数字图像处理

第十三讲

图像分割

提纲

- 基础知识
- 点、线、边缘检测
  - 背景知识
  - 孤立点的检测
  - 线检测
  - 边缘模型
  - 基本边缘检测
  - 高级边缘检测

引言

- 图像分割
  - 把图像细分为构成它的区域或物体
  - 分割的粒度取决于应用问题
- 分割是图像处理最困难问题之一
  - 分割的精度决定了处理任务的成败
- 分割的基本原理
  - 灰度的不连续性：根据灰度的突变分割
  - 灰度的相似性：区域内的图像很相似

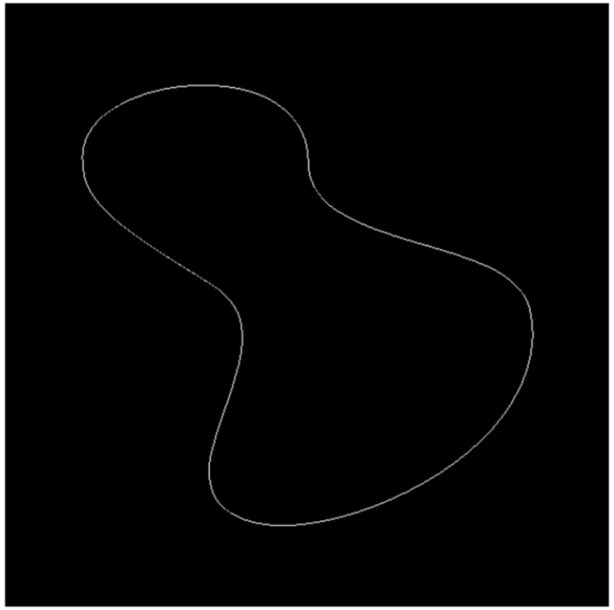
基础知识

- R表示图像所占的区域
- 图像分割将R分割成n个区域$R_1, \dots, R_n$:
  1. $\bigcup_{i=1}^{n} R_i = R$
  2. R_i是一个连通集合，$i = 1, \dots, n$
  3. $R_i \cap R_j = \emptyset, \forall i \neq j$
  4. $Q(R_i) = True$，$i = 1, \dots, n$
  5. 对于任意的相邻区域R_i和R_j，$Q\left(R_i \cup R_j\right) = False$
     - $Q(\cdot)$表示某个用于划分区域的函数

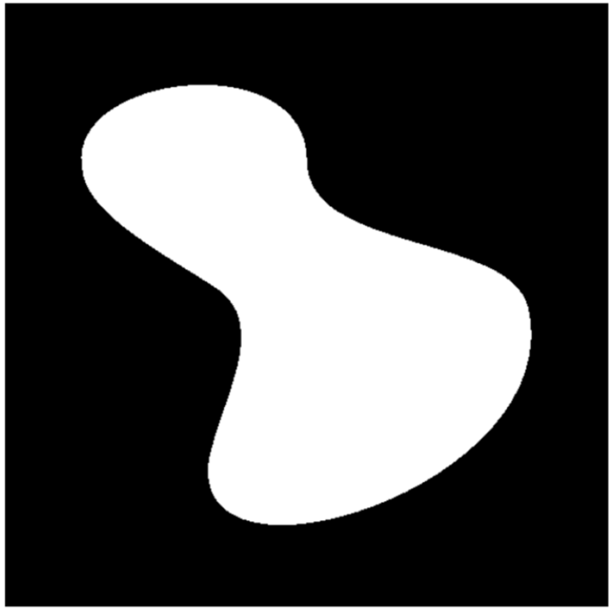
灰度的不连续性

- 区域的边界差异很大，且和背景不同
  - 利用灰度的局部不连续性检测边界
- 基于边缘的分割

原图



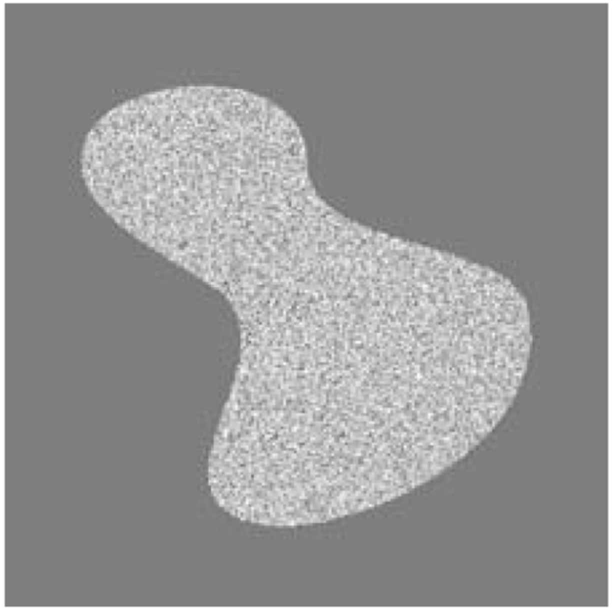
计算边界



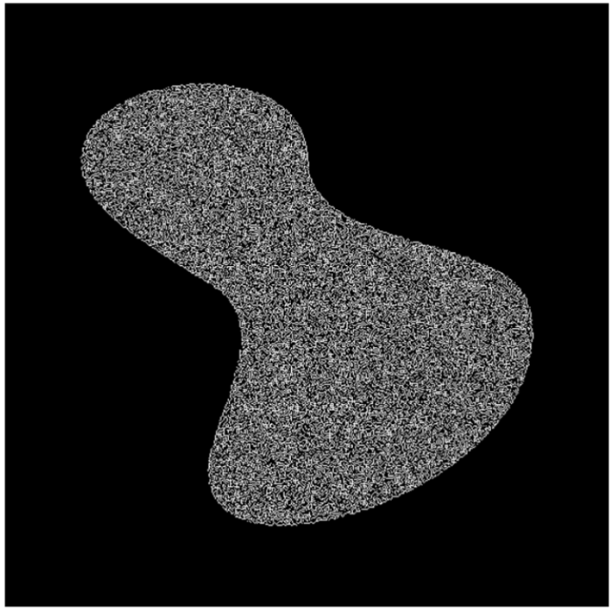
分割

灰度的相似性

- 基于区域的分割
  - 区域内的像素依据某些准则很相似



原图

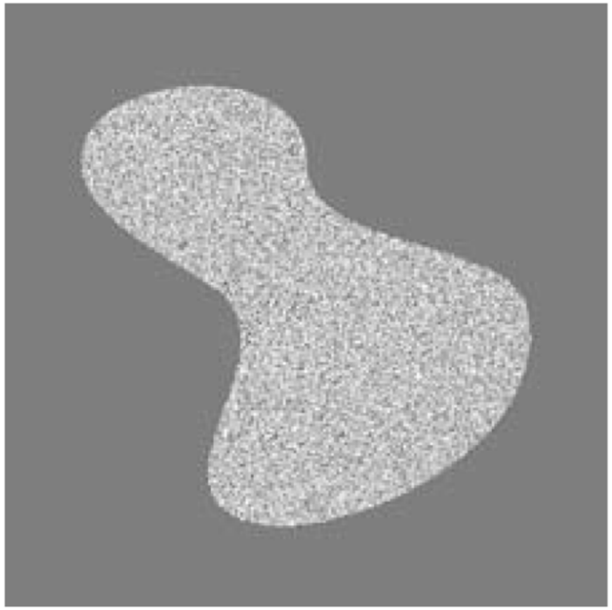


边缘信息

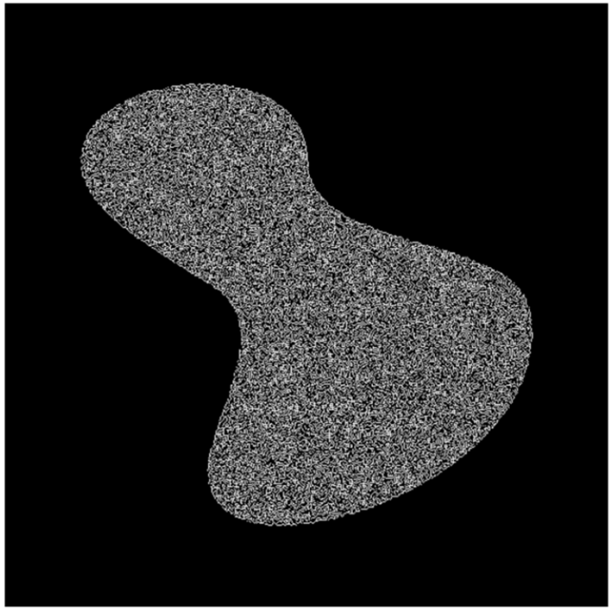
灰度的相似性

- 基于区域的分割
  - 区域内的像素依据某些准则很相似

分割成4 × 4区域，标准差非零标为白色



原图



边缘信息

分割

提纲

- 基础知识
- 点、线、边缘检测
  - 背景知识
  - 孤立点的检测
  - 线检测
  - 边缘模型
  - 基本边缘检测
  - 高级边缘检测

基本概念

- 边缘
  - 边缘像素：灰度发生剧烈变化
  - 边缘是连通的边缘像素集合
- 线
  - 一种特殊的边缘
  - 两侧的灰度值都很大或都很小
- 点
  - 长宽只有1个像素的线

提纲

- 基础知识
- 点、线、边缘检测
  - 背景知识
  - 孤立点的检测
  - 线检测
  - 边缘模型
  - 基本边缘检测
  - 高级边缘检测

背景知识

- 1阶或2阶导数可以检测灰度突变
- 1阶导数的性质
  - 在恒定灰度区域为零
  - 在突变（斜坡、台阶）的起点非零
  - 沿着斜坡非零
- 2阶导数的性质
  - 在恒定灰度区域为零
  - 在突变（斜坡、台阶）的起点和终点非零
  - 沿着恒定斜率斜坡为零

数学基础

- 一维函数$f(x)$
  - 一阶导数

$$\frac{\partial f}{\partial x} = f'(x) = f(x+1) - f(x)$$

  - 二阶导数

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = \frac{\partial f'(x)}{\partial x} = f'(x+1) - f'(x)$$

$$= f(x+2) - f(x+1) - f(x+1) + f(x)$$

$$= f(x+2) - 2f(x+1) + f(x)$$

数学基础

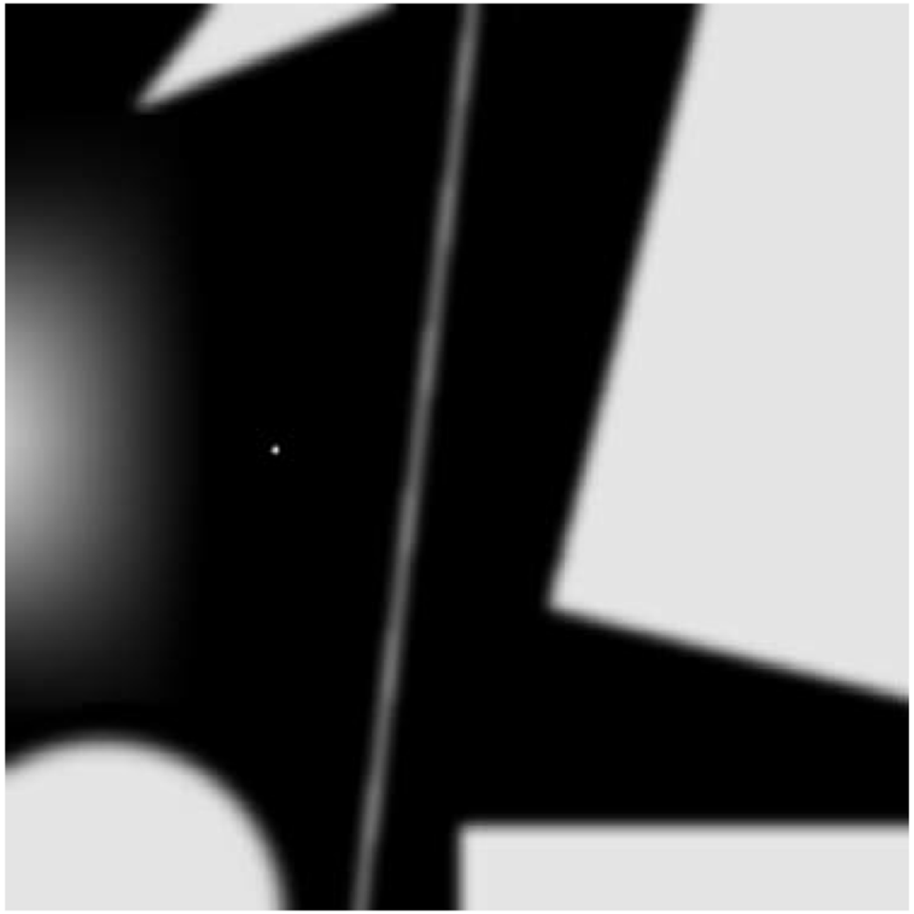
- 一维函数$f(x)$
  - 一阶导数

$$\frac{\partial f}{\partial x} = f'(x) = f(x+1) - f(x)$$

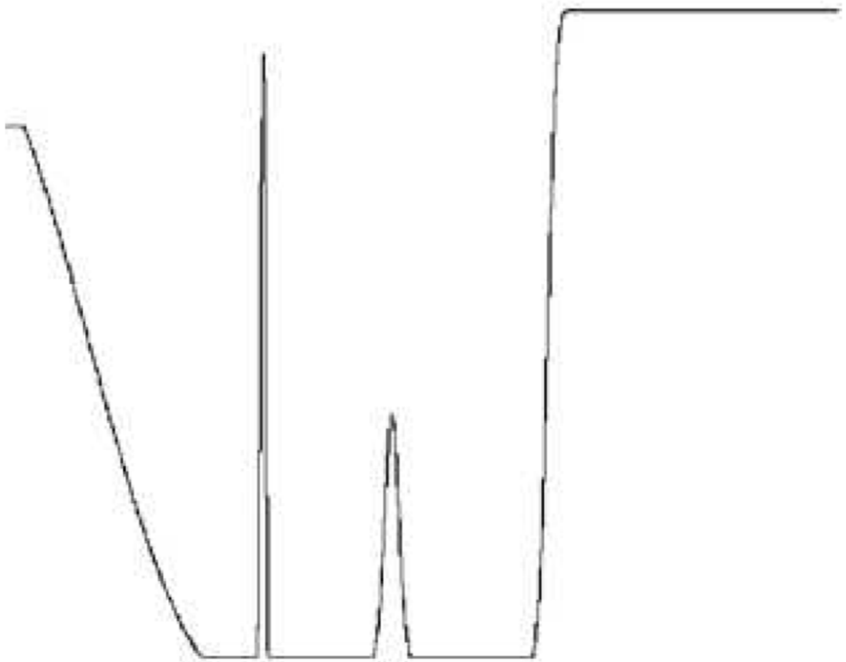
  - 二阶导数

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = f''(x) = f(x+1) + f(x-1) - 2f(x)$$

举例



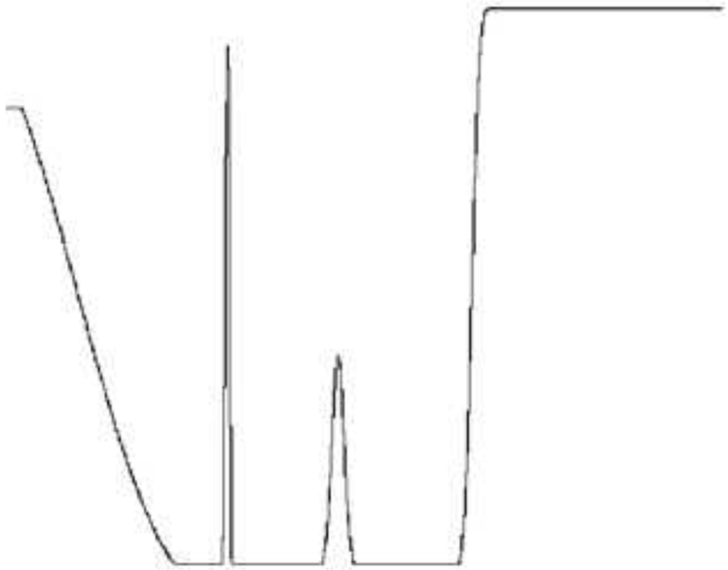
原图

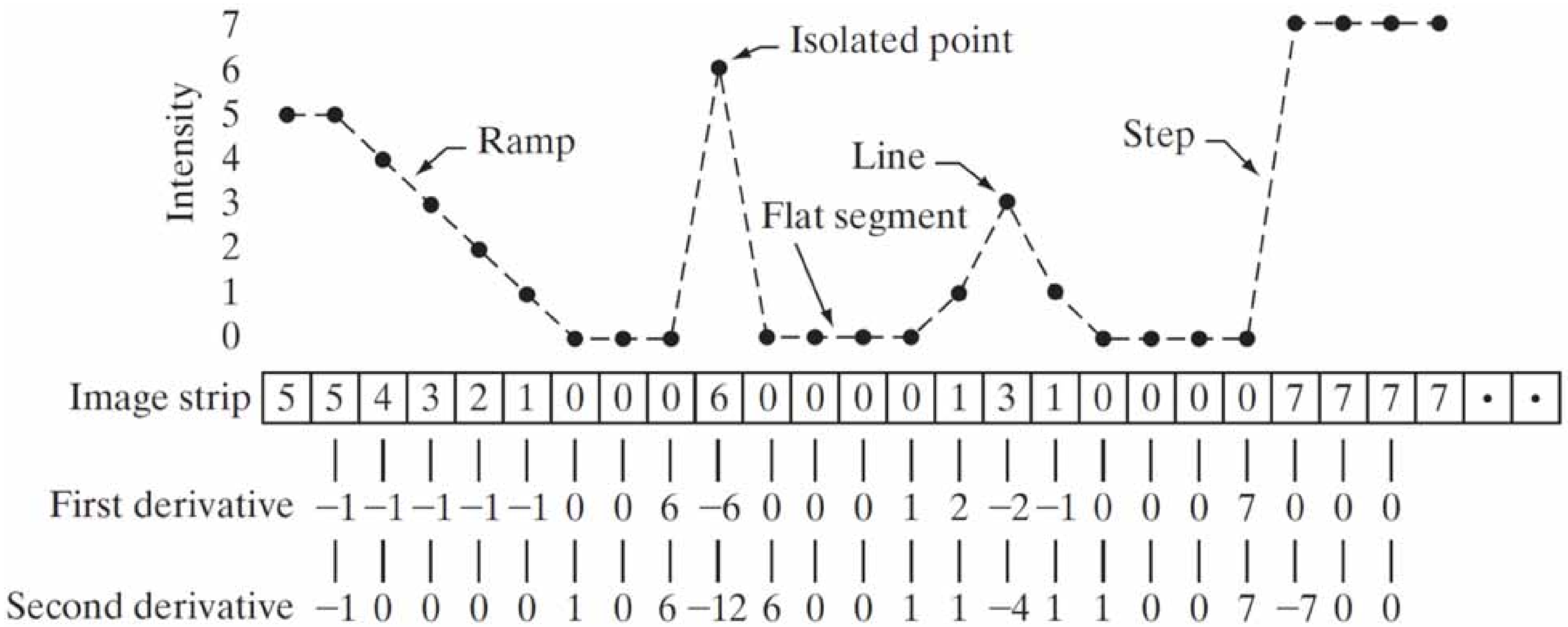


中心水平线上的灰度

举例

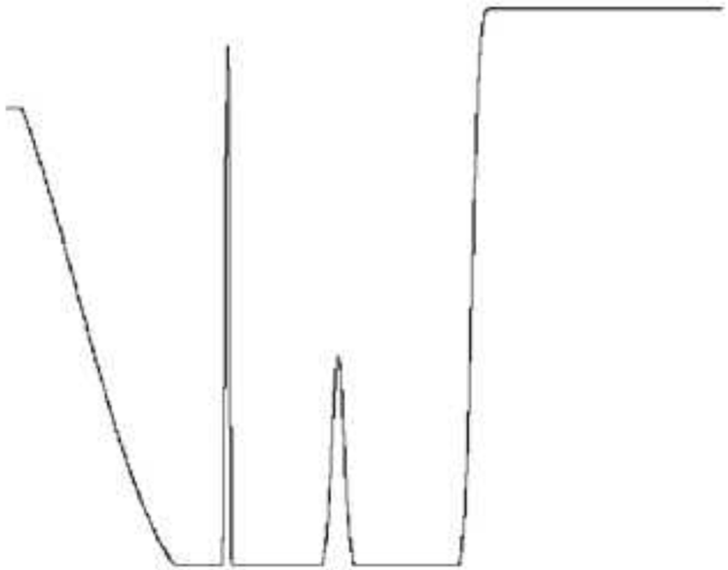
一阶、二阶导数

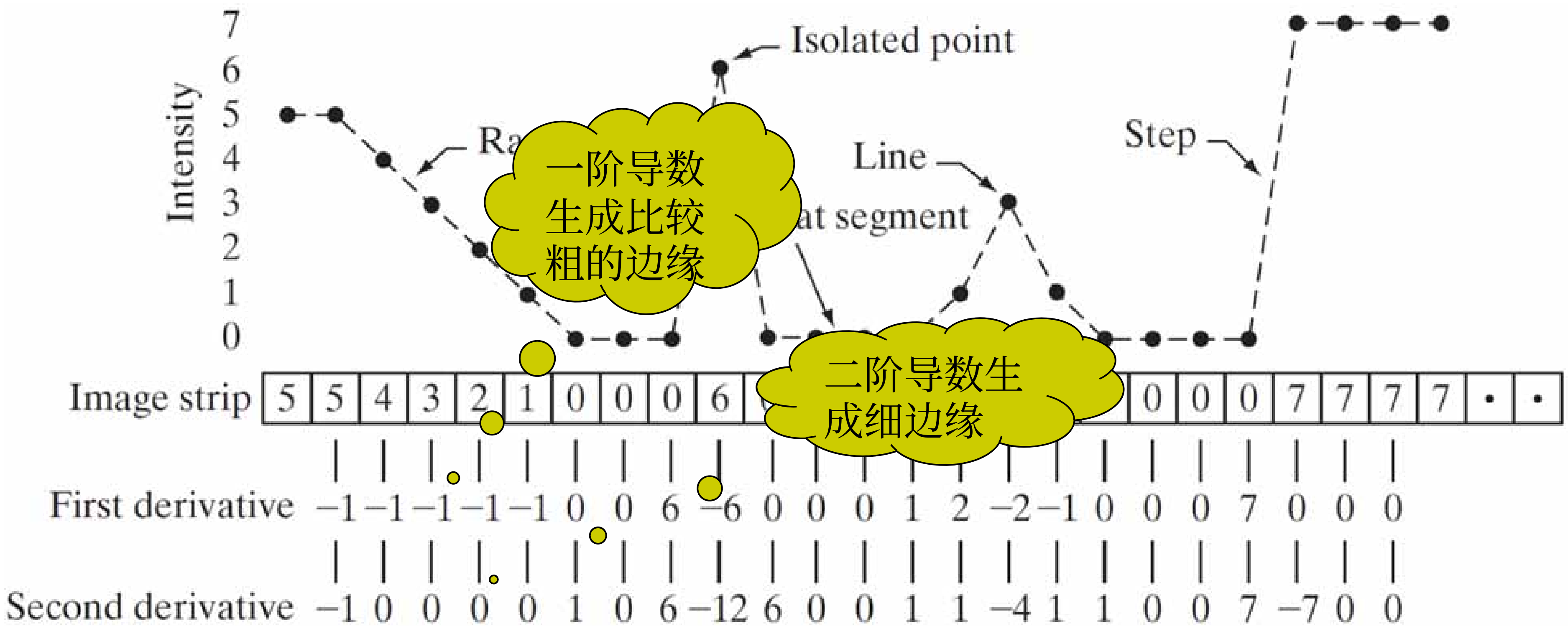



Intensity
7
6
5
4
3
2
1
0
Isolated point
Ramp
Line
Flat segment
Step
Image strip 5 5 4 3 2 1 0 0 0 6 0 0 0 0 1 3 1 0 0 0 0 7 7 7 7 · ·
First derivative −1 −1 −1 −1 −1 0 0 6 −6 0 0 0 1 2 −2 −1 0 0 0 7 0 0 0
Second derivative −1 0 0 0 0 1 0 6 −12 6 0 0 1 1 −4 1 1 0 0 7 −7 0 0

