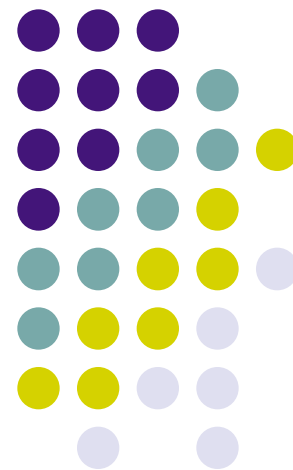
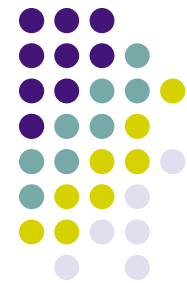


数字图像处理

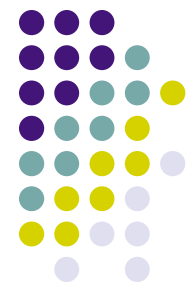
第三章 灰度直方图



CH3 灰度直方图



- 一、什么是直方图
- 二、直方图的计算和性质
- 三、直方图的用途
- 四、直方图与图像的关系
- 五、小结
- 习题



1 灰度直方图

- 1) 定义
 - 灰度直方图 (histogram) 是灰度级的函数，描述的是图像中每种灰度级像素的个数，反映图像中每种灰度出现的频率。横坐标是灰度级，纵坐标是灰度级出现的频率。
 - 图像及其灰度直方图的例
(512像素*512像素)

