符号



# 基于符号的编码

- 压缩原理

- 频繁出现的符号只存储了1次
- 适用于压缩扫描的文档



| Token | Symbol | Triplet   |
|-------|--------|---|
| 0     |        | (0, 2, 0)<br>(3, 10, 1)<br>(3, 18, 2)<br>(3, 26, 1)<br>(3, 34, 2)<br>(3, 42, 1) |
| 1     |        |   |
| 2     |        |   |

$$9 \times 51 \times 1 = 459 \text{ 比特}$$

$$9 \times 7 + 6 \times 7 + 6 \times 6 + 6 \times 3 \times 8 = 285 \text{ 比特}$$

$$\text{压缩比} : C = 1.61$$





# JBIG2 压缩

- 压缩二值图像的国际标准
- 把图像分成3种类型的区域
  1. 字符组成的**文本区域**
    - 使用基于符号的编码
    - 每个大小写字母对应一个符号
      - a. 有损压缩（感知无损）
        - 忽略字典内符号和图像的差异
      - b. 无损压缩
        - 额外存储差异





# JBIG2 压缩



## 2. 模式组成的半色调区域

- 类似于文本区域
- 符号：周期性的模式

## 3. 普通区域

- 用其他方式压缩
- 定义解码器特性
- 没有明确指明具体的编码器



# 举例

## ● JBIG2 压缩

压缩比  
20.3

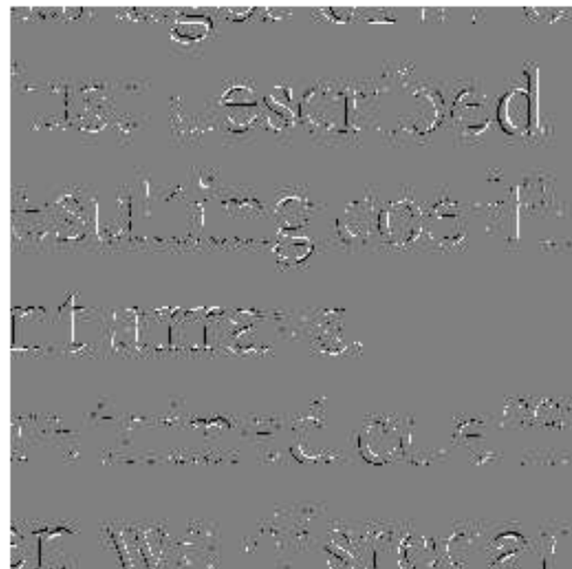
字母d

压缩比  
27.7



Images of size  
just described  
resulting coefficient  
arrays.  
retained coefficients  
when we disregard

Images of size  
just described  
resulting coefficient  
arrays.  
retained coefficients  
when we disregard



原图  
无损的压缩和解压缩

有损的压缩  
感知无损

差异



# 提纲



- 引言
- 基础知识
  - 图像冗余
  - 图像信息的度量
  - 保真度准则
  - 图像压缩模型
- 基本的压缩方法
  - 霍夫曼编码
  - 行程编码
  - 基于符号的编码
- 数字图像水印



# 数字图像水印



- 图像压缩使得图像便于传播
  - 可以被频繁地复制
- 如何保护图像所有者的版权？
- 水印
  - 在图像中插入的信息
  - 不能从图像中分离出来
  - 增加了图像中的信息（数据）
  - 不可见水印
  - 可见水印（不透明、半透明）



电视台  
logo



# 图像水印的作用



1. 版权识别
  - 证明图像的拥有者
2. 用户识别
  - 在水印中编码合法用户的身份，识别非法复制来源
3. 证明真实性
  - 保证一幅图像未被篡改
4. 自动监控
  - 通过监控水印来检测图像的使用情况
5. 复制保护
  - 指明图像的使用规则