举例

一阶、二阶导数

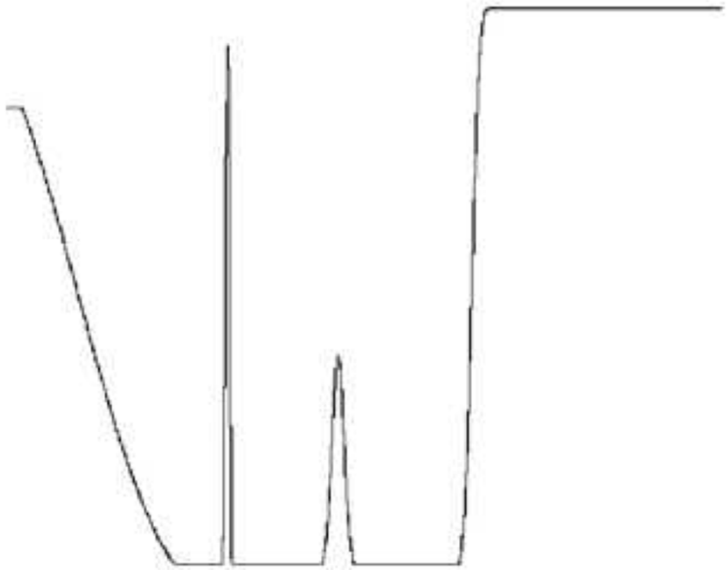


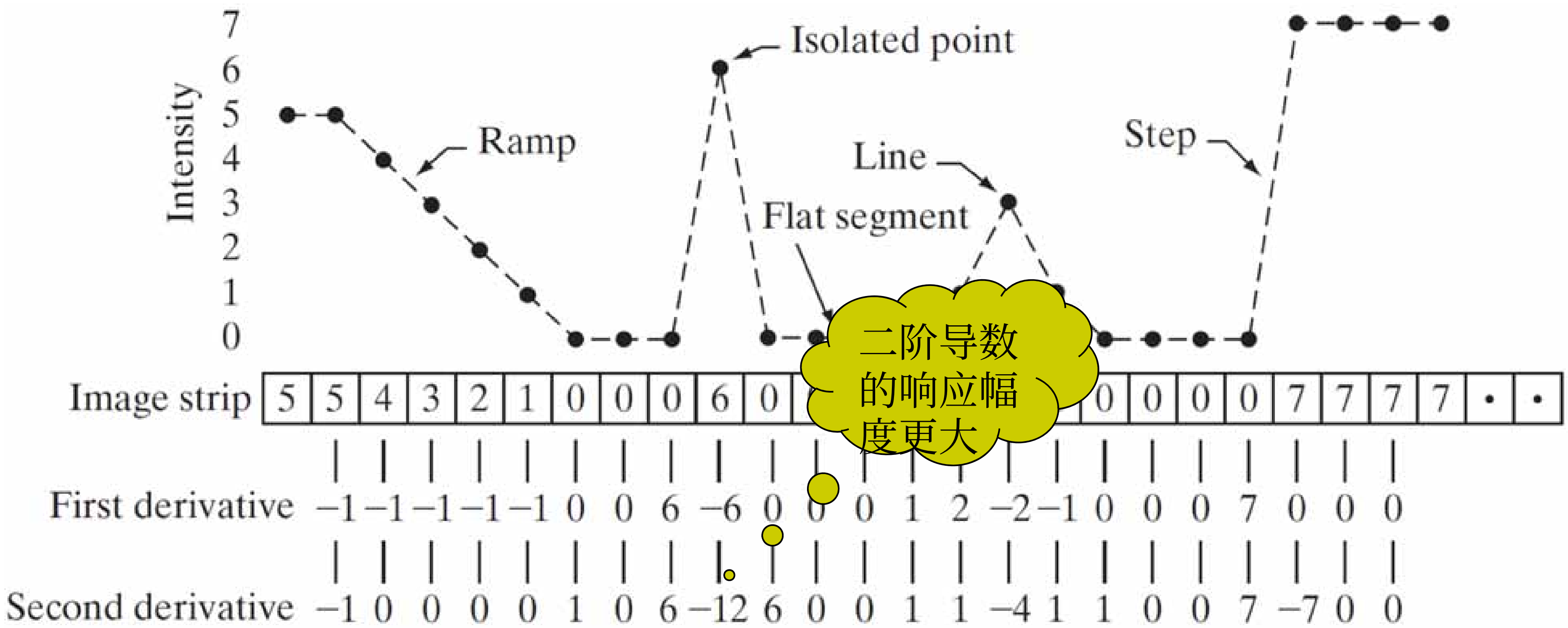


Intensity
7
6
5
4
3
2
1
0
Isolated point
Ra
Line
at segment
Step
一阶导数生成比较粗的边缘
二阶导数生成细边缘
Image strip
5 5 4 3 2 1 0 0 0 6
0 0 0 7 7 7 7 • •
First derivative
−1 −1 −1 −1 −1 0 0 6 −6 0 0 0 1 2 −2 −1 0 0 0 7 0 0 0
Second derivative
−1 0 0 0 0 1 0 6 −12 6 0 0 1 1 −4 1 1 0 0 7 −7 0 0

举例

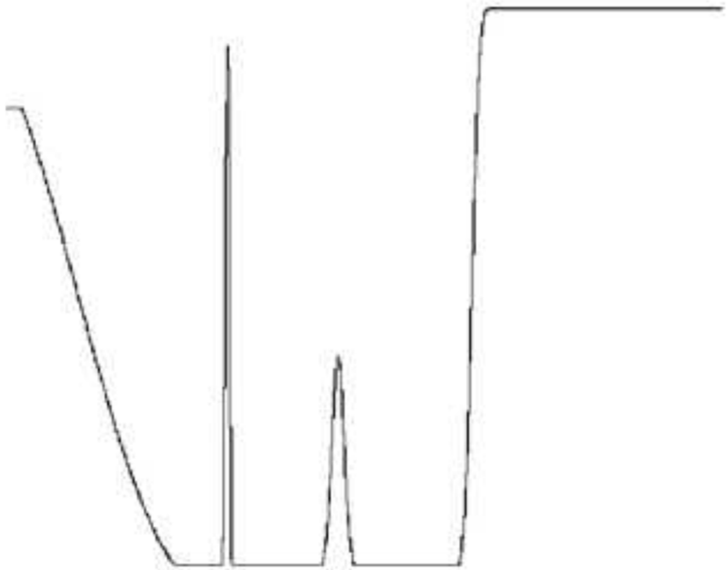
一阶、二阶导数

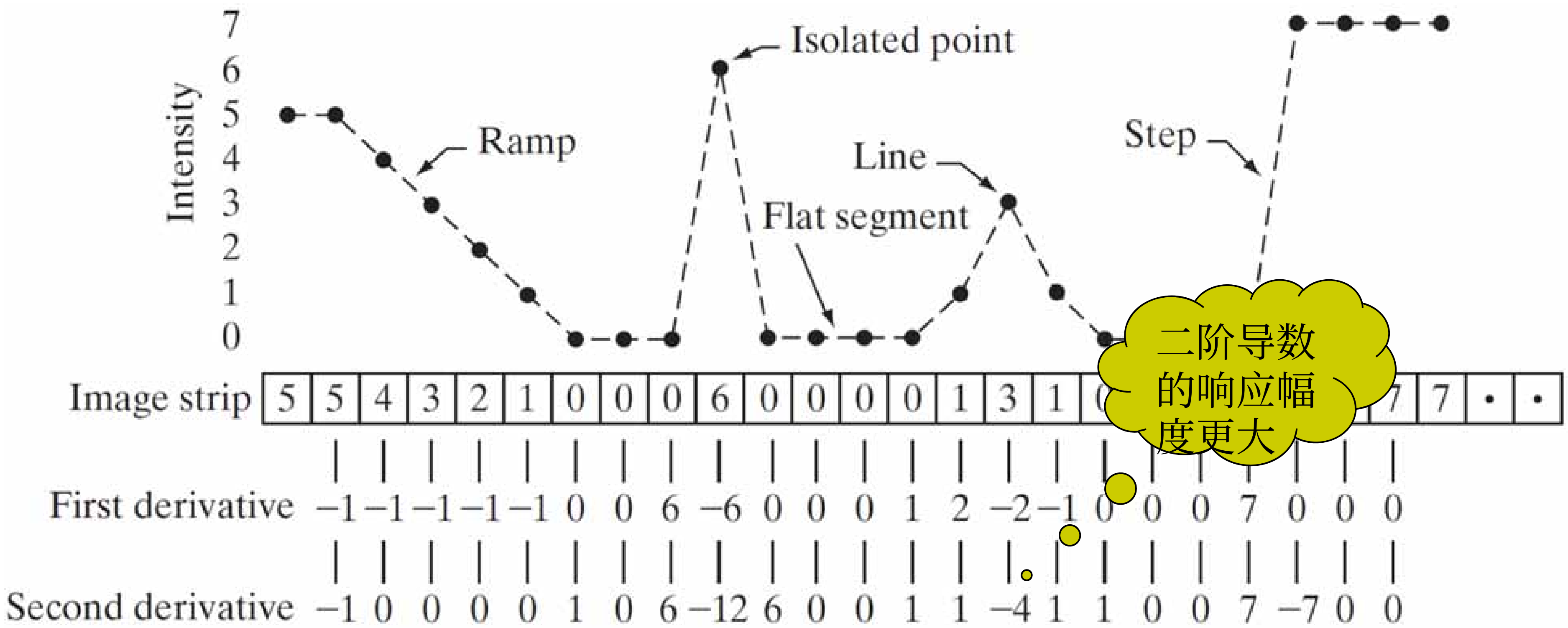



Intensity
7
6
5
4
3
2
1
0
Isolated point
Ramp
Line
Flat segment
Step
二阶导数的响应幅度更大
Image strip
First derivative −1 −1 −1 −1 −1 0 0 6 −6 0 0 0 1 2 −2 −1 0 0 0 7 0 0 0
Second derivative −1 0 0 0 0 1 0 6 −12 6 0 0 1 1 −4 1 1 0 0 7 −7 0 0

举例

一阶、二阶导数

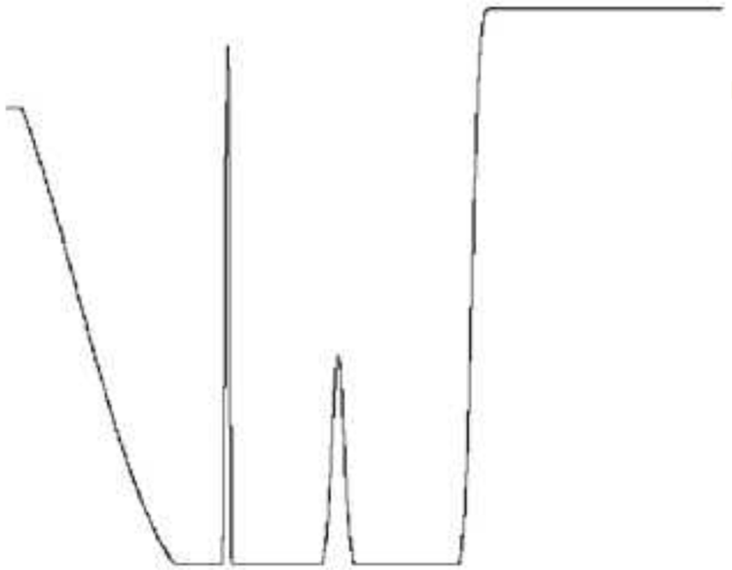


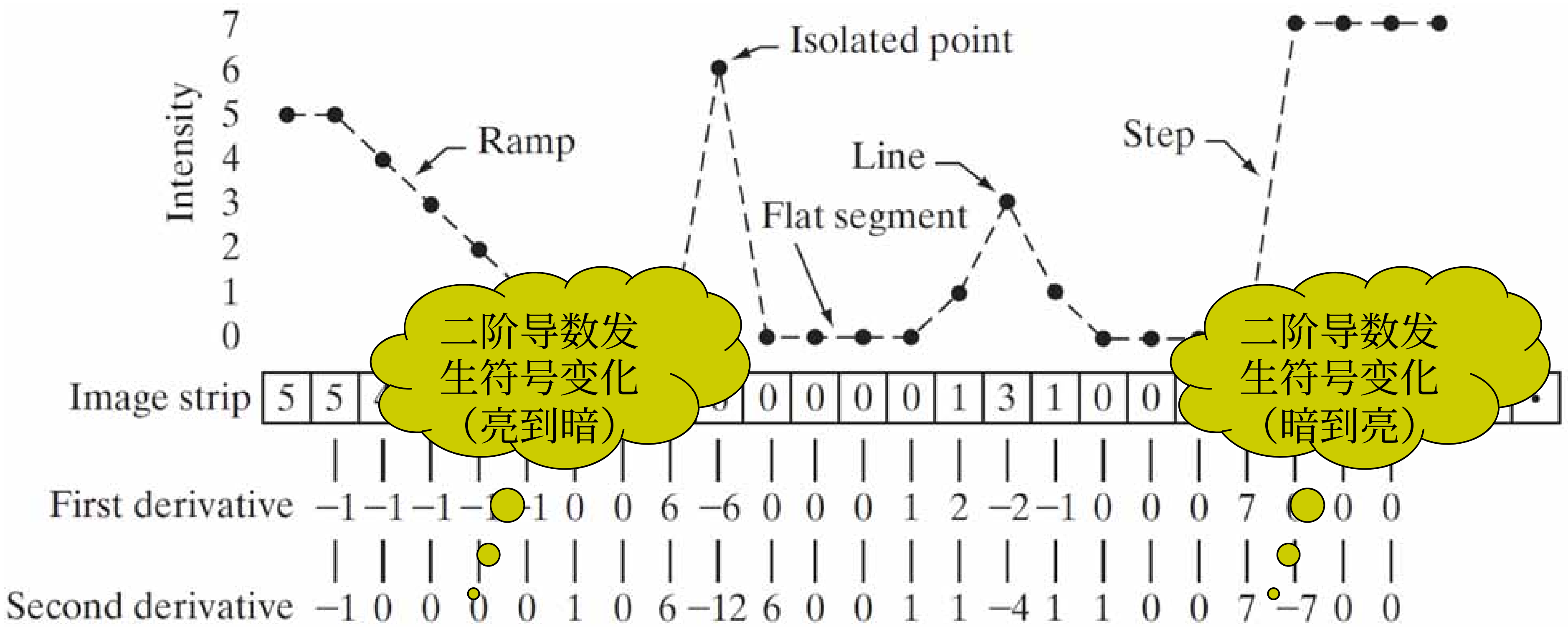


Intensity
7
6
5
4
3
2
1
0
Isolated point
Ramp
Line
Flat segment
Step
Image strip 5 5 4 3 2 1 0 0 0 6 0 0 0 0 1 3 1
7 7 • •
First derivative −1 −1 −1 −1 −1 0 0 6 −6 0 0 0 1 2 −2 −1 0 0 0 7 0 0 0
Second derivative −1 0 0 0 0 1 0 6 −12 6 0 0 1 1 −4 1 1 0 0 7 −7 0 0
二阶导数的响应幅度更大

举例

一阶、二阶导数





Intensity
Isolated point
Ramp
Line
Flat segment
Step
二阶导数发生符号变化（亮到暗）
二阶导数发生符号变化（暗到亮）
Image strip
First derivative
Second derivative

一般结论

- 一阶导数通常产生较粗的边缘
- 二阶导数对细节有较强的响应
  - 细线、孤立点、噪声
- 二阶导数在斜坡和台阶产生双边缘响应
- 二阶导数的符号变化有指示意义
  - 灰度从亮到暗
  - 灰度从暗到亮

计算导数

- 空间滤波器
  - 模板

w_1	w_2	w_3
w_4	w_5	w_6
w_7	w_8	w_9

  - 计算公式

$$
\begin{aligned}
R &= w_1 z_1 + w_2 z_2 + \cdots + w_9 z_9 \\
&= \sum_{k=1}^{9} w_k z_k
\end{aligned}
$$

提纲

- 基础知识
- 点、线、边缘检测
  - 背景知识
  - 孤立点的检测
  - 线检测
  - 边缘模型
  - 基本边缘检测
  - 高级边缘检测

孤立点的检测

- 利用二阶导数检测孤立点
  - 响应更强
- 拉普拉斯算子

$$\nabla^2 f(x, y) = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$$

- 离散拉普拉斯算子

$$\frac{\partial^2 f(x, y)}{\partial x^2} = f(x+1, y) + f(x-1, y) - 2f(x, y)$$

$$\frac{\partial^2 f(x, y)}{\partial y^2} = f(x, y+1) + f(x, y-1) - 2f(x, y)$$

孤立点的检测

- 利用二阶导数检测孤立点
  - 响应更强
- 拉普拉斯算子

$$\nabla^2 f(x, y) = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$$

- 离散拉普拉斯算子

$$\nabla^2 f(x, y) = f(x+1, y) + f(x-1, y) + f(x, y+1) + f(x, y-1) - 4f(x, y)$$

拉普拉斯算子

- 标准形式

$$\nabla^2 f(x,y) = f(x+1,y) + f(x-1,y) + f(x,y+1) + f(x,y-1) - 4f(x,y)$$

0	1	0
1	−4	1
0	1	0

90度增量
各向同性

- 对角线形式

1	1	1
1	−8	1
1	1	1

45度增量
各向同性

检测方法

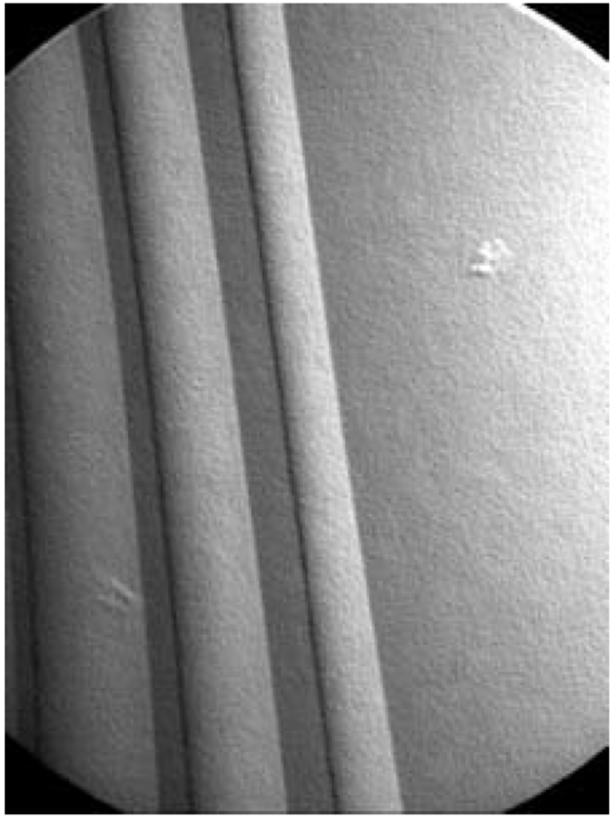
- 根据响应幅度是否大于某阈值T

$$g(x, y) = \begin{cases} 1 & \text{if } |R(x, y)| \geq T \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