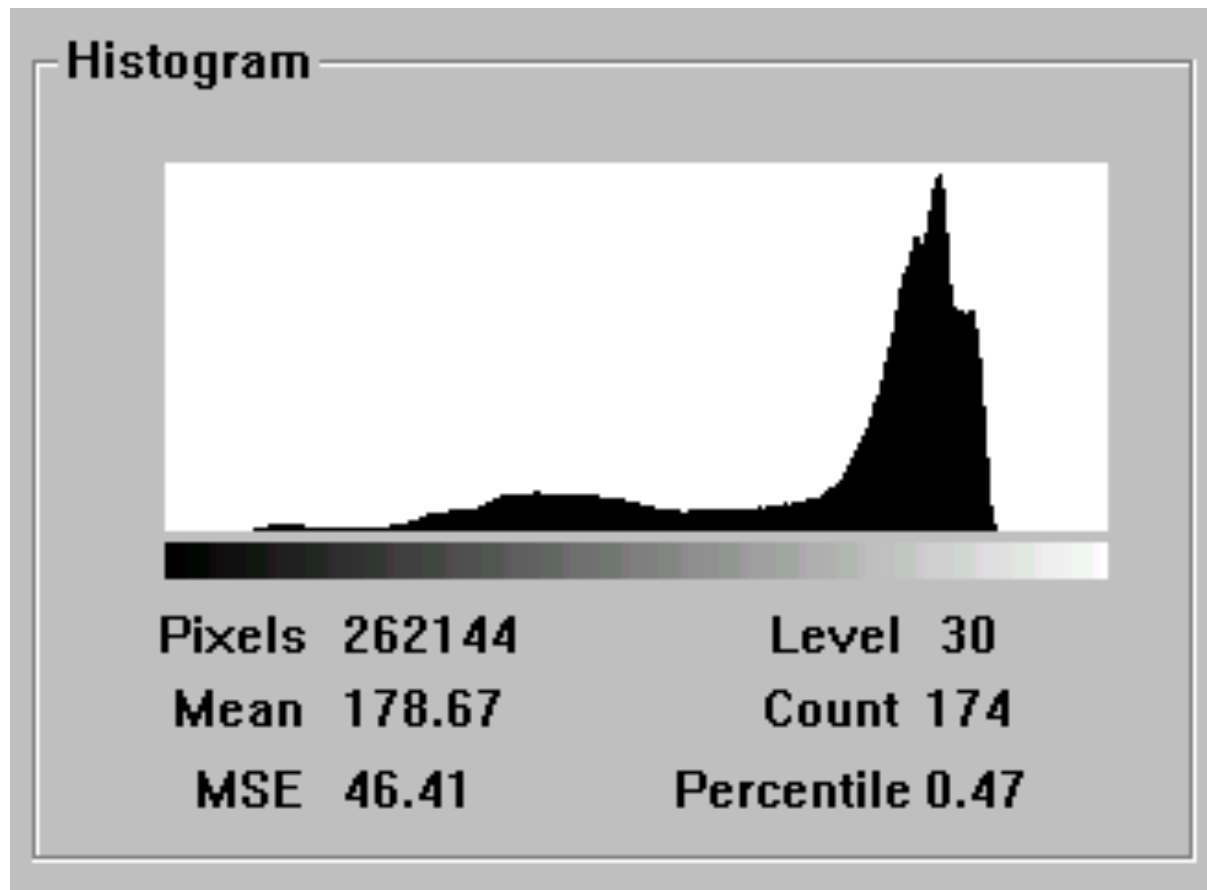


1 灰度直方图





1 灰度直方图

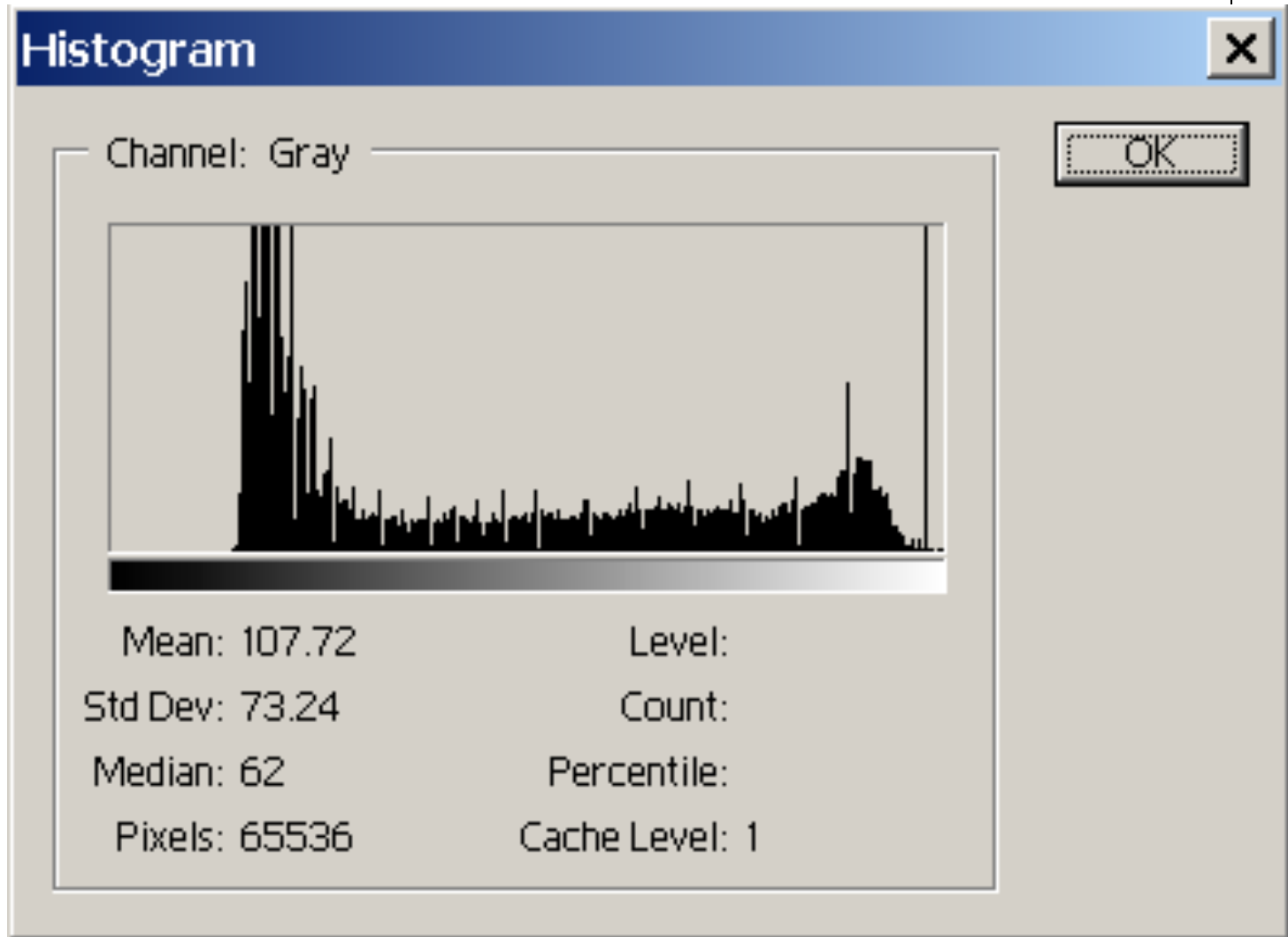
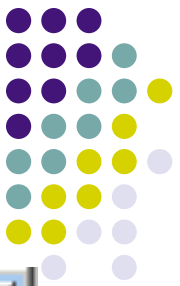