# 举例

- $f_w = (1 - a)f + aw$



$a = 0.3$



差异





# 不可见水印

- 无法用视觉感知
  - 插入视觉上冗余的信息
  - 视觉系统忽略或无法感知的信息
- 解码算法可以恢复该水印
  
- 利用8比特图像的低阶比特
  - 利用2个最低阶比特

$$f_w = 4\left(\frac{f}{4}\right) + \frac{w}{64}$$



# 举例

- LSB水印图像



去掉6位高阶比特恢复的水印

Digital Image Processing





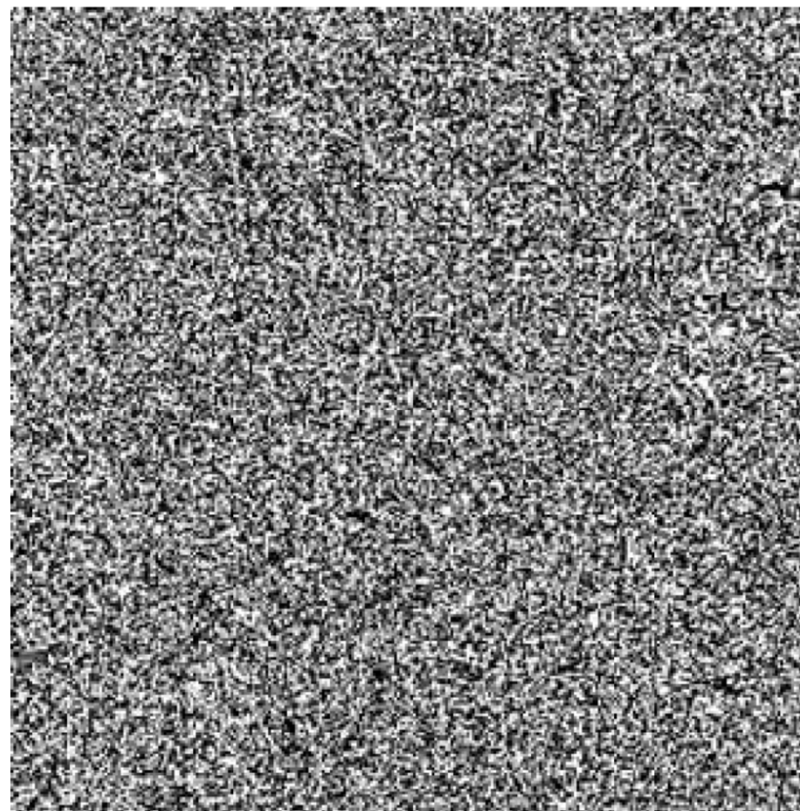
# 不可见水印



- 抵抗有意或无意的删除企图/修改



用有损JPEG压缩、解压缩



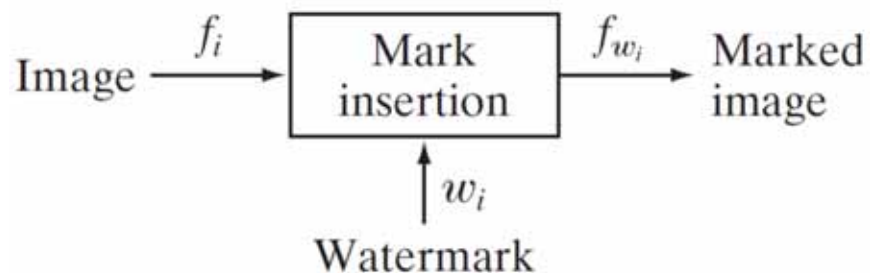
恢复出的水印



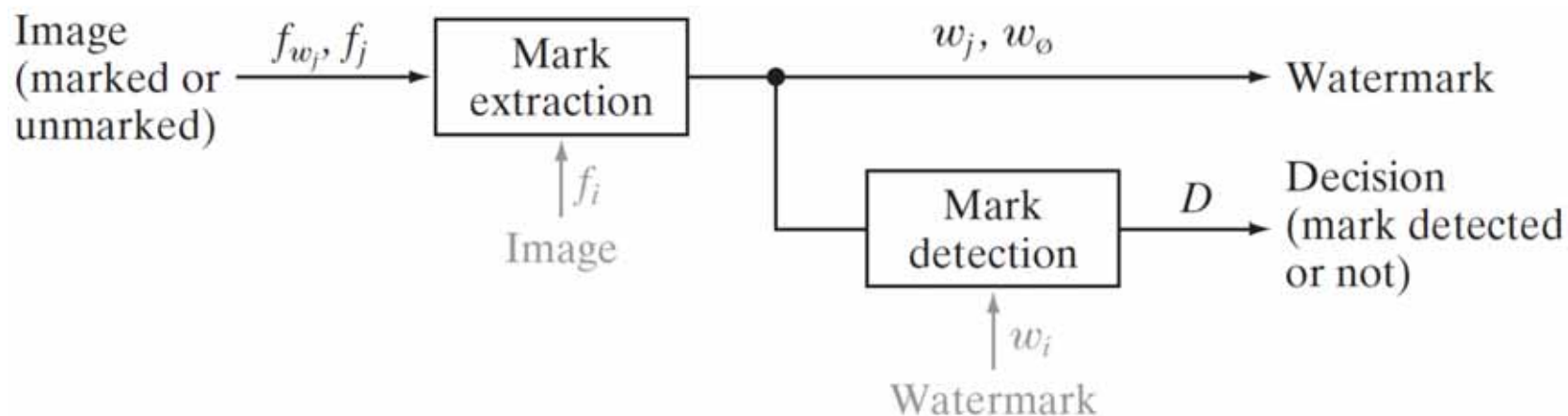
# 图像水印系统



- 编码器
  - 插入水印



- 解码器
  - 提取、验证水印



- 输入可能有图像和水印





# 在变换域加水印

- 水印的插入和提取也可以在变换域
- 基于DCT的不可见水印
  - DCT：离散余弦变换
    1. 计算图像的2维DCT变换
    2. 找到 $K$ 个最大的系数 $c_1, c_2, \dots, c_K$
    3. 从标准高斯分布生成 $K$ 个伪随机数 $\omega_1, \dots, \omega_K$
    4. 将上述伪随机数嵌入到 $K$ 个最大的系数中
$$c'_i = c_i \cdot (1 + \alpha\omega_i) \quad 1 \leq i \leq K$$
    5. 基于 $c'_i$ 计算反DCT变换