  - 其中

$$\begin{aligned} R &= w_1 z_1 + w_2 z_2 + \cdots + w_9 z_9 \\ &= \sum_{k=1}^{9} w_k z_k \end{aligned}$$

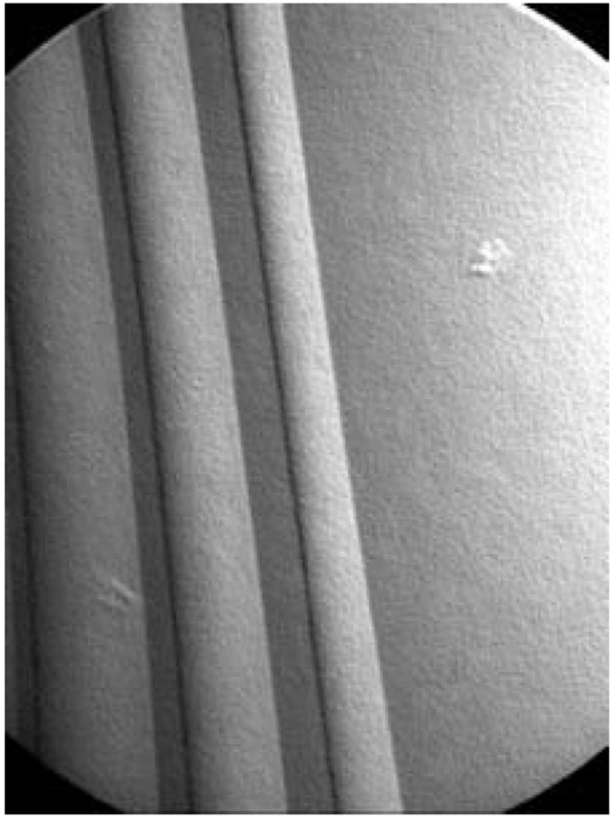
举例



有一个孔的
涡轮叶片

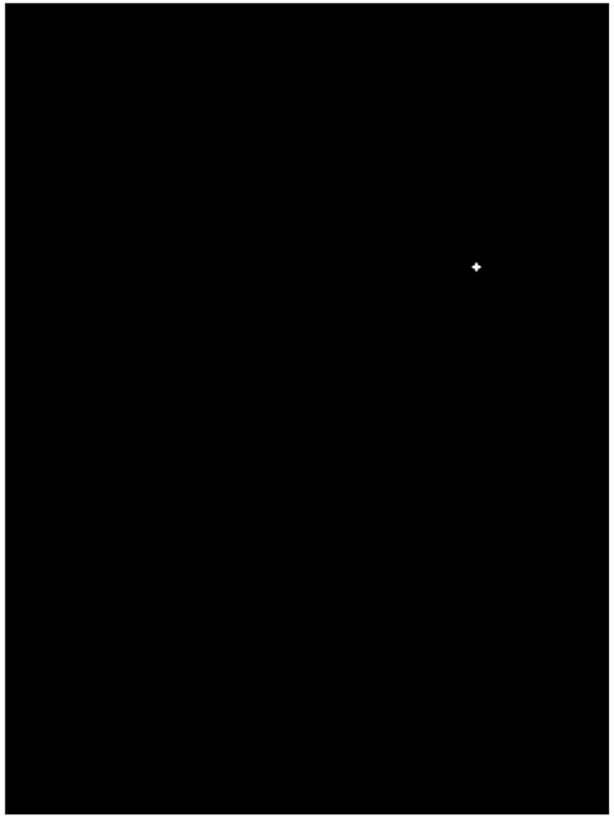
拉普拉斯滤波
后图像

举例



有一个孔的
涡轮叶片

拉普拉斯滤波
后图像



阈值化
（最高亮度的90%）

提纲

- 基础知识
- 点、线、边缘检测
  - 背景知识
  - 孤立点的检测
  - 线检测
  - 边缘模型
  - 基本边缘检测
  - 高级边缘检测

线检测

- 利用二阶导数检测线
  - 响应更强、更细的线
  - 需要留意双线效应
- 拉普拉斯算子

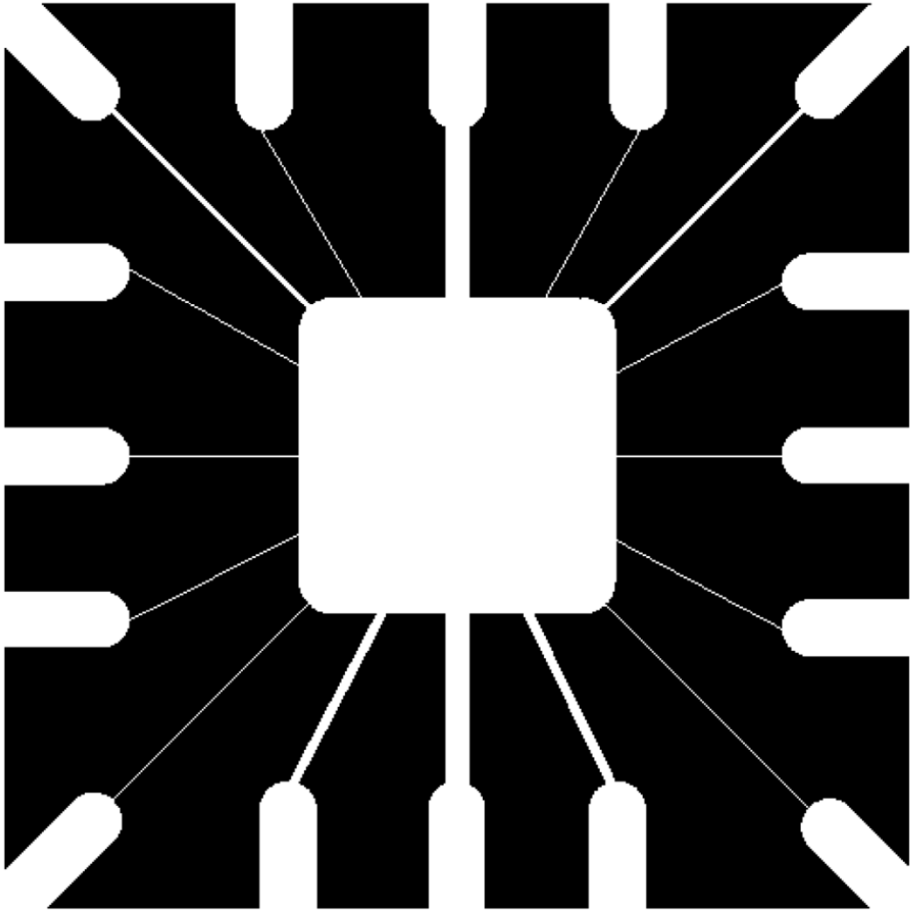
$$\nabla^2 f(x, y) = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$$

- 离散拉普拉斯算子

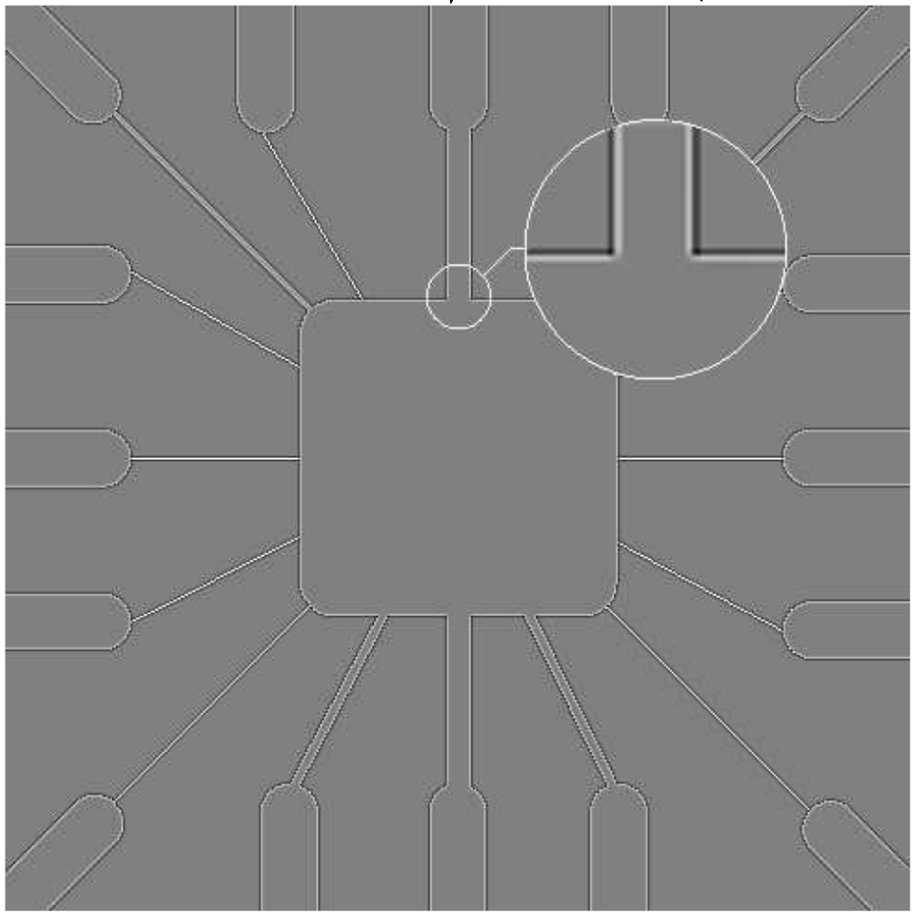
$$\nabla^2 f(x, y) = f(x + 1, y) + f(x - 1, y) + f(x, y + 1) + f(x, y - 1) - 4f(x, y)$$