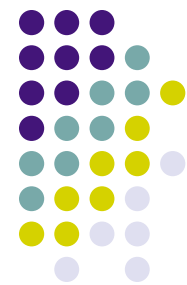


1 灰度直方图



1 灰度直方图

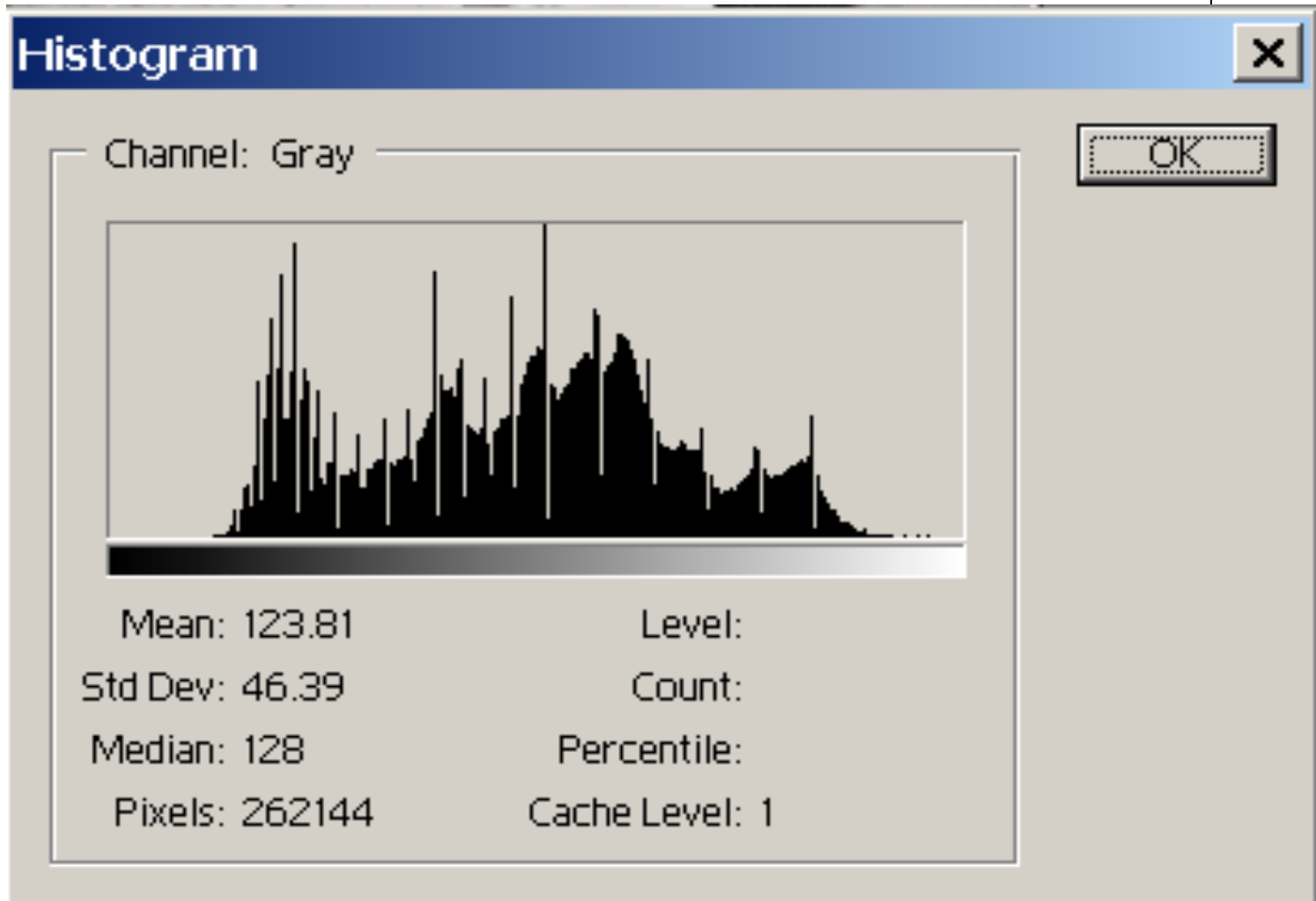
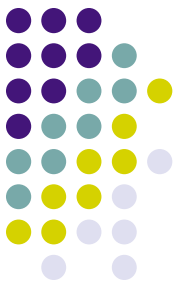