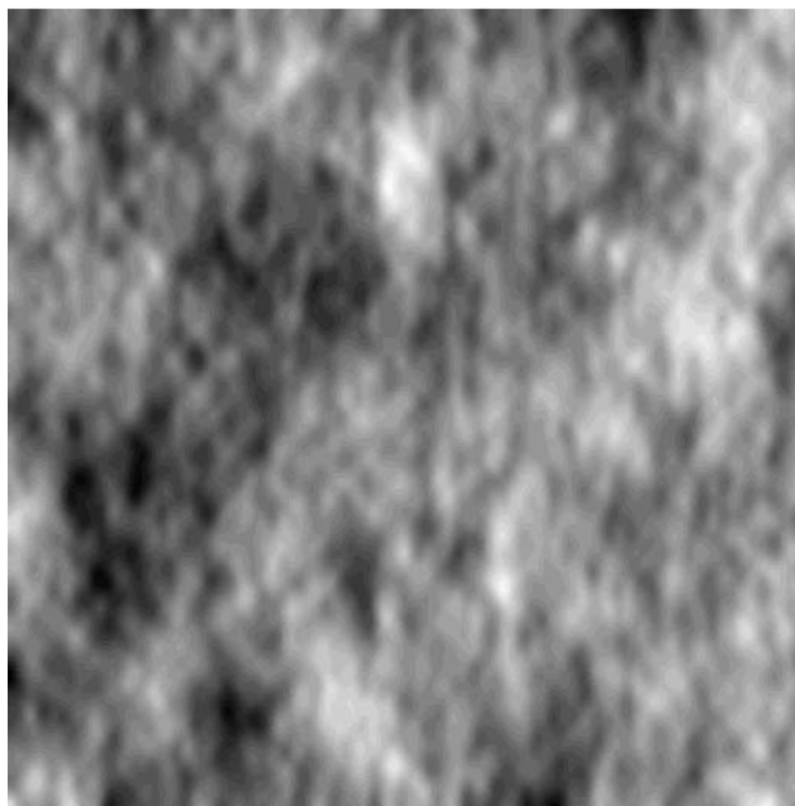
# 在变换域加水印

- 水印的插入和提取也可以在变换域
- 基于DCT的不可见水印
  - DCT：离散余弦变换
- 安全性强
  - 随机数没有明显的结构
  - 多个频域分量影响了整幅图像
    - 难以定位水印的位置
  - 攻击水印会影响图像质量
    - 水印和重要频率分量耦合在一起

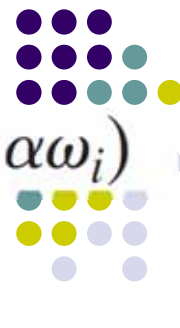


# 举例

- 基于DCT的不可见水印
  - $a = 0.1, K = 1000$



# 检测变换域中的水印

$$c'_i = c_i \cdot (1 + \alpha \omega_i)$$


- 检测DCT水印

- 给定水印  $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_K$
- 给定DCT系数  $c_1, c_2, \dots, c_K$ 
  1. 计算图像的2维DCT变换
  2. 提取  $K$  个最大的DCT系数，记为  $\hat{c}_1, \hat{c}_2, \dots, \hat{c}_K$ 
    - 判断  $c'_i$  和  $\hat{c}_i$  的关系
  3. 计算水印  $\hat{\omega}_1, \hat{\omega}_2, \dots, \hat{\omega}_K$

$$\hat{\omega}_i = \frac{\hat{c}_i - c_i}{\alpha c_i}, \quad \text{for } 1 \leq i \leq K$$





# 检测变换域中的水印

- 检测DCT水印
  4. 计算水印之间的相似度
    - 相关性系数

$$\gamma = \frac{\sum_{i=1}^K (\hat{\omega}_i - \bar{\hat{\omega}})(\omega_i - \bar{\omega})}{\sqrt{\sum_{i=1}^K (\hat{\omega}_i - \bar{\hat{\omega}})^2 \cdot \sum_{i=1}^K (\omega_i - \bar{\omega})^2}} \quad 1 \leq i \leq K$$

5. 与阈值 $T$ 进行比较

$$D = \begin{cases} 1 & \text{if } \gamma \geq T \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$



# 抵抗水印攻击



JPEG有损压缩 (RMS=7)



$\gamma = 0.9945$

JPEG有损压缩 (RMS=10)



$\gamma = 0.7395$





# 抵抗水印攻击



空间滤波平滑



$$\gamma = 0.8390$$

添加高斯噪声



$$\gamma = 0.8230$$



# 抵抗水印攻击



直方图均衡



$$\gamma = 0.5210$$

轻微旋转



$$\gamma = 0.3113$$