举例

有正有负、
双线效应



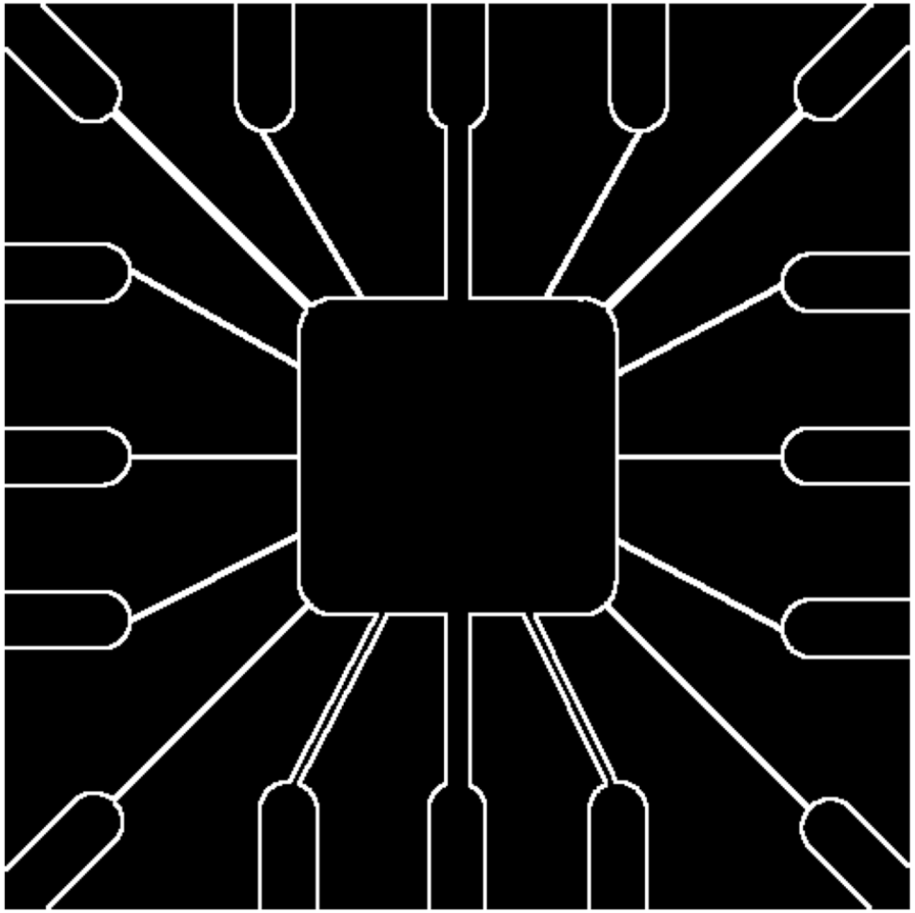
原图



拉普拉斯滤波
后图像

举例

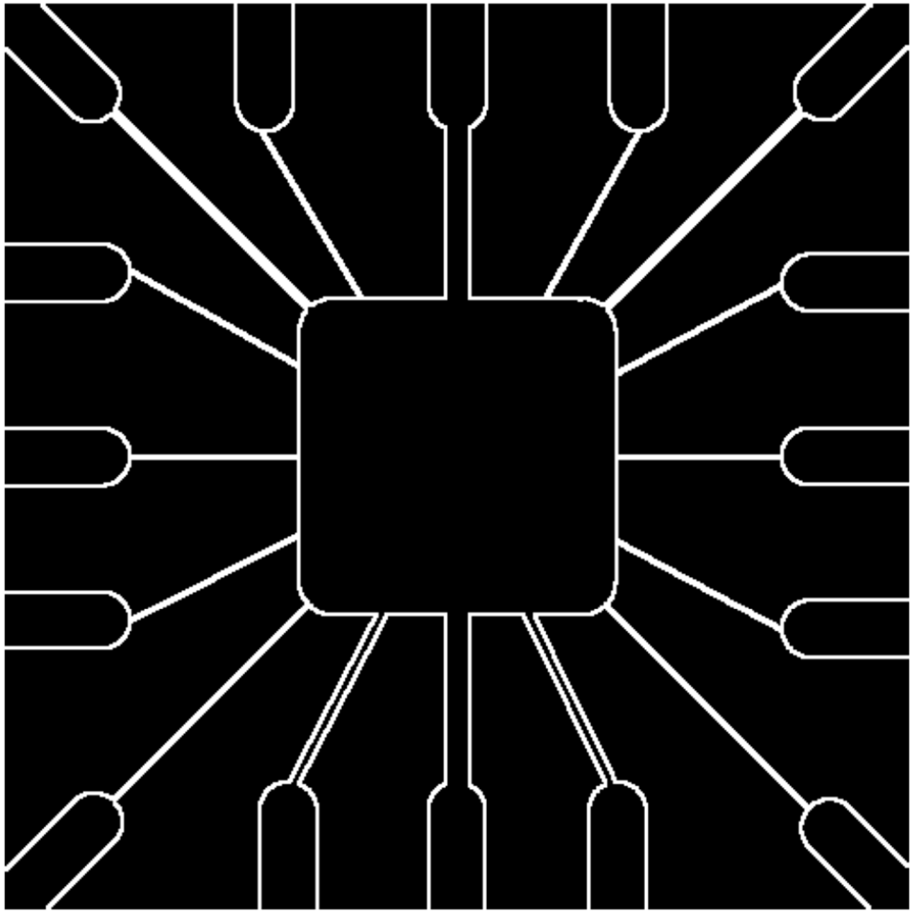
线太粗



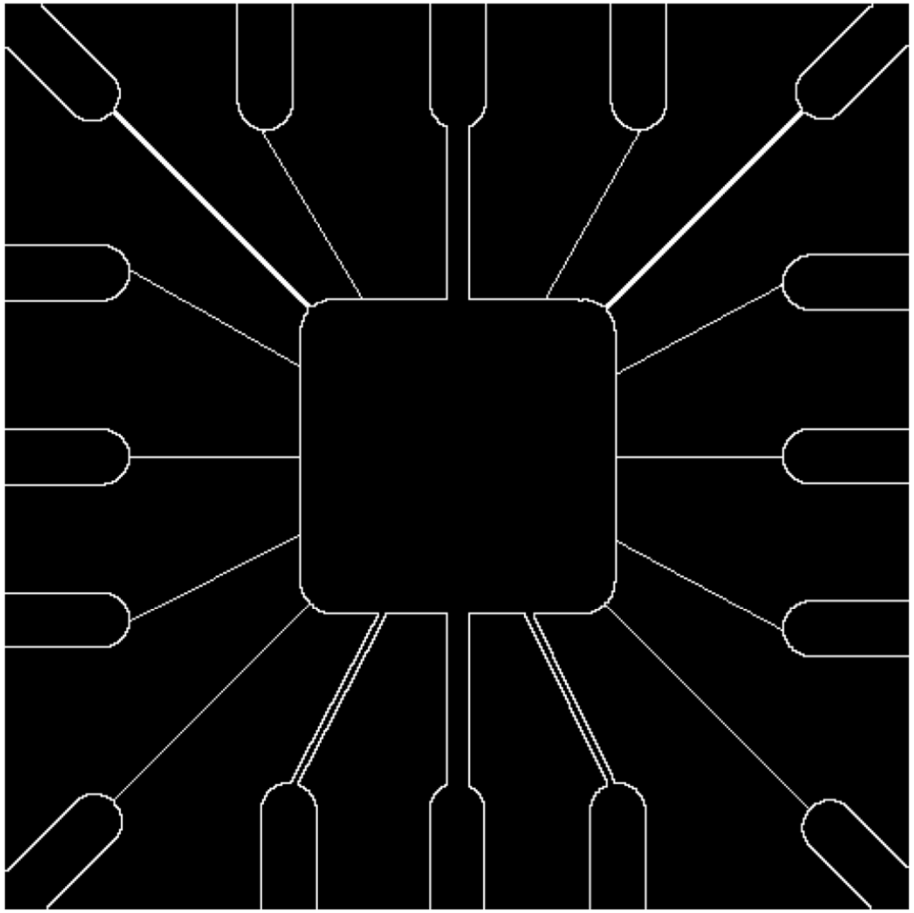
取绝对值

举例

线太粗



取绝对值

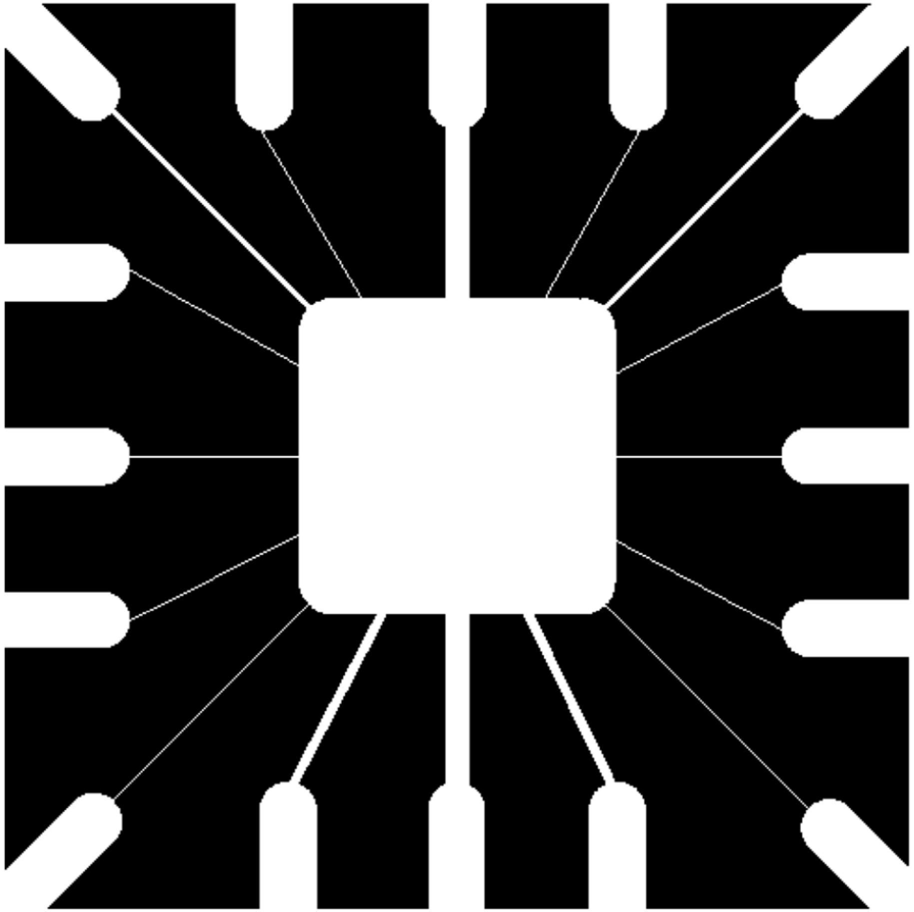


保留正数

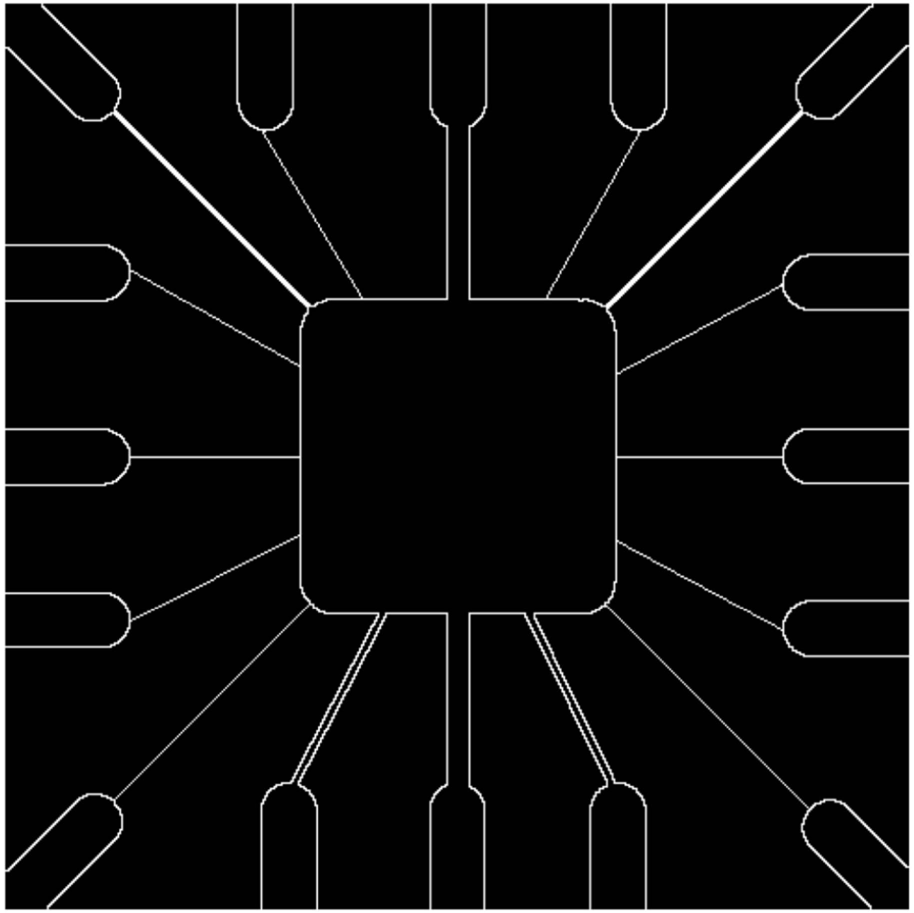
举例

宽线中间产生0值山谷

宽线最好被当做区域



原图



保留正数

检测特定方向的线

特定方向，
权重更大

检测水平线

−1	−1	−1
2	2	2
−1	−1	−1

检测+45°线

2	−1	−1
−1	2	−1
−1	−1	2

检测垂直线

−1	2	−1
−1	2	−1
−1	2	−1

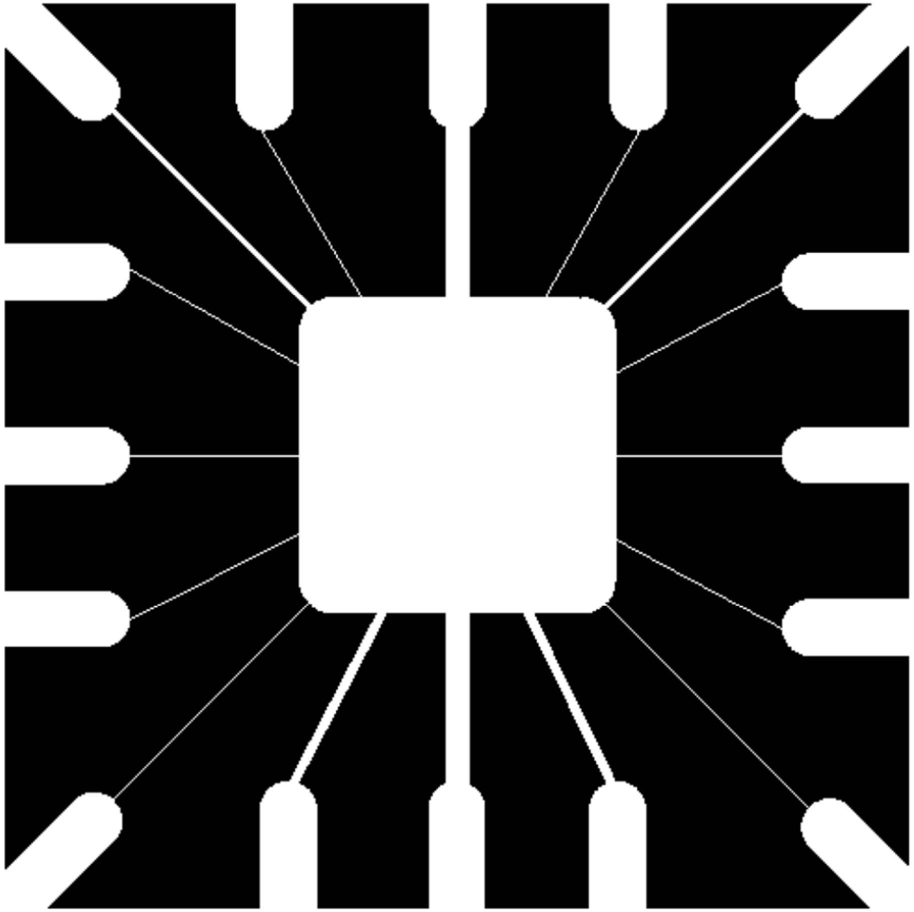
检测−45°线

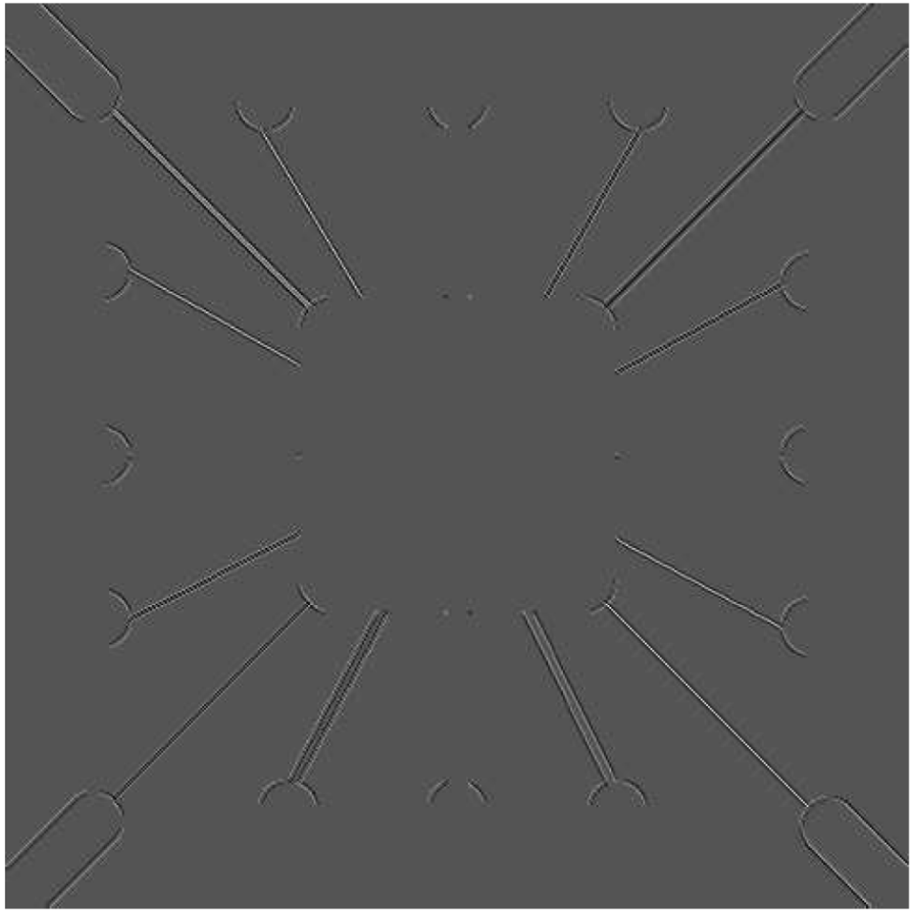
−1	−1	2
−1	2	−1
2	−1	−1

举例

检测
+45°线

2	−1	−1
−1	2	−1
−1	−1	2

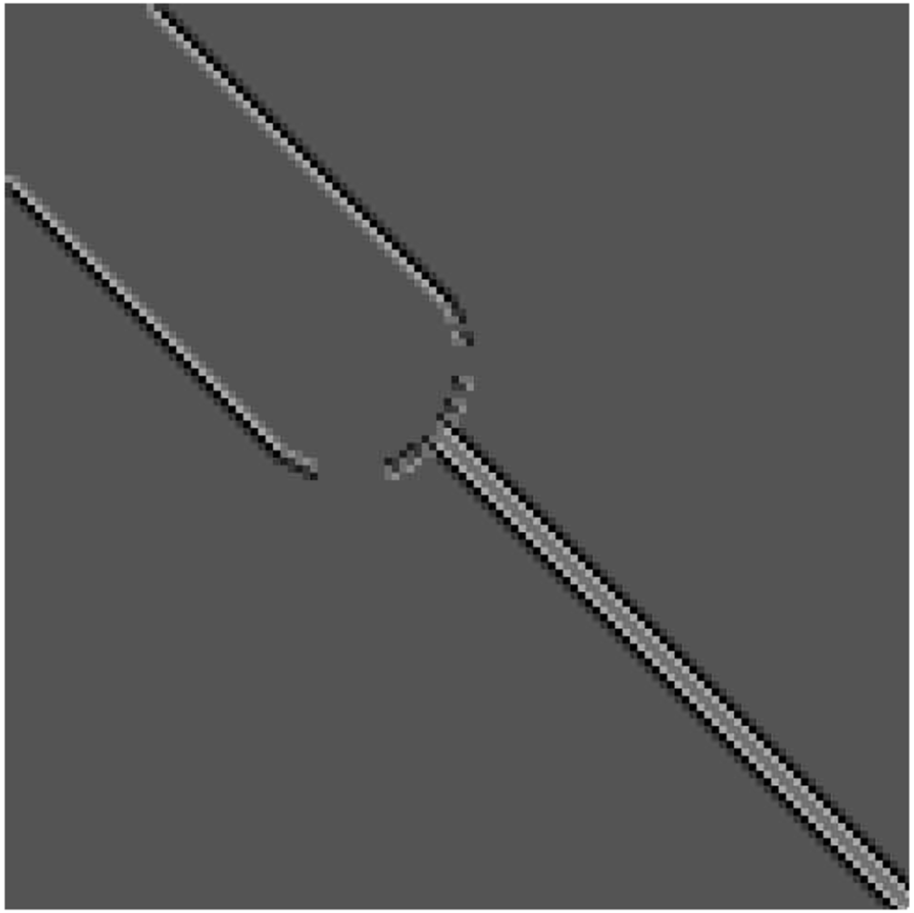




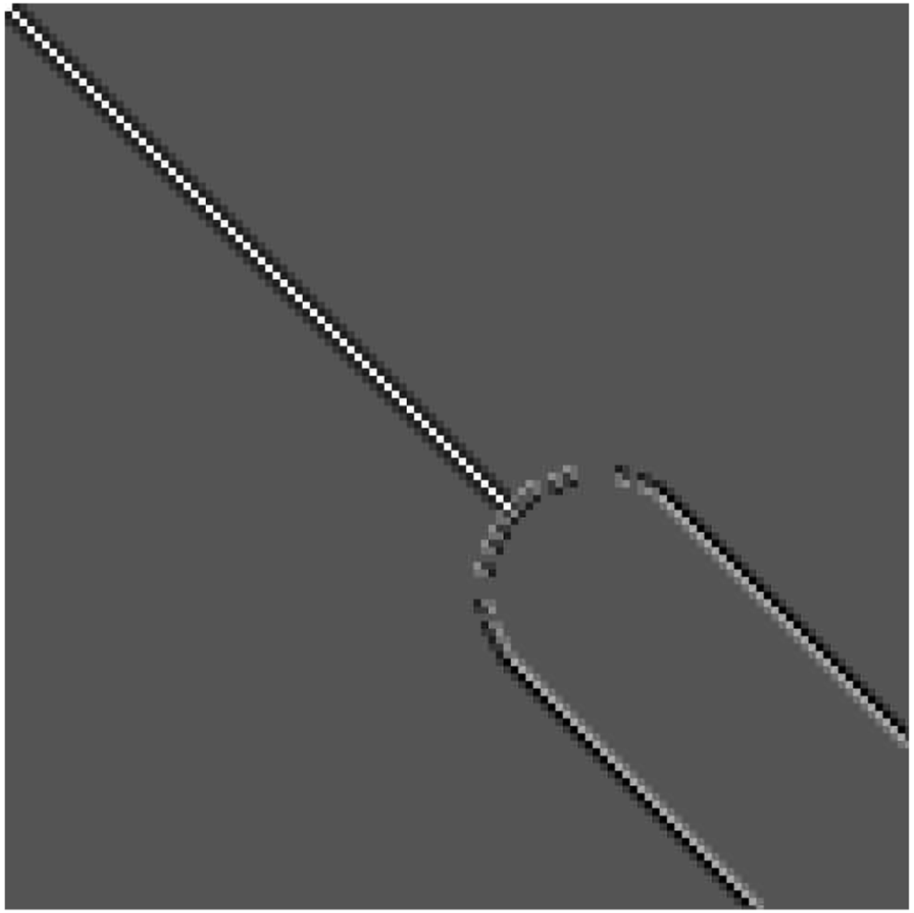
举例

右下方的细线更亮！

左上角放大的图



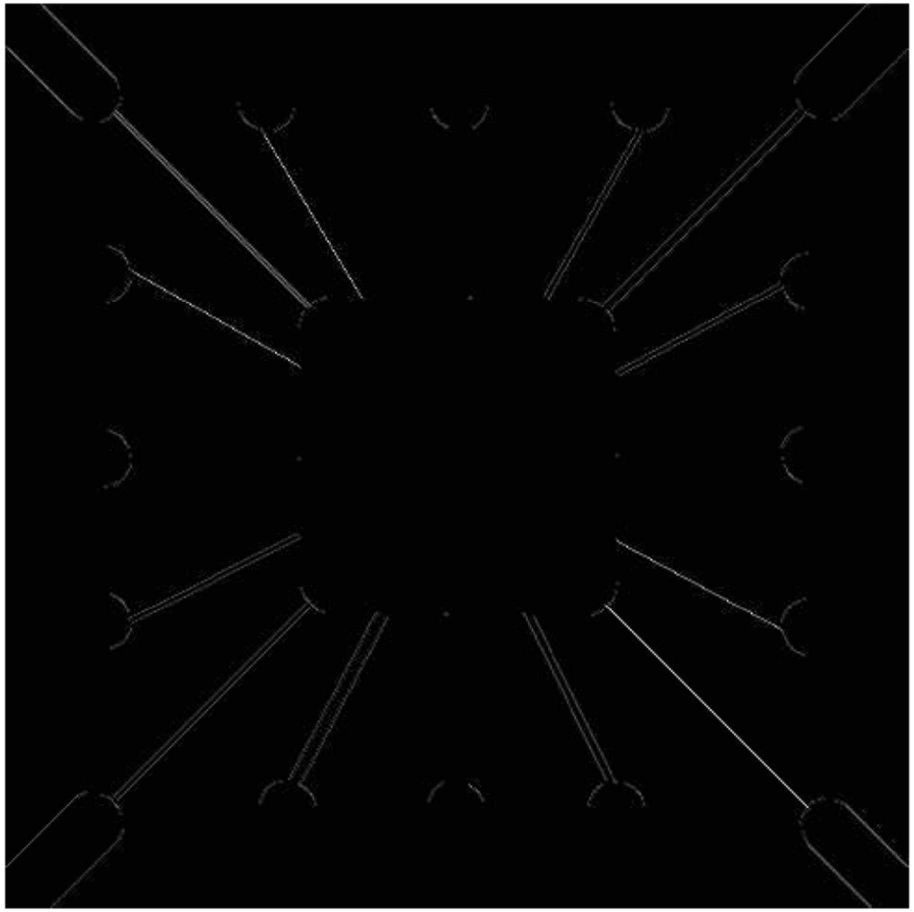
右下角放大的图



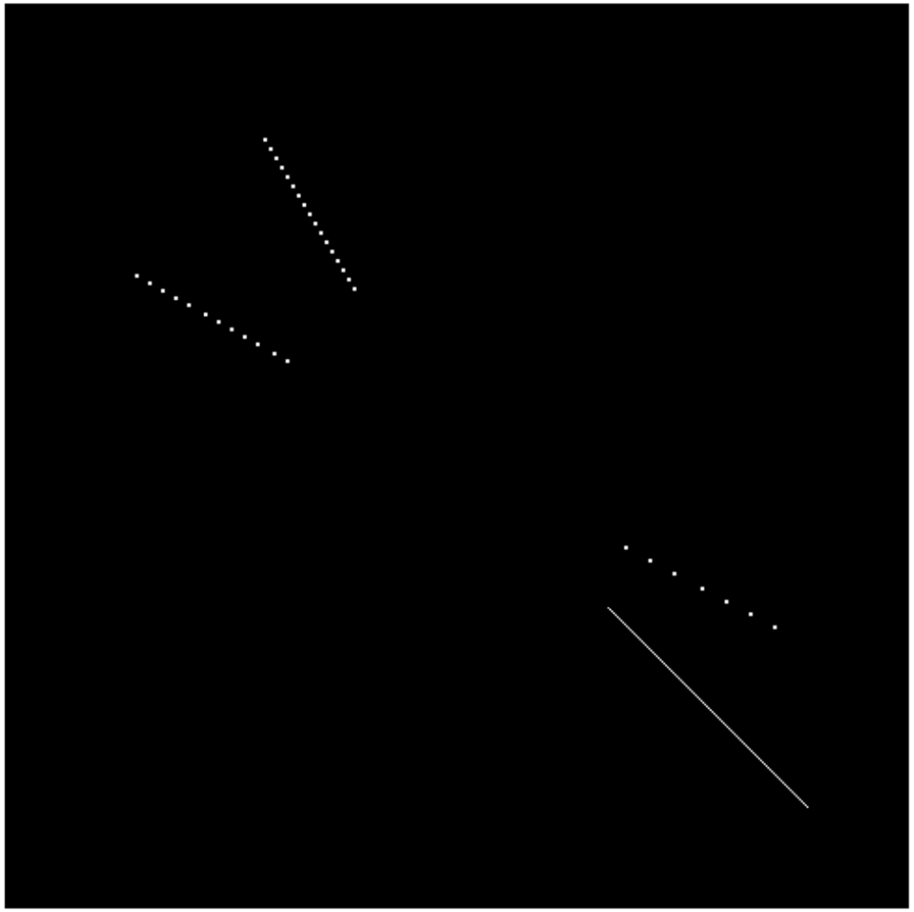
举例

可以继续应用
孤立点检测

保留正数



保留最大值



提纲

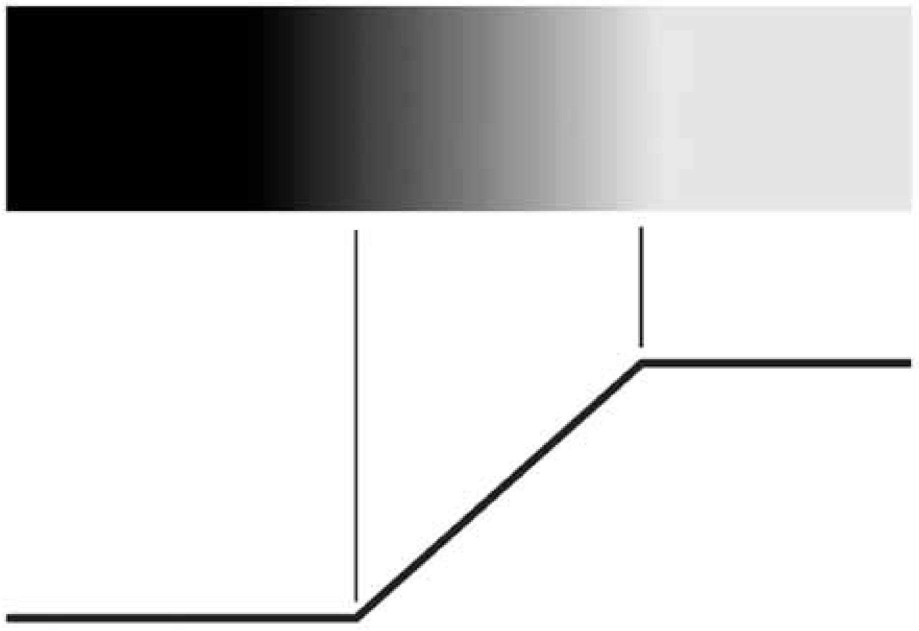
- 基础知识
- 点、线、边缘检测
  - 背景知识
  - 孤立点的检测
  - 线检测
  - 边缘模型
  - 基本边缘检测
  - 高级边缘检测