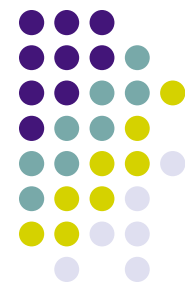
1 灰度直方图



1 灰度直方图



1 灰度直方图



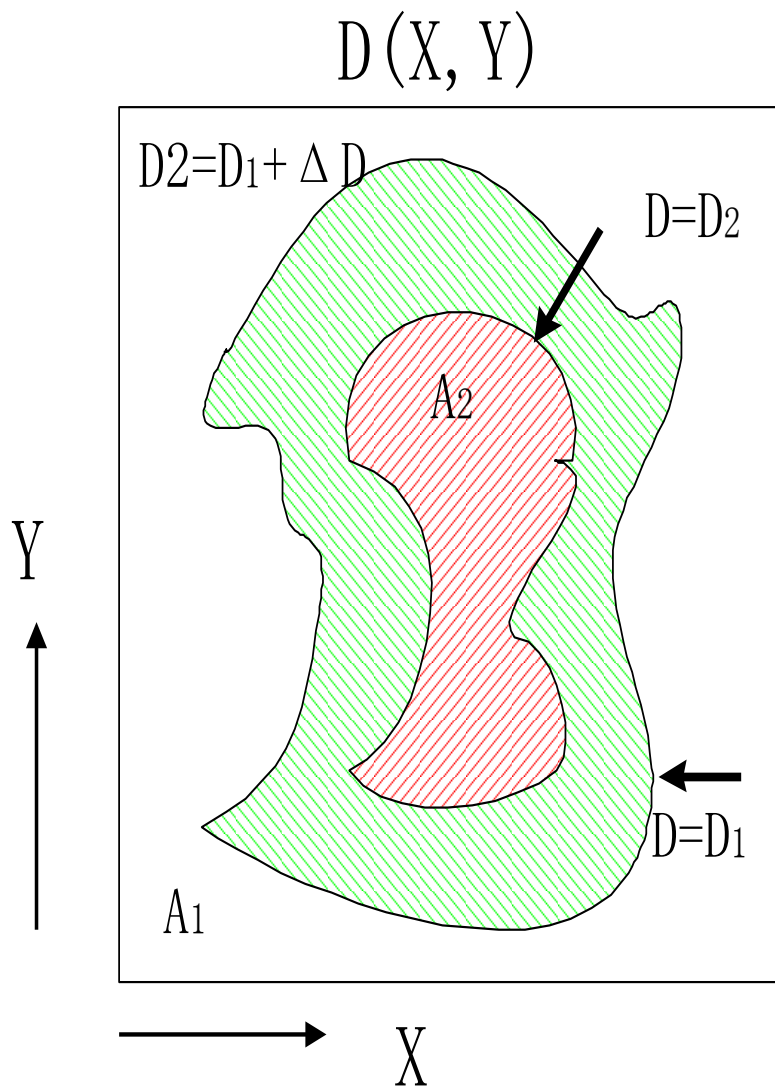
● 2) 定义

- 对于连续图像，平滑地从中心的高灰度级变化到边缘的低灰度级。其直方图可定义为：

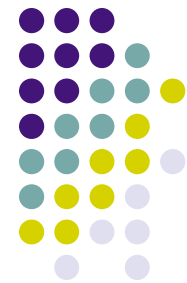
$$H(D) = \lim_{\Delta D \rightarrow 0} \frac{A(D) - A(D + \Delta D)}{D - (D + \Delta D)} = \lim_{\Delta D \rightarrow 0} \frac{A(D) - A(D + \Delta D)}{-\Delta D} = -\frac{d}{dD} A(D)$$

- 其中 **$A(D)$** 为**阈值面积函数**：为一幅连续图像中被具有灰度级 **D** 的所有轮廓线所包围的面积。
- 对于离散函数，固定 **ΔD** 为**1**，则
$$H(D) = A(D) - A(D+1)$$
- 一幅连续图像的直方图定义的示意图。

1 灰度直方图

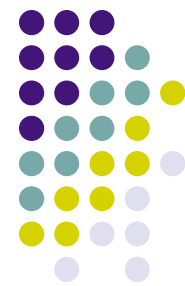


1 灰度直方图



- 3) 二维直方图
 - 什么是二维直方图
 - 红蓝直方图
 - 其他二维直方图
 - 灰度-区域均值
 - 灰度-区域形状
 - 灰度-梯度

1 灰度直方图



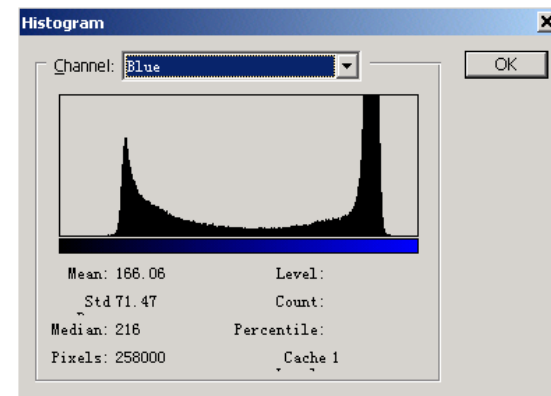
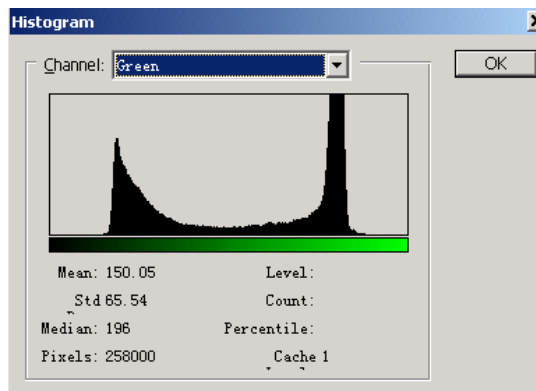
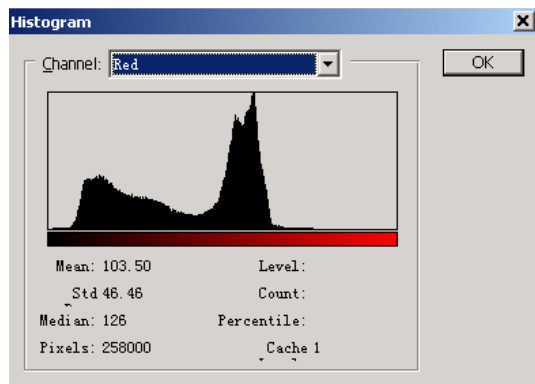
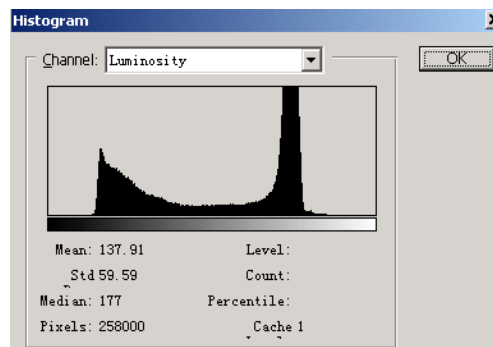
● 4) 高维直方图

● 色彩直方图

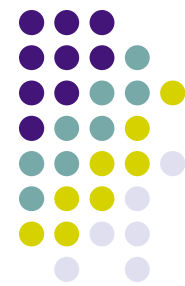
- 是高维直方图的特例，它统计色彩的出现频率，即色彩的概率分布信息。
- 通常这需要一定的量化过程，将色彩分成若干互不重叠的种类。
- 一般不直接在**RGB**色彩空间中统计，而是在将亮度分离出来后，对代表色彩部分的信息进行统计，如在**HSI**空间的**HS**子空间、**YUV**空间的**UV**子空间，以及其它反映人类视觉特点的彩色空间表示中进行。

● 其他高维直方图

1 灰度直方图



2 直方图的计算和性质



- 1) 计算

- 依据定义，若图像具有 L （通常 $L=256$ ，即8位灰度级）级灰度，则大小为 $M \times N$ 的灰度图像 $f(x, y)$ 的灰度直方图 $\text{hist}[0 \dots L-1]$ 可用如下计算获得：

1. 初始化 $\text{hist}[k]=0; k=0, \dots, L-1$
2. 统计 $\text{hist}[f(x, y)]++; x=0, \dots, M-1, y=0, \dots, N-1$
3. 归一化 $\text{hist}[f(x, y)]/M \cdot N$

2 直方图的计算和性质

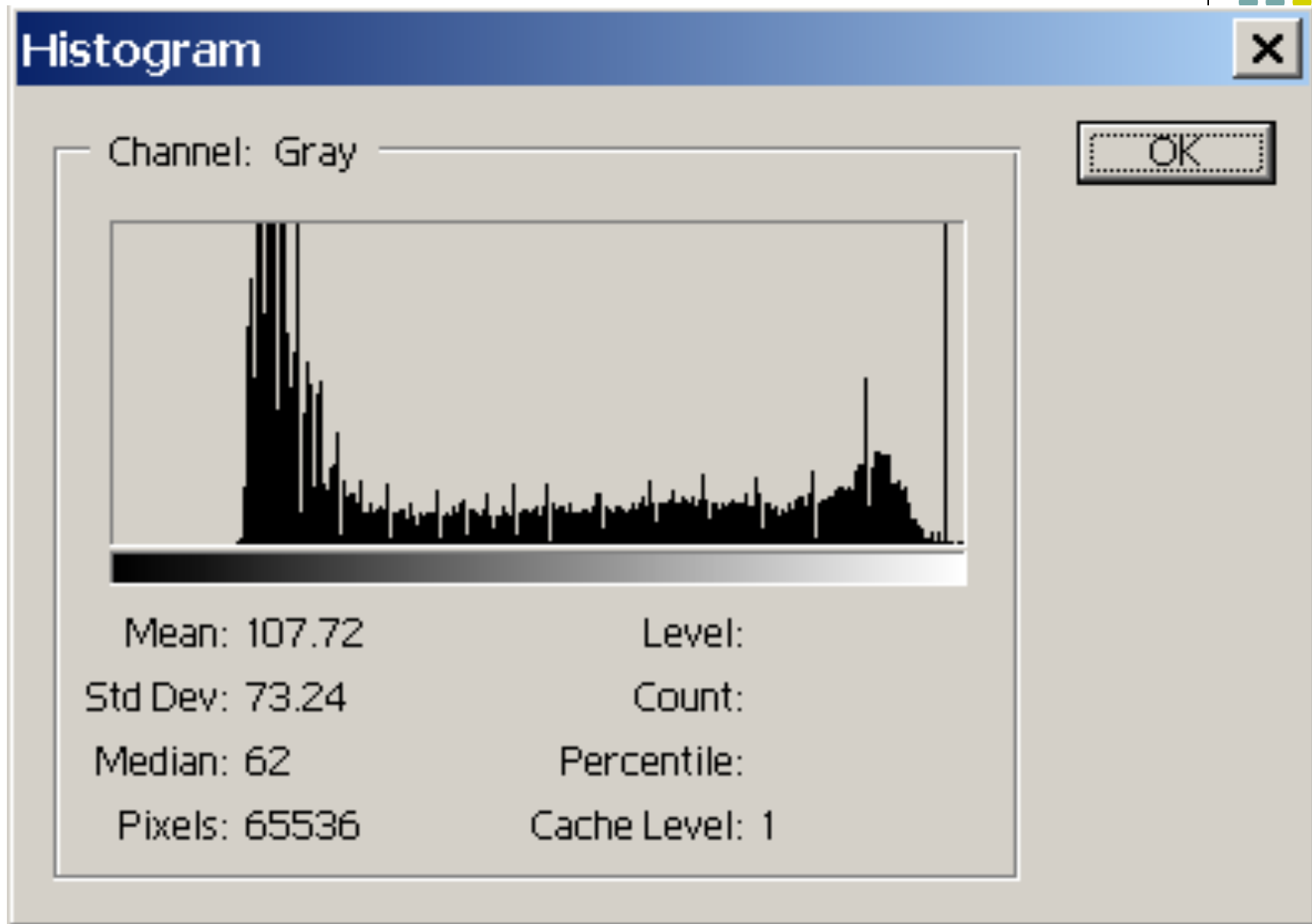
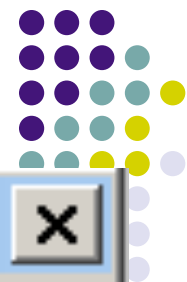