边缘模型

- 台阶边缘（Step Edge）
  - 1个像素距离上发生灰度级的理想过渡
  - 经常出现在计算机生成的图像中

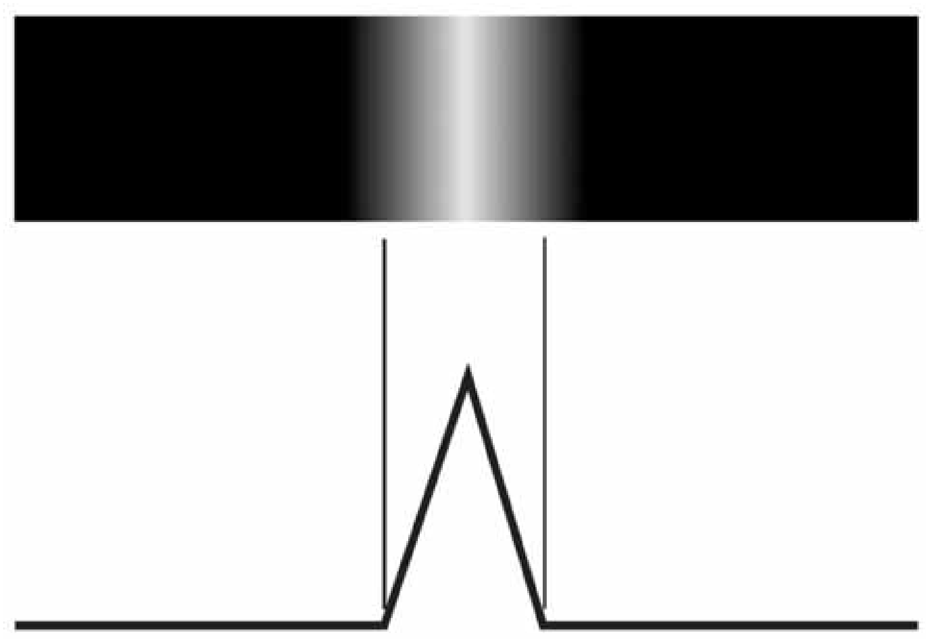
边缘模型

- 斜坡边缘（Ramp Edge）
  - 实际边缘通常是模糊（聚焦机制）、有噪声（电子器件）
  - 斜率与模糊程度成反比



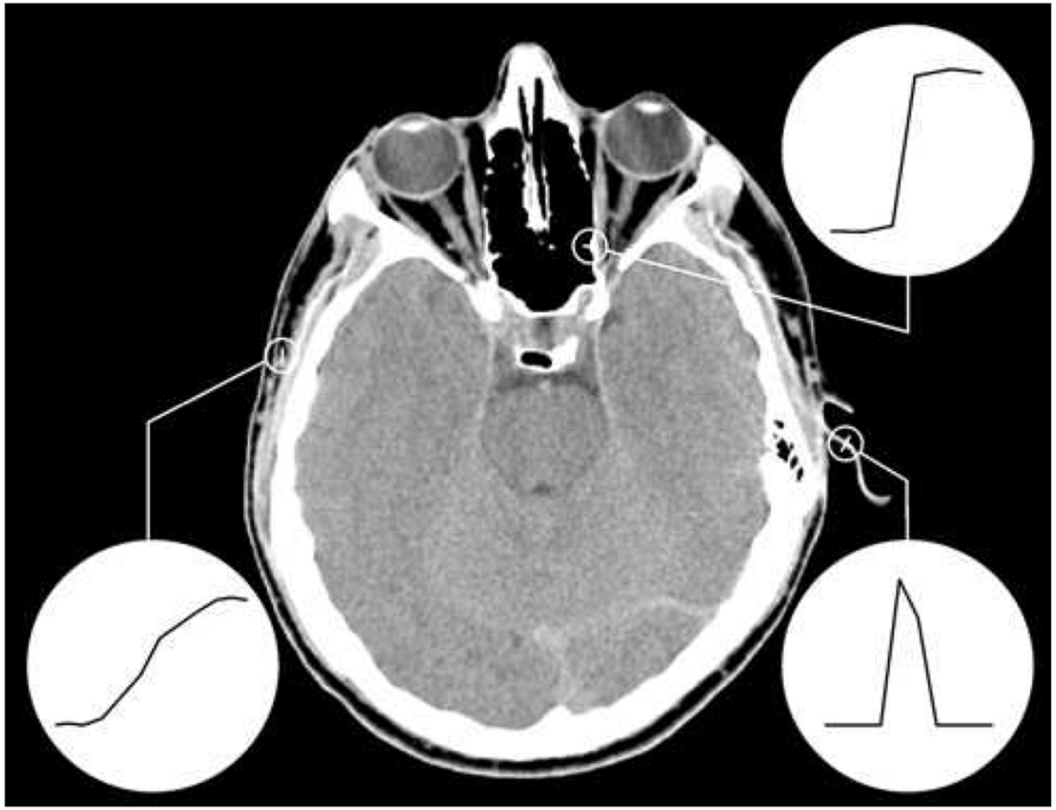
边缘模型

- 屋顶边缘（Roof Edge）
  - 表示穿过区域的线
  - 出现在数字化的线条图、卫星图像中的道路



举例

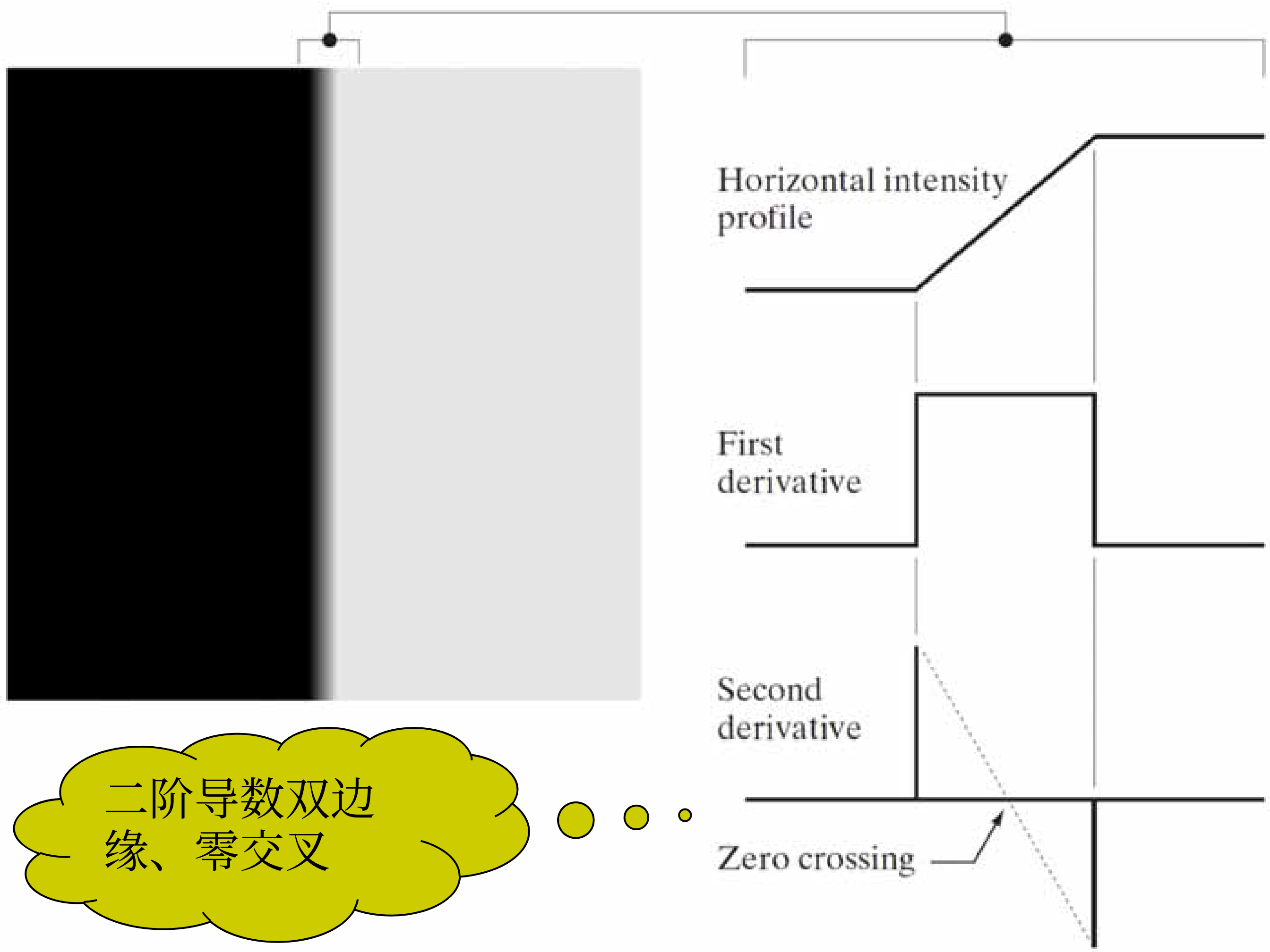
- 三种边缘通常同时出现
  - 陡峭的斜坡通常被认为是台阶



举例

1、一阶导数的大小用来检测某像素处是否存在边缘
2、二阶导数的符号用来确定一个边缘像素位于亮或暗区域

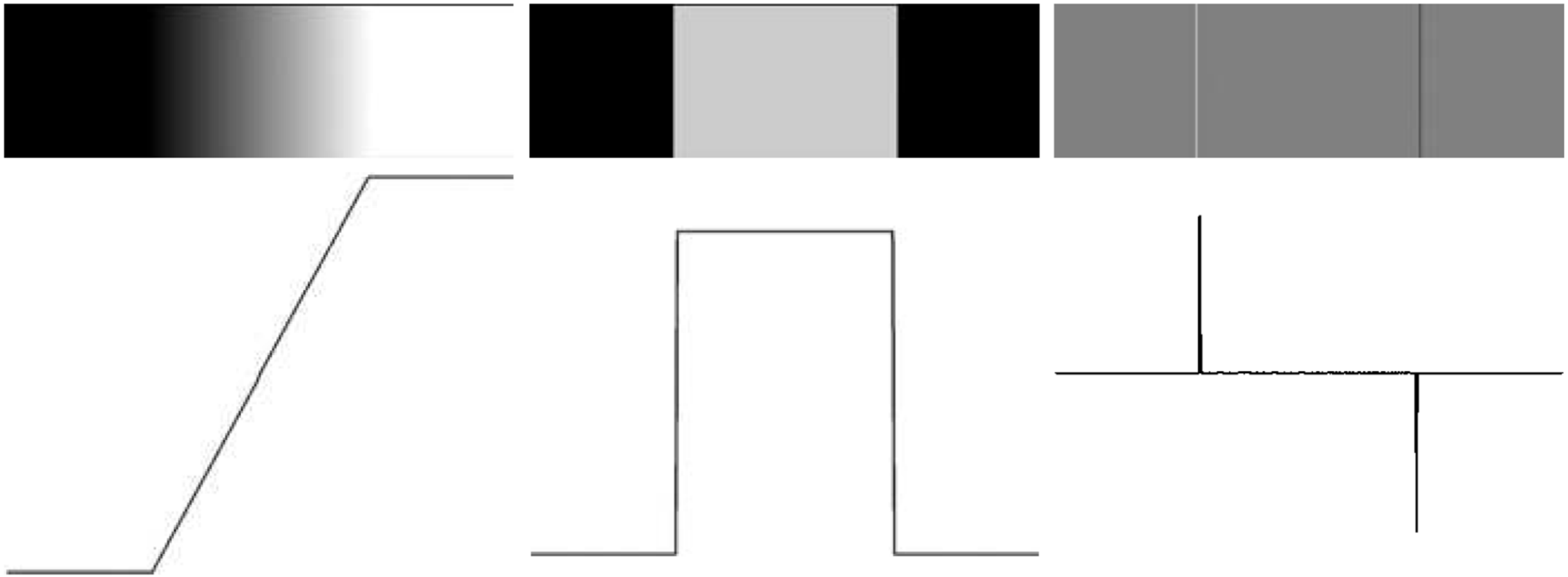
- 斜坡边缘



二阶导数双边缘、零交叉

存在噪声的边缘

- 无噪声的情况

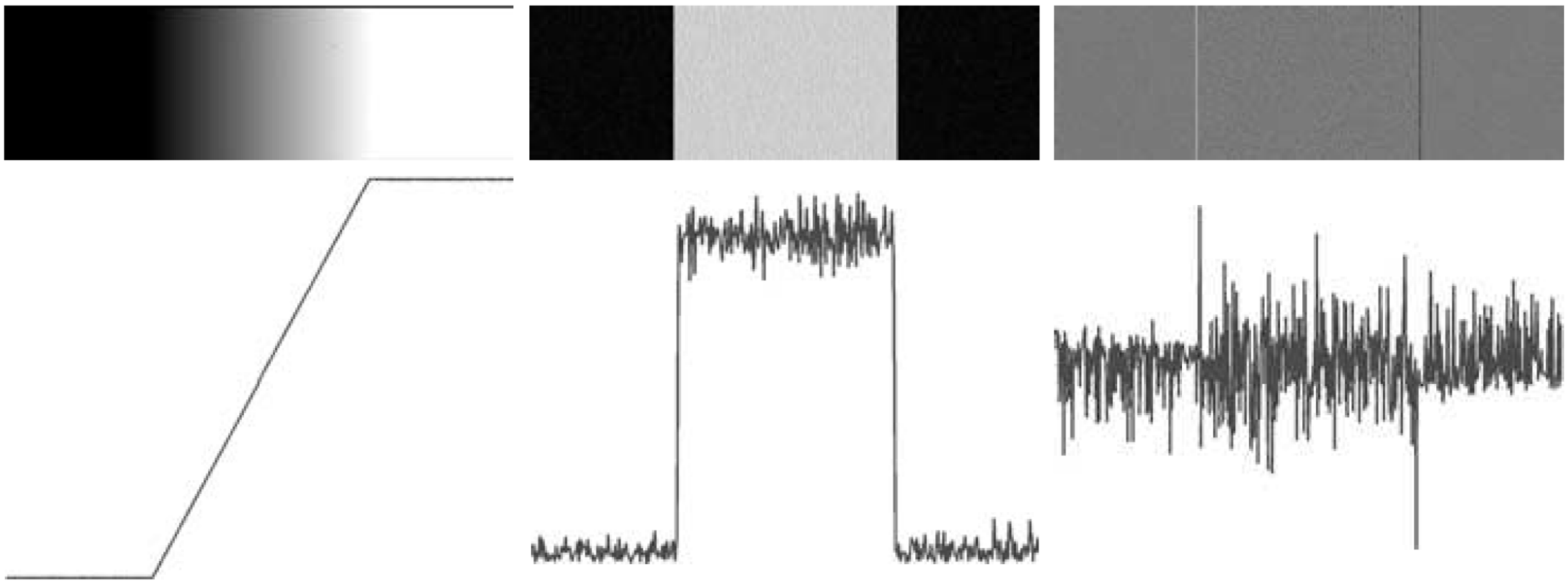


灰度图　　一阶导数　　二阶导数

存在噪声的边缘

1、视觉上噪声并不明显
2、噪声对导数影响很大
3、二阶导数更敏感

- 均值为0，标准差为0.1的高斯噪声

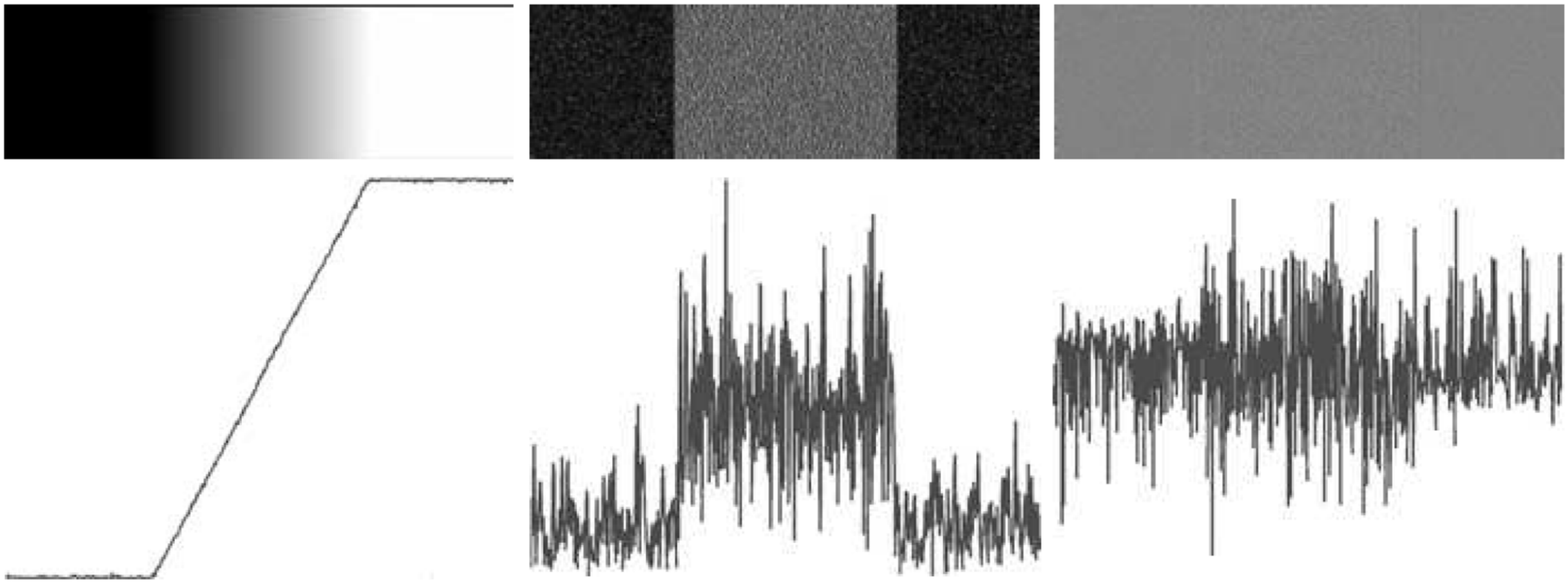


灰度图　　一阶导数　　二阶导数

存在噪声的边缘

1、视觉上噪声并不明显
2、噪声对导数影响很大
3、二阶导数无法辨认

- 均值为0，标准差为1的高斯噪声

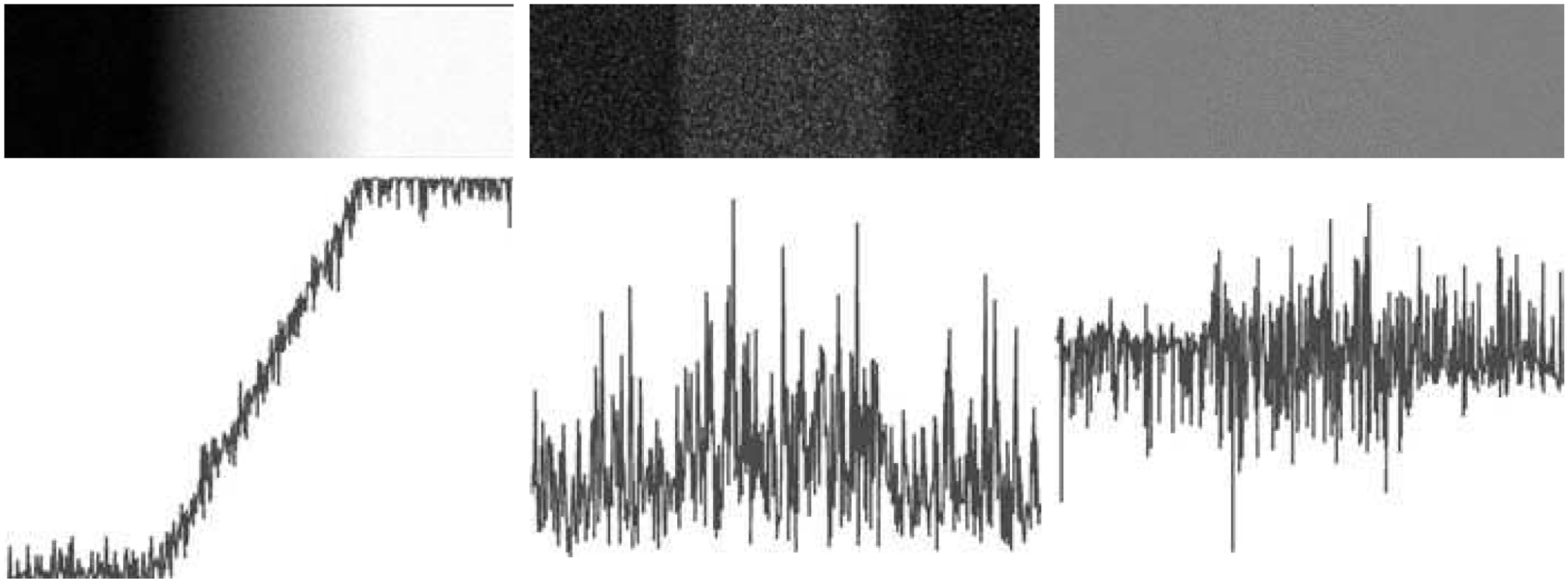


灰度图　　一阶导数　　二阶导数

存在噪声的边缘

1、视觉上噪声并不明显
2、噪声对导数影响很大
3、导数无法辨认

- 均值为0，标准差为10的高斯噪声

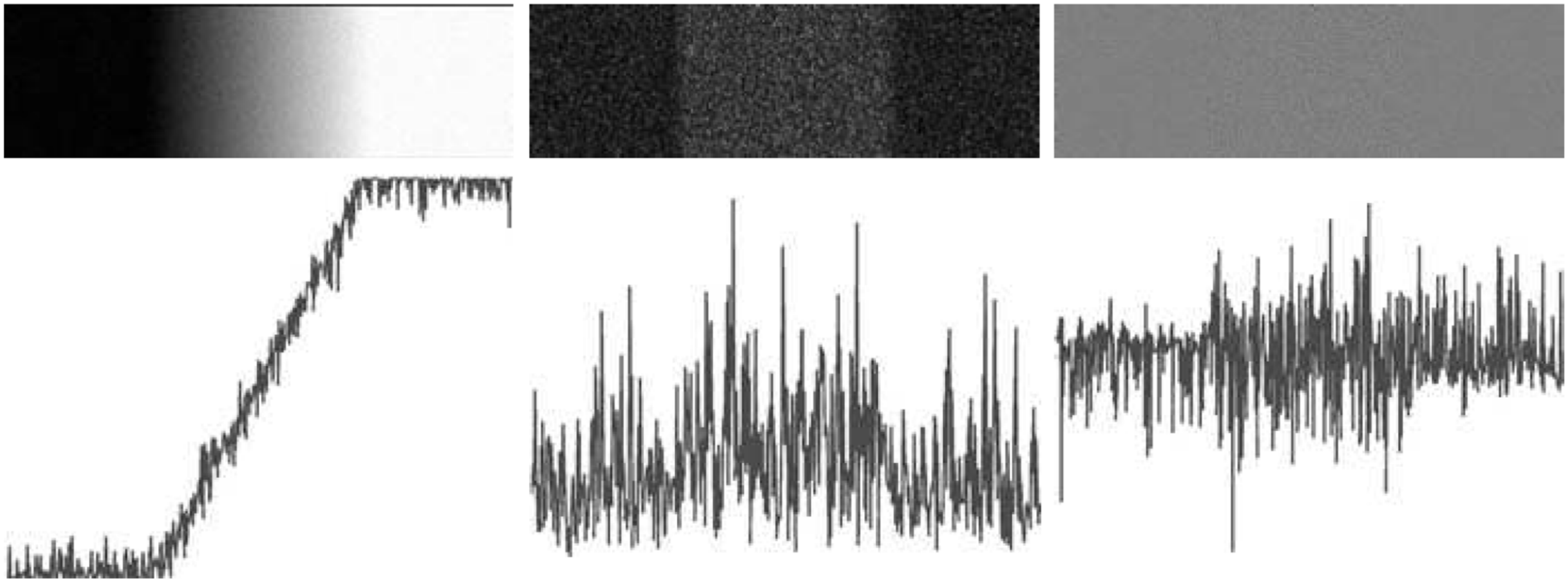


灰度图　　一阶导数　　二阶导数

存在噪声的边缘

存在噪声时，图像平滑很必要

- 均值为0，标准差为10的高斯噪声



灰度图　　一阶导数　　二阶导数

边缘检测的三个基本步骤

1. 为降噪对图像进行平滑处理
   - 导数对噪声敏感
2. 边缘点的检测
   - 抽取所有的潜在边缘点
3. 边缘定位
   - 选出真正的边缘点

提纲

- 基础知识
- 点、线、边缘检测
  - 背景知识
  - 孤立点的检测
  - 线检测
  - 边缘模型
  - 基本边缘检测
  - 高级边缘检测

图像梯度及其性质

- 利用梯度的大小
  - 梯度：最大变化率的方向
    - 线性算子

$$\nabla f \equiv \mathrm{grad}(f) \equiv \begin{bmatrix} g_x \\ g_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial f}{\partial x} \\ \dfrac{\partial f}{\partial y} \end{bmatrix}$$