- 2) 直方图的性质

- ①不表示图像的空间信息；
- ②任一特定图像都有唯一直方图，但反之并不成立；



2 直方图的计算和性质



2 直方图的计算和性质



- ③归一化灰度直方图和面积函数可得到图像的概率密度函数PDF和累积分布函数CDF。

$$\text{因为 } H(D) = -\frac{d}{dD} A(D)$$

替换D，并等式两端从D到 ∞ 进行积分

$$\int_D^{\infty} H(p) dp = -[A(p)]_D^{\infty}$$

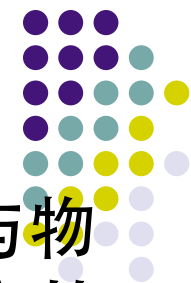
因为 $A(\infty) = 0$

$$\text{所以 } \int_D^{\infty} H(p) dp = A(D)$$

若令 $D = 0$ ，则 $\int_0^{\infty} H(p) dp = A(0) = \text{图象的面积}$

对于离散图象， $\sum_{D=0}^{255} H(D) = NL \times NS$

2 直方图的计算和性质



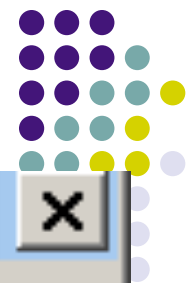
- ④若一幅图像包含一个灰度均匀一致，且背景与物体对比度很强，假设物体的边界由灰度级 D_1 定义的轮廓线，则

$$\int_{D_1}^{\infty} H(D)dD = \text{物体的面积}$$



500像素*546像素=
最左侧直方
度级为33

2 直方图的计算和性质

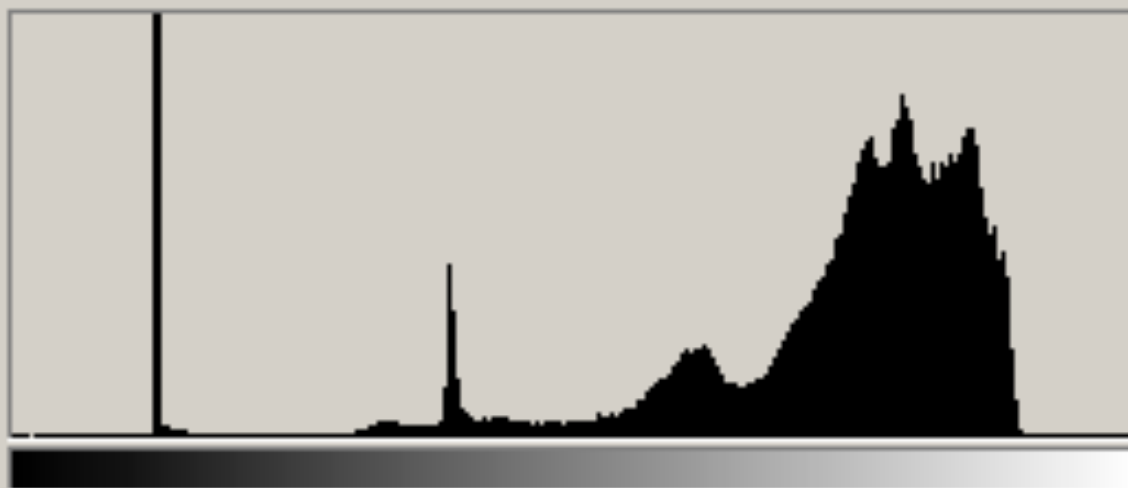


Histogram



Channel: Gray

OK



Mean: 125.50

Level:

Std Dev: 80.30

Count:

Median: 158

Percentile:

Pixels: 273000

Cache Level: 1

2 直方图的计算和性质



- 从灰度**54**到**255**级

$$\int_{54}^{255} H(D)dD = 163001$$

- 约占图像总面积的**60%**

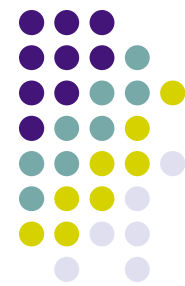
2 直方图的计算和性质



- ⑤直方图的可相加性

例如一副图像由若干个不相交的区域构成，则整幅图像的直方图是这若干个区域直方图之和。

3 直方图的用途



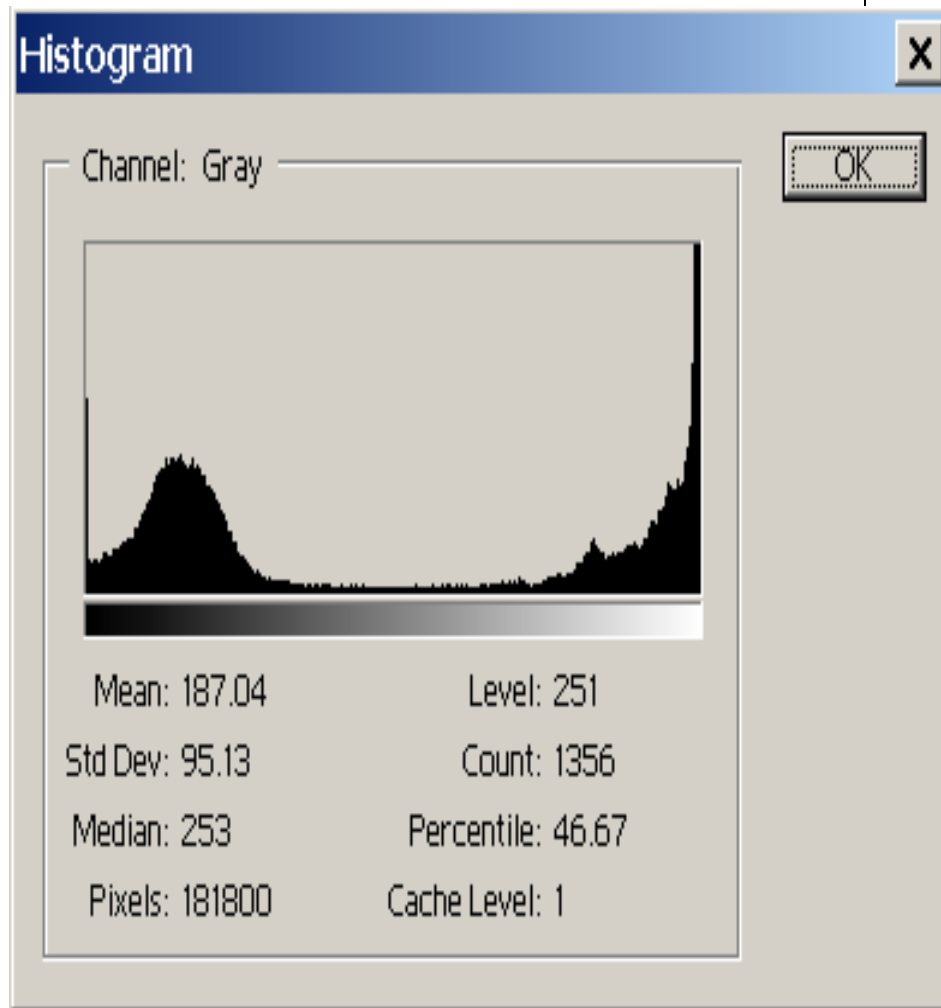
- 1) 数字化参数

- 一般一幅数字图像应该利用全部或几乎全部可能的灰度级；
- 对直方图做快速检查。

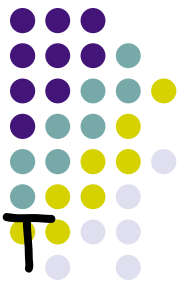
- 2) 边界阈值选择

- 使用轮廓线确定简单物体的边界的方法，称为阈值化；
- 对物体与背景有较强对比的景物的分割特别有用；
- 例 双峰直方图

3 直方图的用途



3 直方图的用途



- 显然如果阈值对应于直方图的谷，阈值从 T 增加到 $T + \Delta T$ ，只会导致面积略微变化。因此可以把阈值的选择误差对面积测量的影响降到最低。
- 上例中当灰度级从115变化到144时，像素为1850，占图像总面积的1%。因此把阈值选取为130，此时树叶的面积约占总面积28.87%。

3 直方图的用途



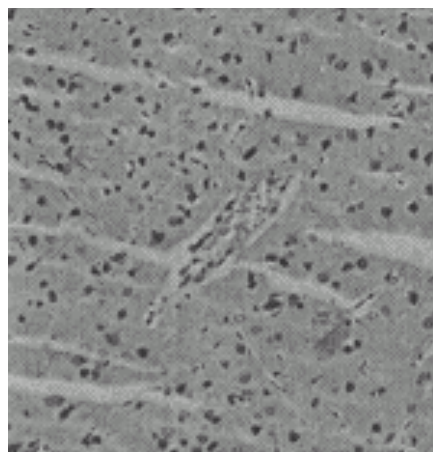
- 3) 综合光密度

- (1) 综合光密度**IOD**, 反映了图像面积和密度的组合;

$$IOD = \int_0^a \int_0^b D(x,y) dx dy$$

x是图象横坐标, $MAX(x) = a$;

y是图象纵坐标, $MAX(y) = b$;