  - 大小
    - 非线性

$$M(x, y) = \mathrm{mag}(\nabla f) = \sqrt{g_x^2 + g_y^2}$$

  - 方向

$$\alpha(x, y) = \tan^{-1}\left[\frac{g_y}{g_x}\right]$$

  - 边缘的方向与梯度正交

图像梯度及其性质

- 利用梯度的大小
  - 梯度：最大变化率的方向
    - 线性算子

$$\nabla f \equiv \operatorname{grad}(f) \equiv \begin{bmatrix} g_x \\ g_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial f}{\partial x} \\ \dfrac{\partial f}{\partial y} \end{bmatrix}$$

  - 大小（近似计算）
    - 计算简单

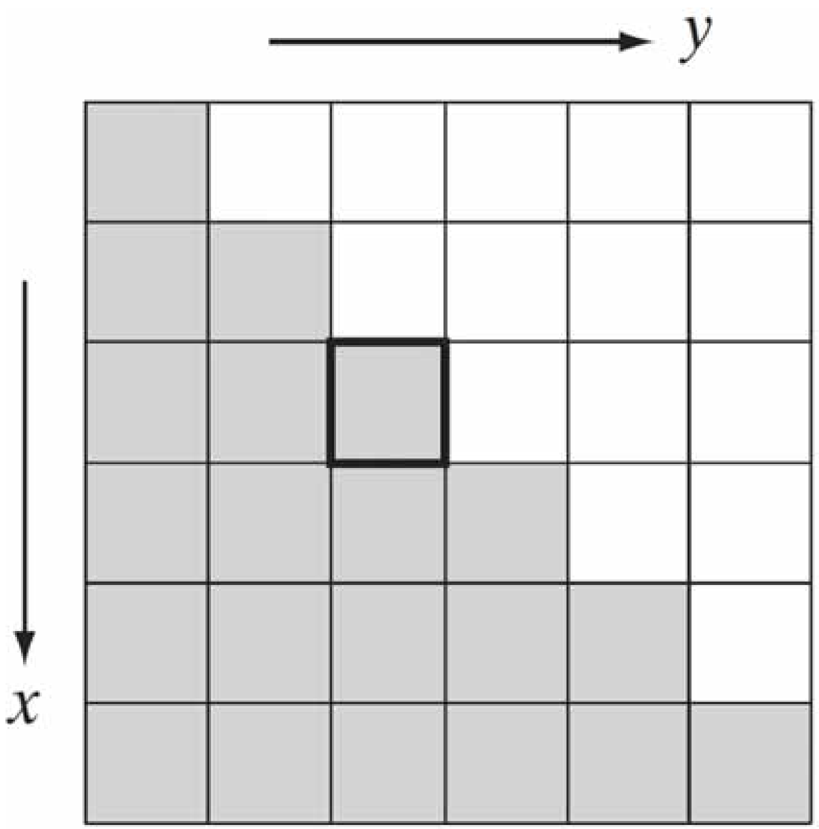
$$M(x, y) \approx |g_x| + |g_y|$$

  - 方向

$$\alpha(x, y) = \tan^{-1}\left[\frac{g_y}{g_x}\right]$$

  - 边缘的方向与梯度正交

举例

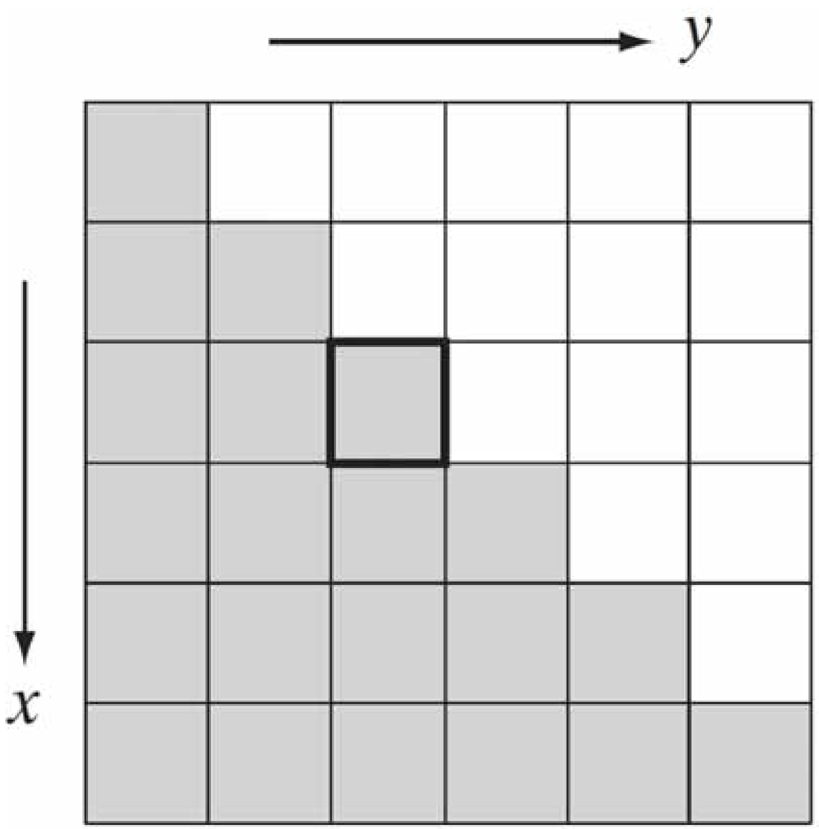


−1	−1	−1
0	0	0
1	1	1

−1	0	1
−1	0	1
−1	0	1

梯度计算模板

举例

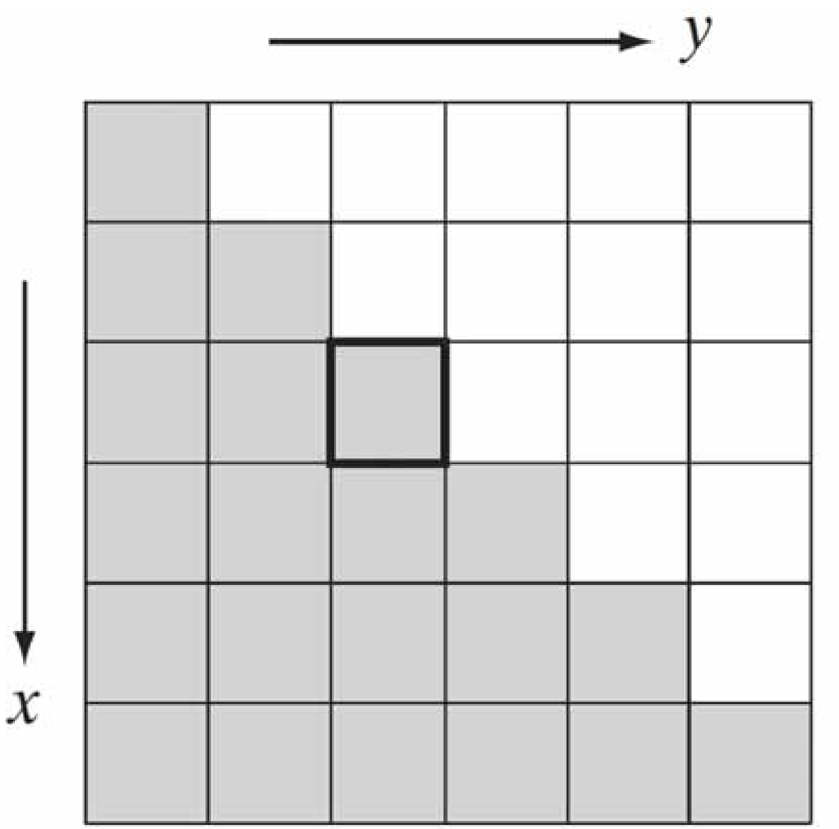


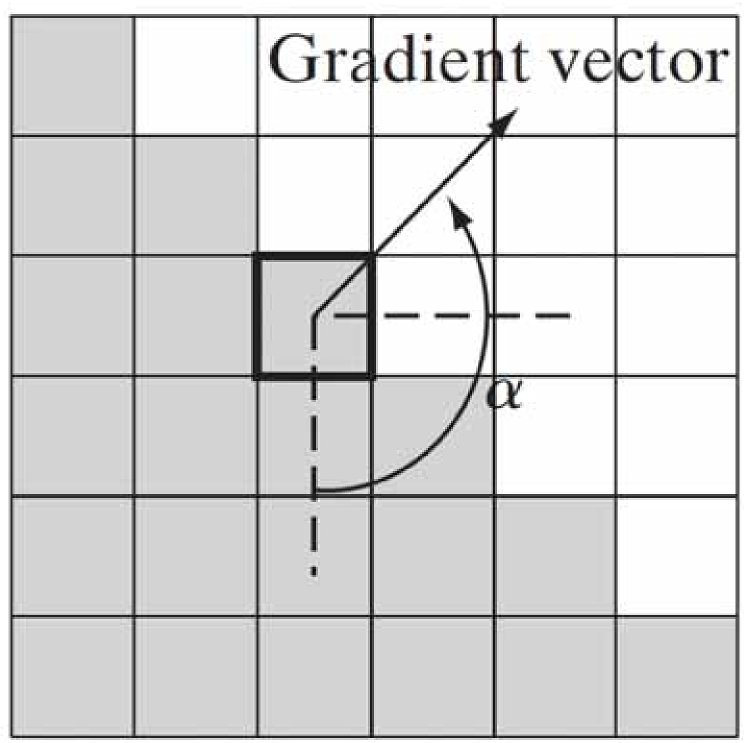
$$\nabla f = \begin{bmatrix} g_x \\ g_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial f}{\partial x} \\ \dfrac{\partial f}{\partial y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$M(x, y) = 2\sqrt{2}$$

$$\alpha(x, y) = \tan^{-1}(g_y/g_x) = -45^\circ$$

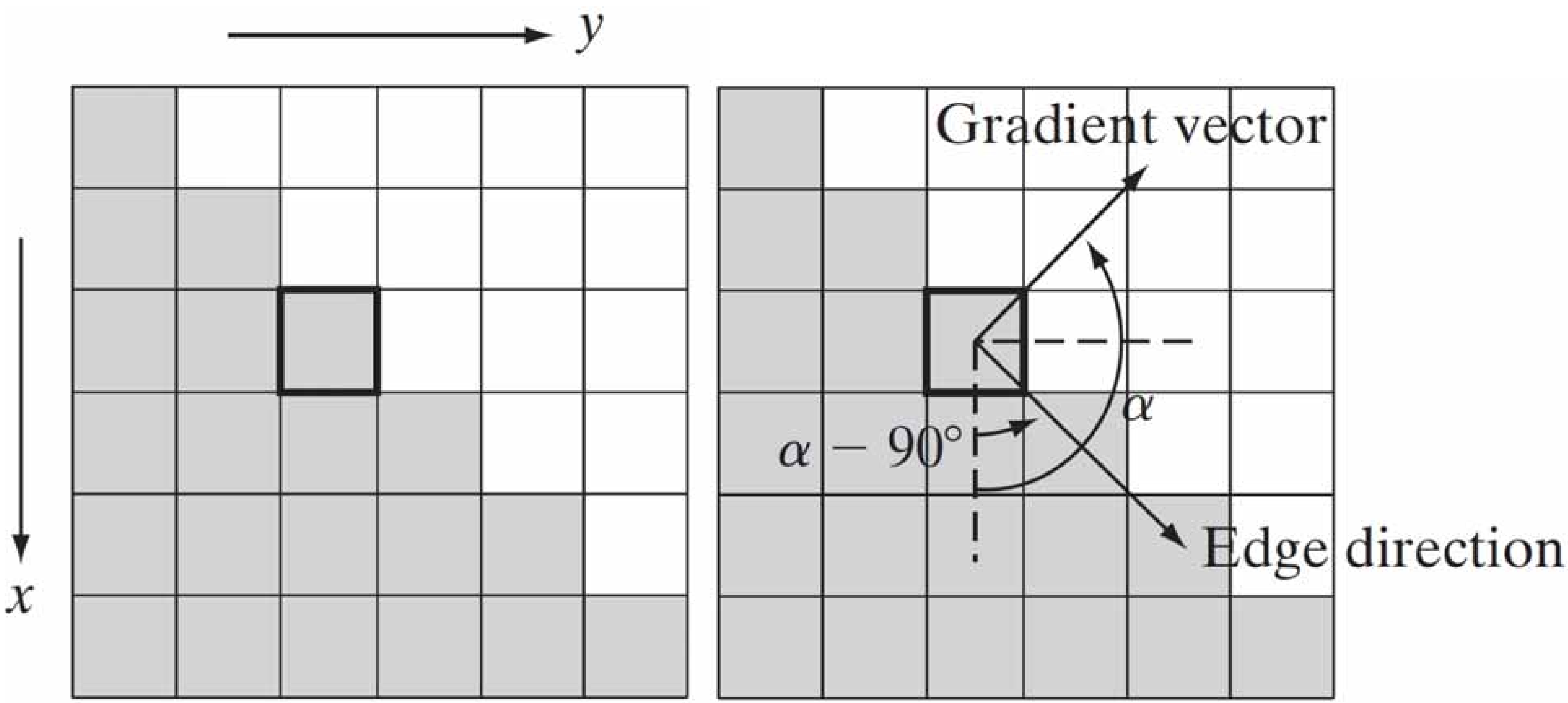
举例





举例

梯度向量也被称为边缘法线（Edge Normal）



梯度算子

- 离散近似

$$g_x = \frac{\partial f(x, y)}{\partial x} = f(x+1, y) - f(x, y)$$

$$g_y = \frac{\partial f(x, y)}{\partial y} = f(x, y+1) - f(x, y)$$

  - 1维模板

−1
1

−1	1

梯度算子

- 罗伯特交叉梯度算子
  - 考虑对角方向

$$g_x = \frac{\partial f}{\partial x} = (z_9 - z_5)$$

$$g_y = \frac{\partial f}{\partial y} = (z_8 - z_6)$$

z_1	z_2	z_3
z_4	z_5	z_6
z_7	z_8	z_9

  - 2维模板

−1	0
0	1

0	−1
1	0

Roberts

梯度算子

- 普鲁伊特（Prewitt）算子
  - 关于中心点对称

$$g_x = \frac{\partial f}{\partial x} = (z_7 + z_8 + z_9) - (z_1 + z_2 + z_3)$$

$$g_y = \frac{\partial f}{\partial y} = (z_3 + z_6 + z_9) - (z_1 + z_4 + z_7)$$

z_1	z_2	z_3
z_4	z_5	z_6
z_7	z_8	z_9

  - 2维模板

−1	−1	−1
0	0	0
1	1	1

−1	0	1
−1	0	1
−1	0	1

Prewitt

梯度算子

更加平滑

- Sobel算子
  - 关于中心点对称

$$g_x = \frac{\partial f}{\partial x} = (z_7 + 2z_8 + z_9) - (z_1 + 2z_2 + z_3)$$

$$g_y = \frac{\partial f}{\partial y} = (z_3 + 2z_6 + z_9) - (z_1 + 2z_4 + z_7)$$

z_1	z_2	z_3
z_4	z_5	z_6
z_7	z_8	z_9

  - 2维模板

−1	−2	−1
0	0	0
1	2	1

−1	0	1
−2	0	2
−1	0	1

Sobel

梯度算子

- 强调对角方向的算子

0	1	1
−1	0	1
−1	−1	0

−1	−1	0
−1	0	1
0	1	1

Prewitt

0	1	2
−1	0	1
−2	−1	0

−2	−1	0
−1	0	1
0	1	2

Sobel

举例

- 基于Sobel算子

原图

举例

- 基于Sobel算子

原图

$|g_x|$

举例

- 基于Sobel算子

原图

$|g_y|$

举例

- 基于Sobel算子

称为边缘图（Edge Map）

原图

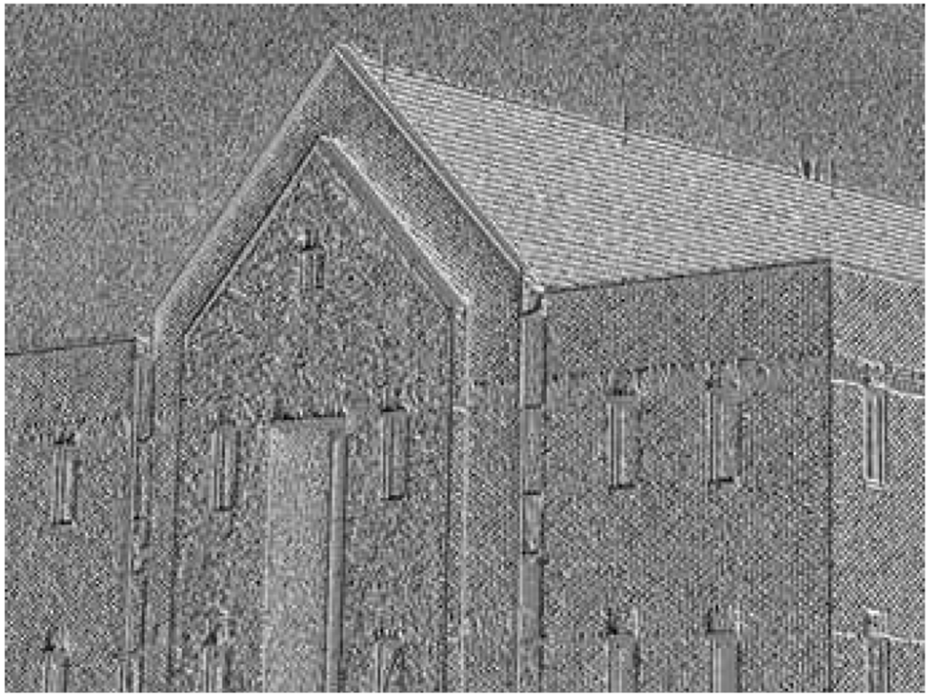
$|g_x| + |g_y|$

举例

- 基于Sobel算子

1、相对而言不是很有用
2、常数区域表示梯度方向一样

原图

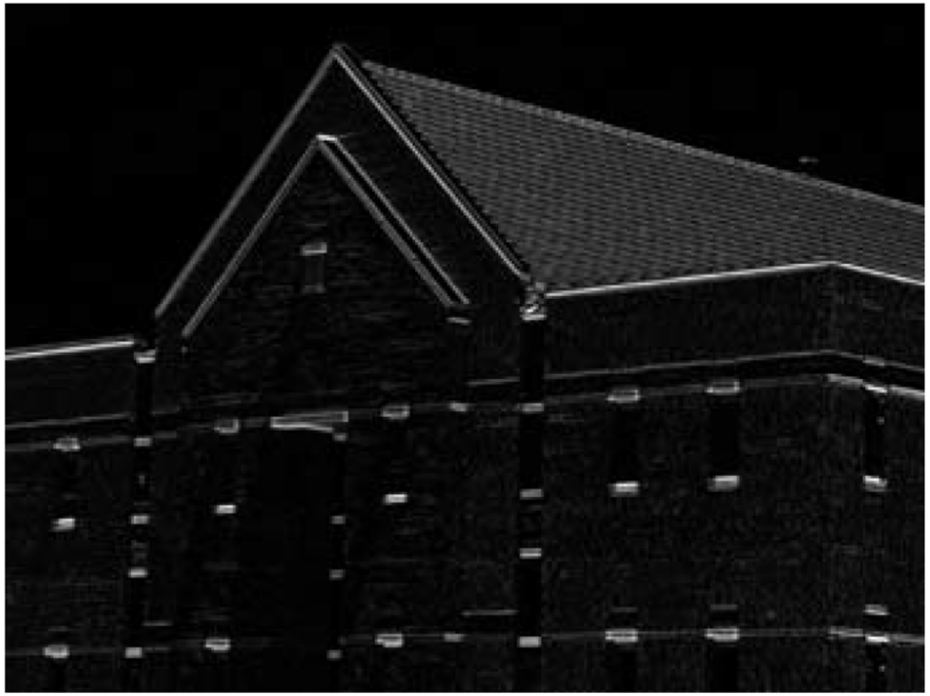


角度

举例

- 去掉砖块的影响

平滑后的图像



$|g_x|$

举例

- 去掉砖块的影响

平滑后的图像

$|g_y|$

举例

- 去掉砖块的影响

平滑后的图像

$|g_x| + |g_y|$

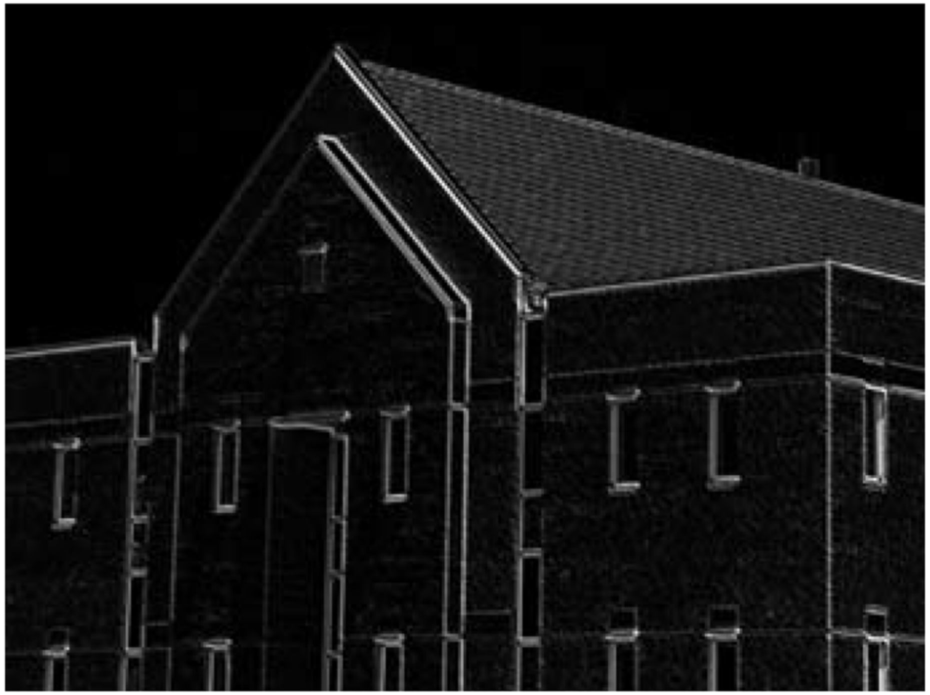
举例

- 强调对角线上的边缘

0	1	2
−1	0	1
−2	−1	0

−2	−1	0
−1	0	1
0	1	2

Sobel



阈值化

- 保留超过最大值33%的像素
  - 初始图像未平滑处理

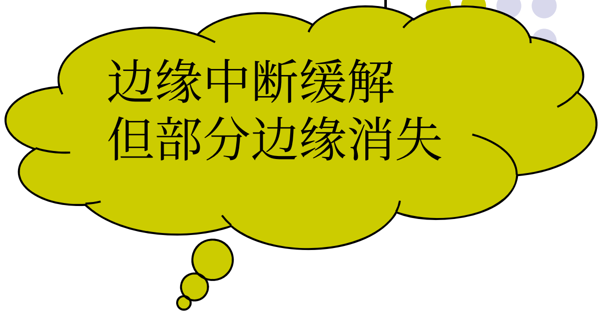
边缘出现中断

$|g_x| + |g_y|$

阈值化

阈值化

- 保留超过最大值33%的像素
  - 初始图像平滑处理



$|g_x| + |g_y|$

阈值化

提纲

- 基础知识
- 点、线、边缘检测
  - 背景知识
  - 孤立点的检测
  - 线检测
  - 边缘模型
  - 基本边缘检测
  - 高级边缘检测

高级边缘检测

- 基本边缘检测
  - 没有考虑边缘的性质
  - 没有考虑噪声模型
- Marr-Hildreth边缘检测器
- 坎尼（Canny）边缘检测器

Marr-Hildreth边缘检测器

1. 灰度变化和图像尺度有关
   - 需要用不同尺寸的算子
2. 灰度变化会影响导数
   - 一阶导数出现波峰或波谷
   - 二阶导数出现零交叉

- 理想的检测器具备如下功能
  1. 能够近似1阶或2阶导数
  2. 能够被调整以在不同尺寸上起作用
     - 大的算子检测模糊边缘、小的算子检测细节

Marr-Hildreth边缘检测器

- 滤波器$\nabla^2 G$
  - ∇^2是拉普拉斯算子

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$$

  - G是2维高斯函数

$$G(x, y) = e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}}$$

    - 其中σ是标准差

  - 满足上页两个条件的最佳算子

Marr-Hildreth边缘检测器

- 滤波器$\nabla^2 G$

$$\nabla^2 G(x, y) = \frac{\partial^2 G(x, y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 G(x, y)}{\partial y^2}$$

$$= \frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{-x}{\sigma^2} e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}}\right] + \frac{\partial}{\partial y}\left[\frac{-y}{\sigma^2} e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}}\right]$$

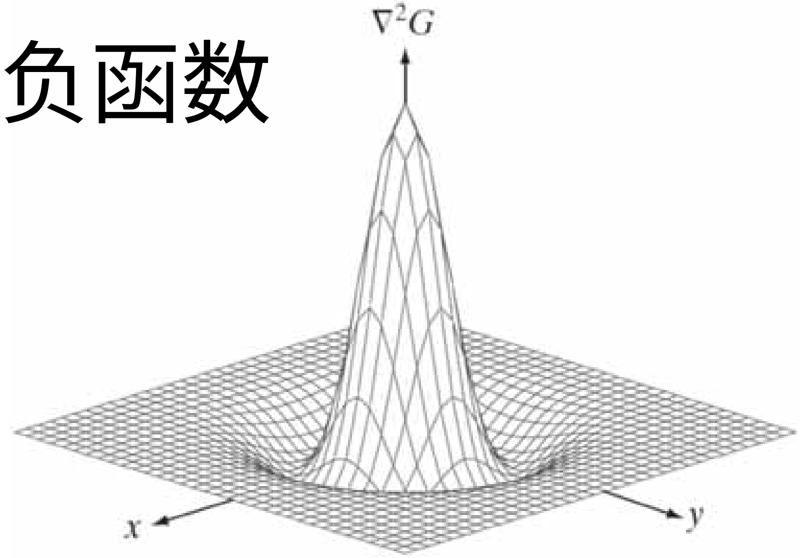
$$= \left[\frac{x^2}{\sigma^4} - \frac{1}{\sigma^2}\right] e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}} + \left[\frac{y^2}{\sigma^4} - \frac{1}{\sigma^2}\right] e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}}$$

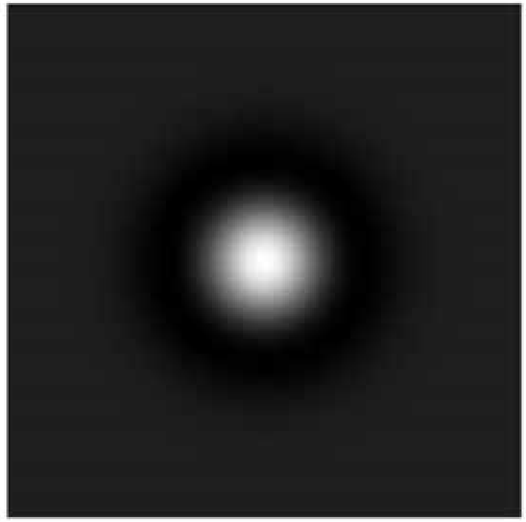
$$= \left[\frac{x^2 + y^2 - 2\sigma^2}{\sigma^4}\right] e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}}$$

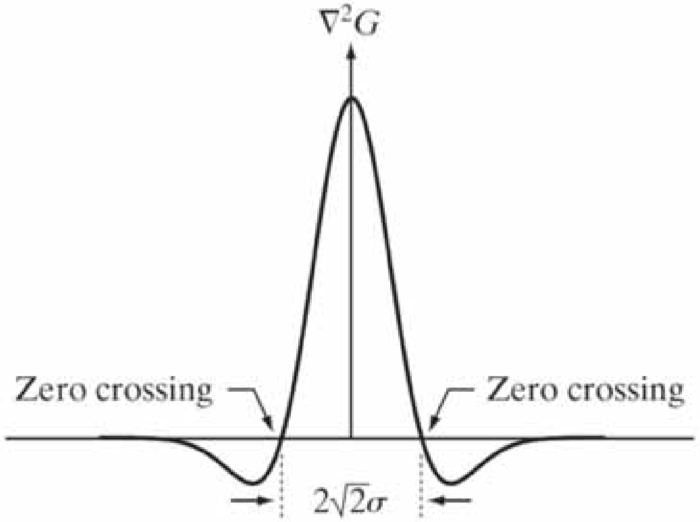
- 高斯的拉普拉斯（LoG）

高斯的拉普拉斯（LoG）

- LoG的负函数





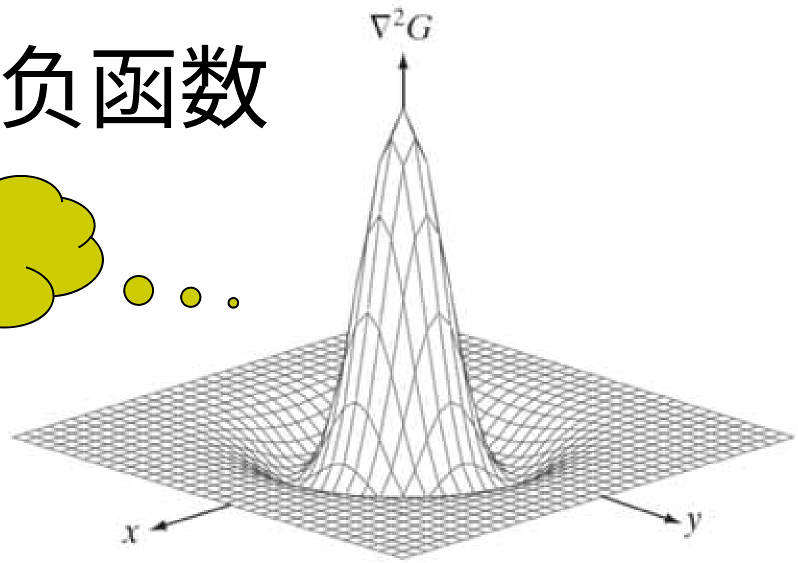


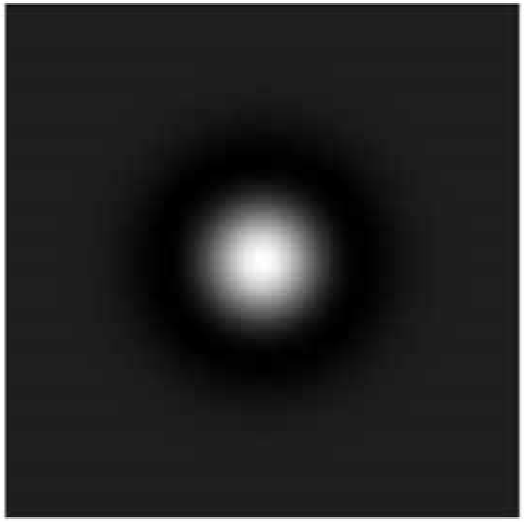
0	0	−1	0	0
0	−1	−2	−1	0
−1	−2	16	−2	−1
0	−1	−2	−1	0
0	0	−1	0	0

高斯的拉普拉斯（LoG）

- LoG的负函数

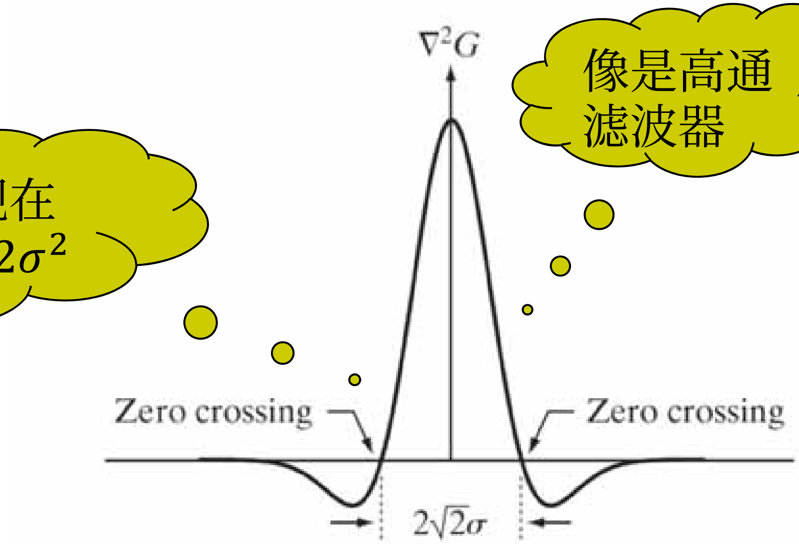
墨西哥草帽算子





像是高通滤波器

零交叉出现在 $x^2 + y^2 = 2\sigma^2$



0	0	−1	0	0
0	−1	−2	−1	0
−1	−2	16	−2	−1
0	−1	−2	−1	0
0	0	−1	0	0

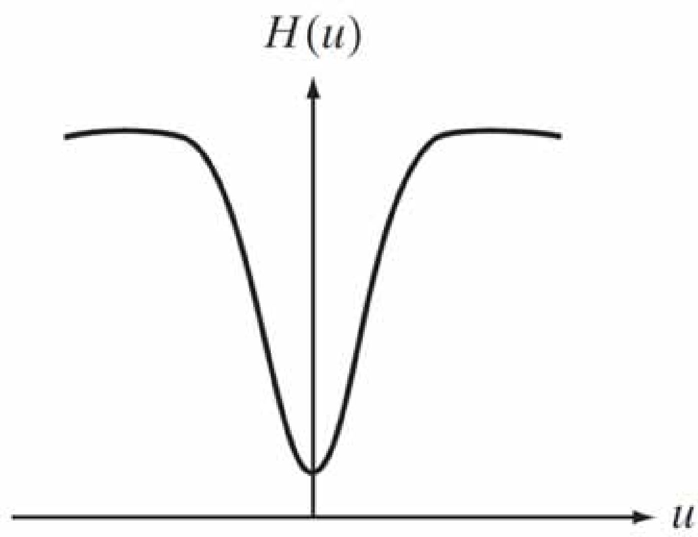
频率域滤波器→空间滤波器

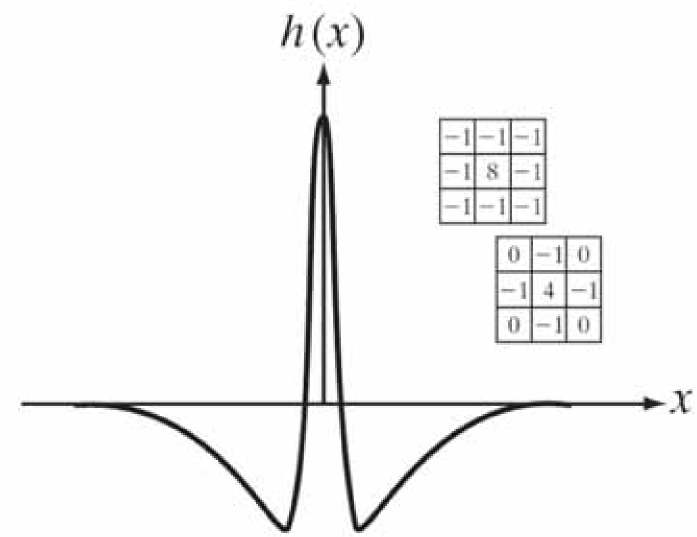
- 利用高斯函数构造高通滤波器

$$H(u) = Ae^{-u^2/2\sigma_1^2} - Be^{-u^2/2\sigma_2^2}$$

- 空间域对应的滤波器

$$h(x) = \sqrt{2\pi}\sigma_1 A e^{-2\pi^2\sigma_1^2 x^2} - \sqrt{2\pi}\sigma_2 B e^{-2\pi^2\sigma_2^2 x^2}$$





高斯的拉普拉斯（LoG）

- 生成不同尺寸的模板

$$\nabla^2 G(x, y) = \left[\frac{x^2 + y^2 - 2\sigma^2}{\sigma^4}\right] e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}}$$

1. 对上式进行采样，得到$n \times n$的模板
2. 缩放系数，保证求和为0

$$G(x, y) = e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}}$$

更加有效

a) 对上式进行采样，得到$n \times n$的模板
b) 与拉普拉斯模板卷积
   - 系数之和自动为0

高斯的拉普拉斯（LoG）

$$\nabla^2 G(x, y) = \left[\frac{x^2 + y^2 - 2\sigma^2}{\sigma^4}\right] e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}}$$

- 优势
  1. 高斯部分会模糊图像
     - 可以去掉尺寸小于σ的细节，比如噪声
  2. 二阶导数
     - 各向同性，对任何方向的变化有相同的相应
     - 符合人的视觉系统

Marr-Hildreth边缘检测器

- 将LoG滤波器和图像卷积

$$g(x, y) = [\nabla^2 G(x, y)] \star f(x, y)$$

  - 寻找零交叉来确定边缘位置

- 等价形式
  - 卷积和二阶导是线性操作

$$g(x, y) = \nabla^2 [G(x, y) \star f(x, y)]$$

1. 先用高斯滤波器平滑图像
2. 再应用拉普拉斯算子

Marr-Hildreth边缘检测器

1. 用$n \times n$的高斯低通滤波器平滑图像
   - 滤波器通过对高斯函数采样得到

$$G(x, y) = e^{-\frac{x^2 + y^2}{2\sigma^2}}$$

n是大于等于6σ的最小奇数

2. 计算上述图像的拉普拉斯

1	1	1
1	−8	1
1	1	1

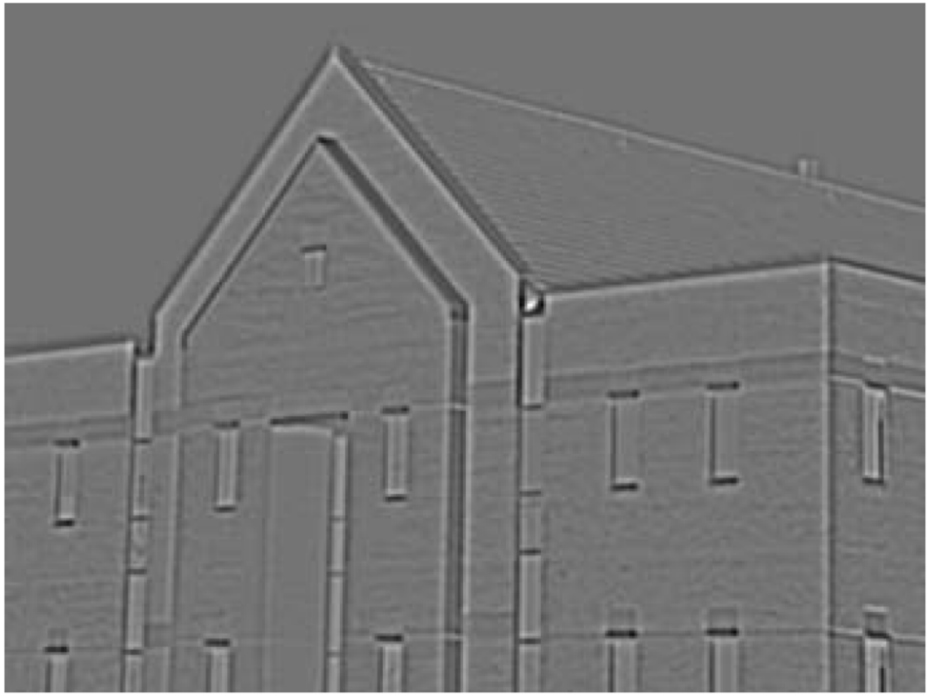
1. 检查某像素两个相对邻域像素的符号（上下、左右、两对角）
2. 符号相反，并且差异大于某阈值

3. 寻找上述结果的零交叉

举例

- Marr-Hildreth边缘检测器

原图



前两步骤的结果

举例

- Marr-Hildreth边缘检测器

产生闭环，“意大利空心粉”效应

零交叉（阈值为0）

举例

- Marr-Hildreth边缘检测器

零交叉（阈值为0）

零交叉（阈值为最大值的4%）

扩展

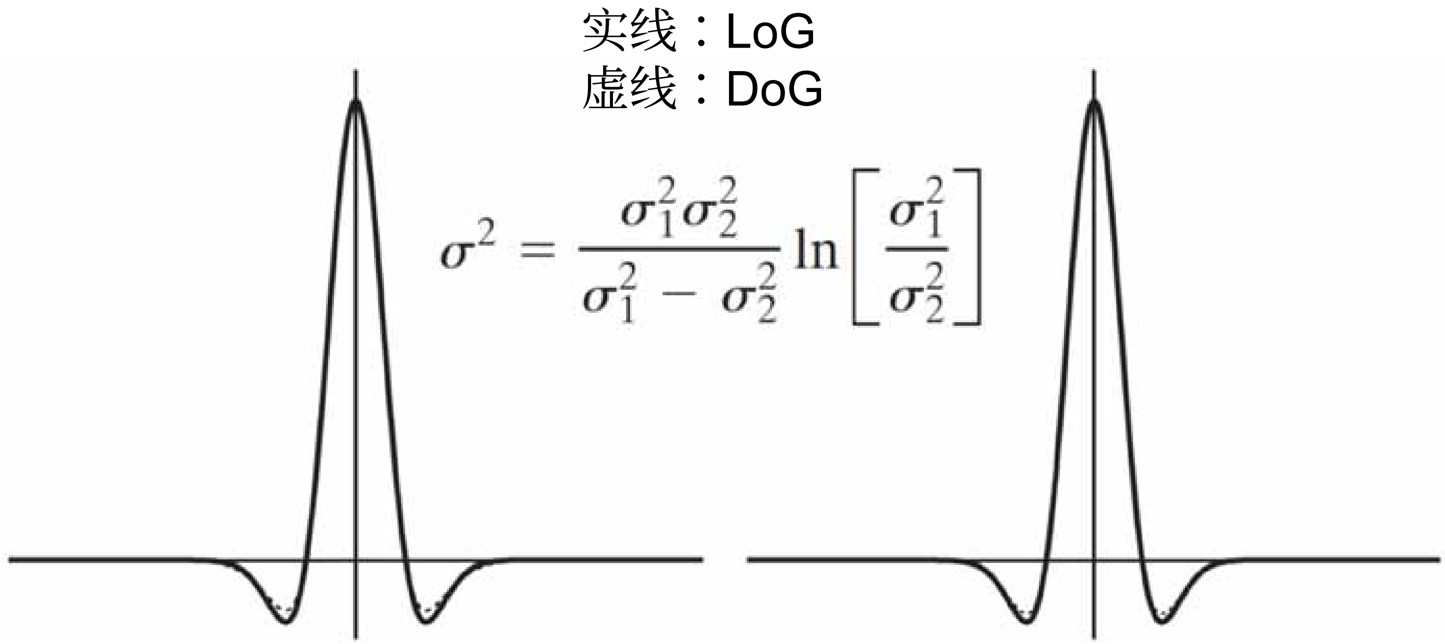
1. 考虑不同的尺度
   - 尝试不同的σ，保留共同的零交叉
2. 使用高斯差分（DOG）来近似LoG

$$\mathrm{DoG}(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma_1^2} e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma_1^2}} - \frac{1}{2\pi\sigma_2^2} e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma_2^2}}$$

- 人视觉系统的某些通道对方向和频率是有选择的（标准差比值为1.75:1）
- 采用1.6:1，可以建模上述现象，并很好地近似LoG

扩展

1. 考虑不同的尺度
   - 尝试不同的σ，保留共同的零交叉
2. 使用高斯差分（DOG）来近似LoG



$$\sigma^2 = \frac{\sigma_1^2 \sigma_2^2}{\sigma_1^2 - \sigma_2^2} \ln\left[\frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}\right]$$

1.75:1

1.6:1

坎尼（Canny）边缘检测器

1. 低错误率
   - 所有边缘都被找到，并且没有伪响应
2. 边缘点应被很好地定位
   - 已定位的边缘必须尽可能接近真实边缘
3. 单一的边缘点响应
   - 对每个真实边缘点，检测器仅返回1个点

坎尼（Canny）边缘检测器

- 数学分析
  - 考虑加性高斯白噪声污染的1维台阶边缘
  - 高斯一阶导数是近似最优的检测器
- 拓展到二维情况
  - 挑战：边缘可能是任意方向
  - 使用二维高斯函数
  - 基于梯度寻找边缘的方向

坎尼（Canny）边缘检测器

1. 高斯函数平滑输入图像f

$$f_s(x, y) = G(x, y) \star f(x, y)$$

- 其中

$$G(x, y) = e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}}$$

2. 计算图像f_s的梯度

- 梯度大小 $M(x, y) = \sqrt{g_x^2 + g_y^2}$

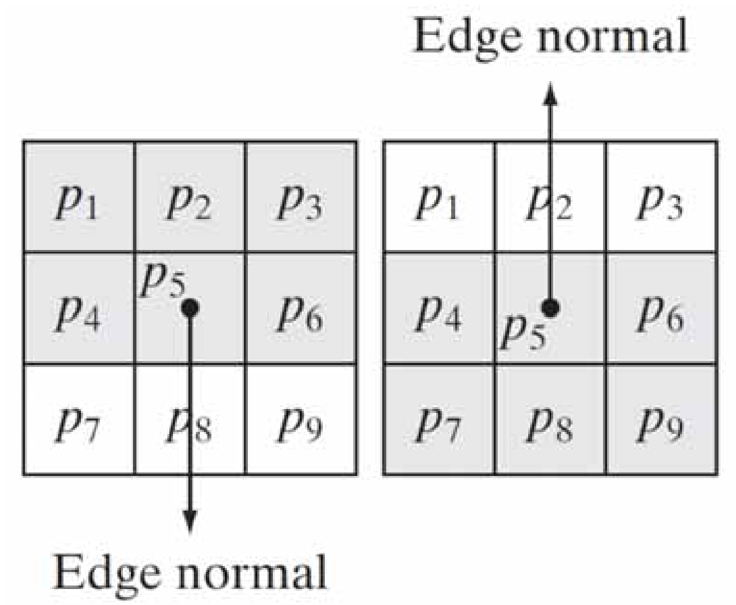
- 梯度方向 $\alpha(x, y) = \tan^{-1}\left[\frac{g_y}{g_x}\right]$

- 其中$g_x = \partial f_s/\partial x,\ g_y = \partial f_s/\partial y$

坎尼（Canny）边缘检测器

3. 非最大抑制
   - 目的：把梯度生成的粗边缘变细
   - 指定梯度（边缘法线）的多个离散方向
     - 4种边缘：水平、垂直、+45°、 −45°

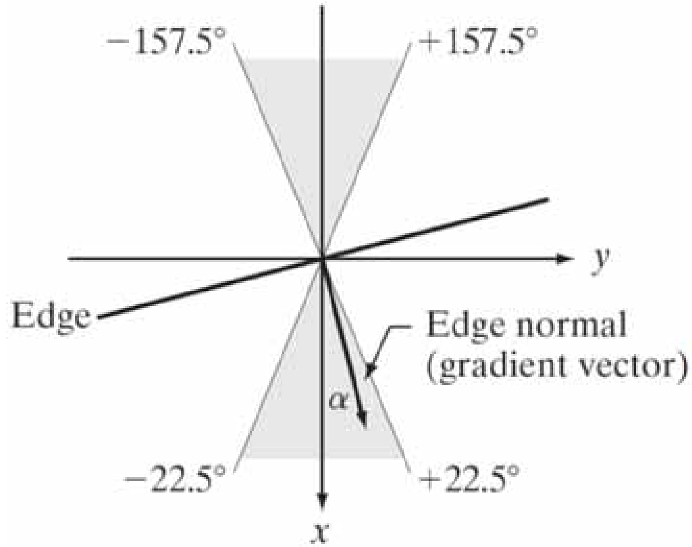
水平边缘的
两种梯度方向



坎尼（Canny）边缘检测器

3. 非最大抑制
   - 目的：把梯度生成的粗边缘变细
   - 指定梯度（边缘法线）的多个离散方向
     - 4种边缘：水平、垂直、$+45°$、 $-45°$
   - 根据梯度（边缘法线）的方向确定边缘的方向

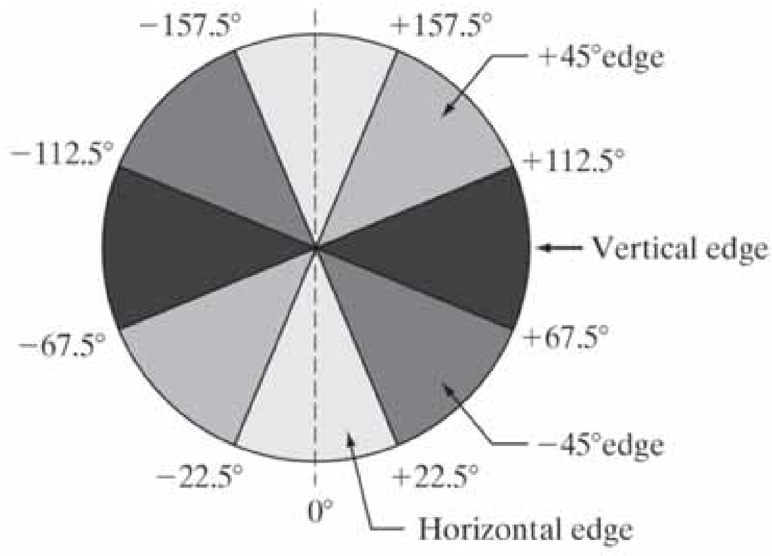
水平边缘
的梯度范围



坎尼（Canny）边缘检测器

3. 非最大抑制
   - 目的：把梯度生成的粗边缘变细
   - 指定梯度（边缘法线）的多个离散方向
     - 4种边缘：水平、垂直、+45°、 −45°
   - 根据梯度（边缘法线）的方向确定边缘的方向

4种边缘
的梯度范围



坎尼（Canny）边缘检测器

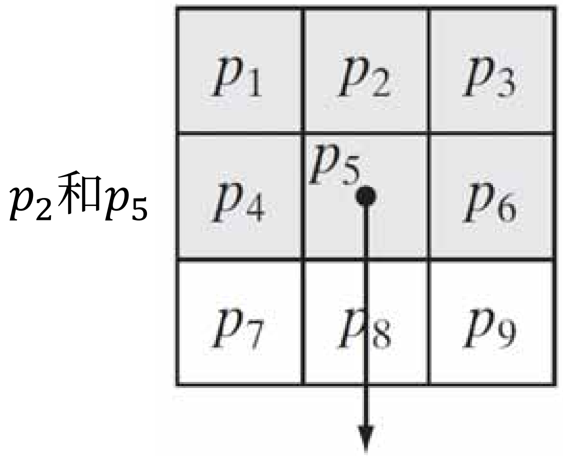
3. 非最大抑制

- 考虑(x, y)为中心的3×3区域
- 考虑4个方向：水平、垂直、$+45°$、 $-45°$
- 确定和梯度$\alpha(x, y)$最接近的方向d_k
- 如果$M(x, y)$的值比(x, y)在d_k方向的任一邻居数值小，对其抑制：

$$g_N(x, y) = 0$$

- 否则，保留：

$$g_N(x, y) = M(x, y)$$



坎尼（Canny）边缘检测器

4. 滞后阈值
   - 目的：减少伪边缘点
   - 两个阈值：低阈值T_L、高阈值T_H
   - 两个阈值的比值为：2:1或3:1
   - 利用T_H阈值化
     - 强边缘点 $g_{NH}(x, y) = g_N(x, y) \geq T_H$
   - 利用T_L阈值化

$$g_{NL}(x, y) = g_N(x, y) \geq T_L$$

     - g_{NL}包含g_{NH}的所有非零元素

坎尼（Canny）边缘检测器

4. 滞后阈值
   - 去掉g_{NL}中和g_{NH}重复的点

$$g_{NL}(x, y) = g_{NL}(x, y) - g_{NH}(x, y)$$

     - 弱边缘点

5. 连通性分析
   a. 遍历g_{NH}中的每一个点p
      ① 保留g_{NL}中和p连通（例如8连通）的点
   b. 去掉g_{NL}剩余的点
   c. 合并g_{NH}和g_{NL}

坎尼（Canny）边缘检测器

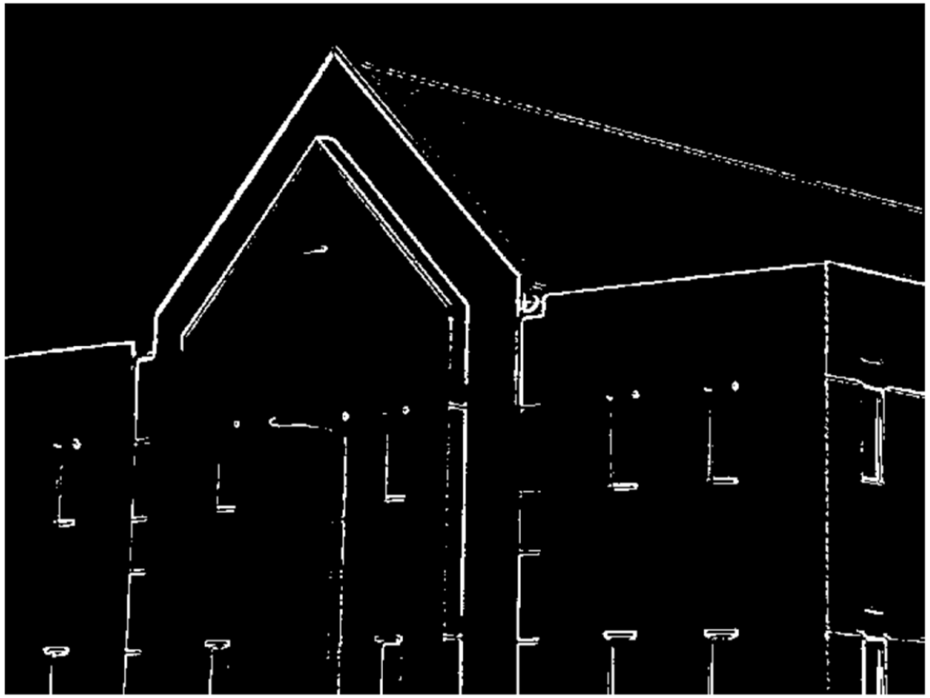
1. 高斯函数平滑输入图像
2. 计算图像的梯度
   - 梯度大小、梯度角度
3. 非最大抑制
   - 得到细边缘
4. 滞后阈值
   - 检测边缘
5. 连通性分析
   - 连接边缘

$n \times n$高斯模板
- n是大于等于6σ的最小奇数

举例

- 基本边缘检测
  - 高斯平滑图像→梯度阈值化

原图



梯度阈值化

举例

- 高级边缘检测

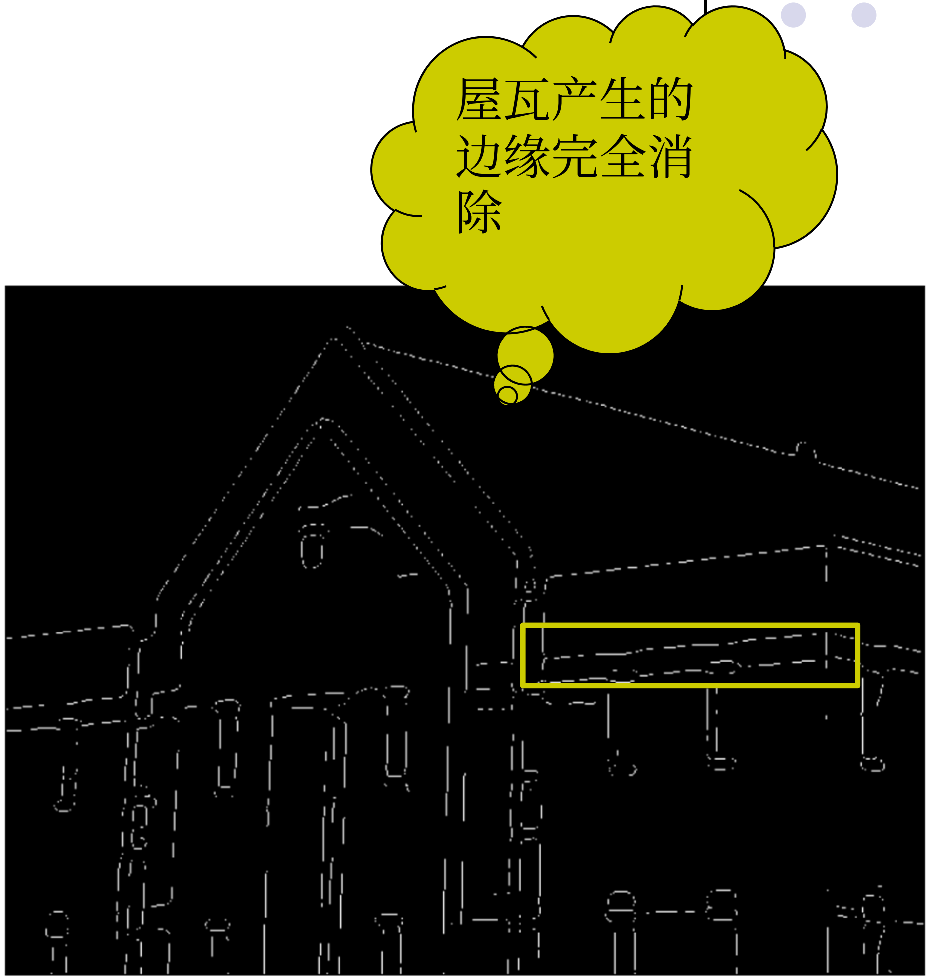
Marr-Hildreth边缘检测器

坎尼边缘检测器

举例

- 高级边缘检测

Marr-Hildreth边缘检测器



坎尼边缘检测器

举例

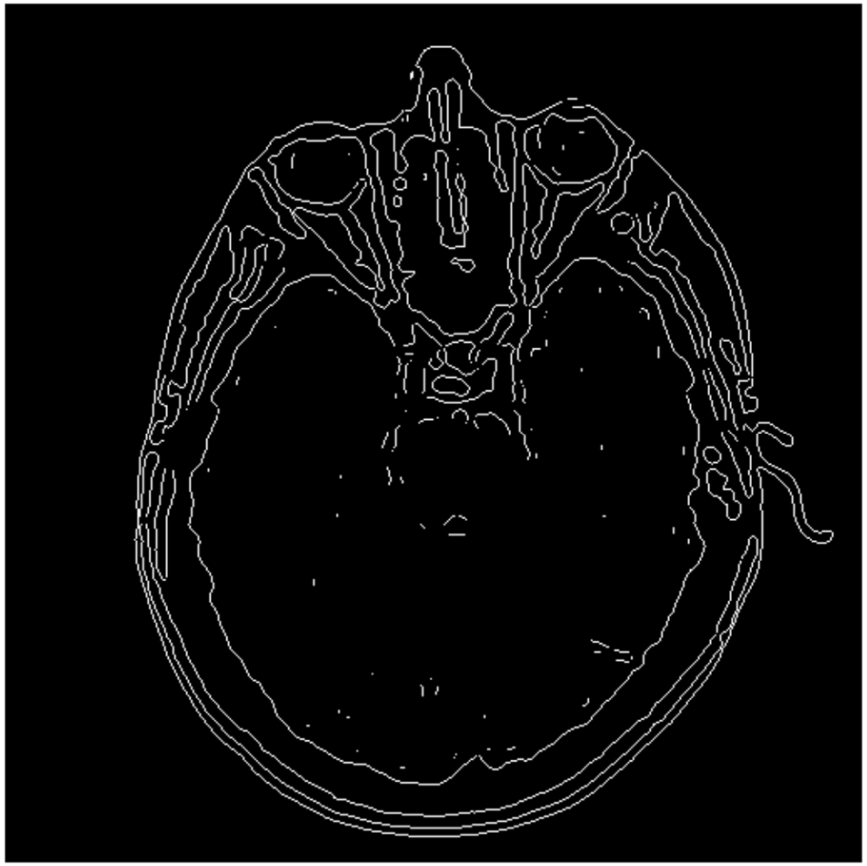
- 基本边缘检测

原图

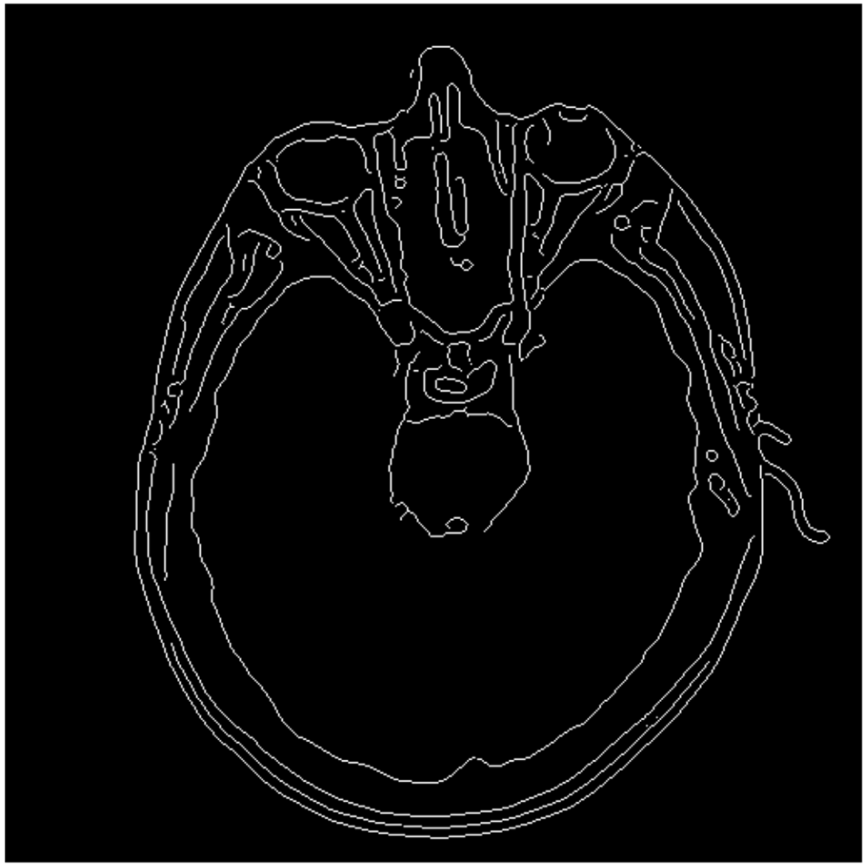
梯度阈值化

举例

- 高级边缘检测



Marr-Hildreth边缘检测器



坎尼边缘检测器

下一讲