I/R损伤早期脑组织

3 直方图的用途



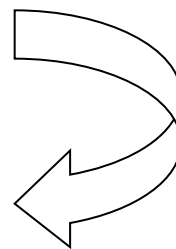
- (2) 对于数字图像，有

$$\text{IOD} = \sum_{i=1}^{NL} \sum_{j=1}^{NS} D(i, j)$$

$$\text{IOD} = \sum_{k=0}^{255} kN_k$$

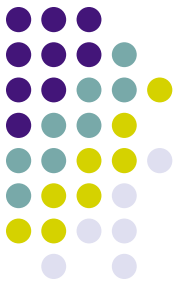
$$\text{IOD} = \sum_{k=0}^{255} kH(k)$$

$$\text{IOD} = \int_0^{\infty} DH(D)dD$$



第**2**种计算方式

3 直方图的用途



- (3) 所以

$$\int_0^a \int_0^b D(x,y) dx dy = \int_0^\infty D H(D) dD$$

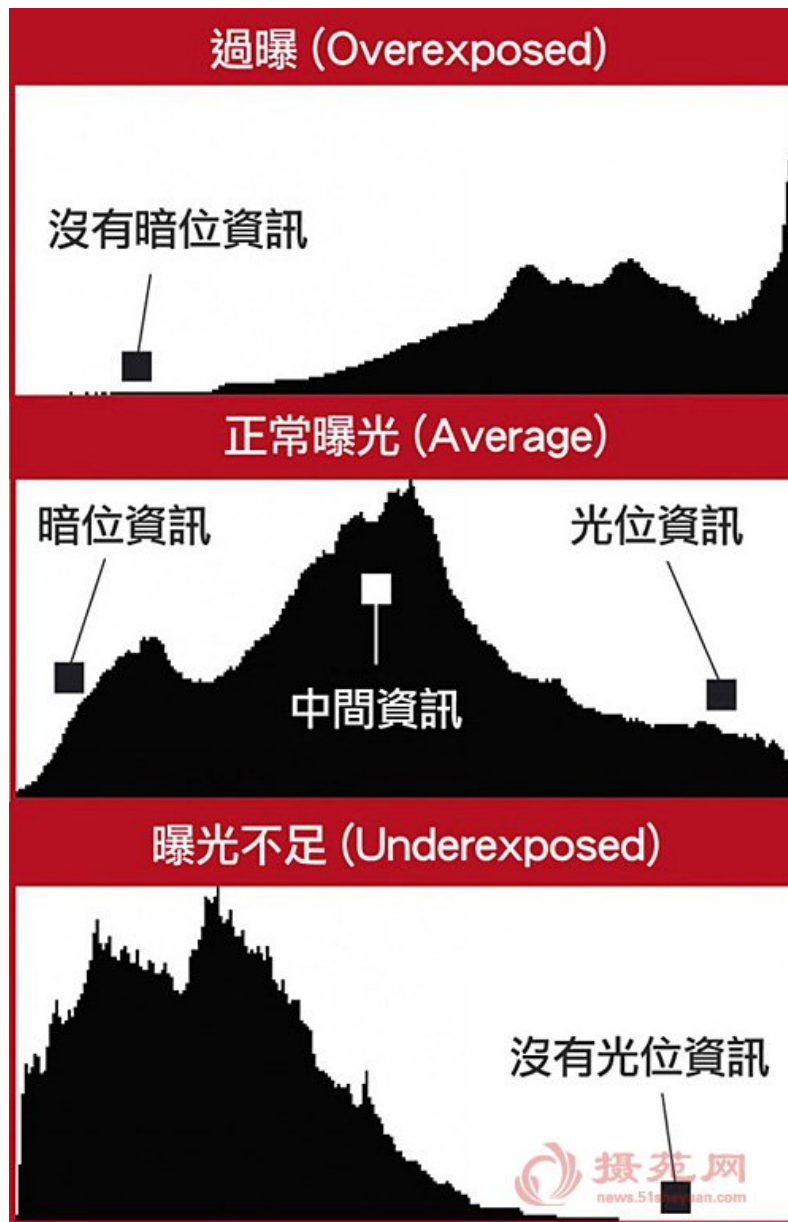
将阈值灰度级为 T 的边界勾划出来, 则

$$IOD(T) = \int_T^\infty D H(D) dD$$

- (4) 阈值面积为 T 的物体, 其内部灰度级的平均 (*mean*) 值

$$MGL = \frac{IOD(T)}{A(T)} = \frac{\int_T^\infty D H(D) dD}{\int_T^\infty H(D) dD}$$

3 直方图的用途



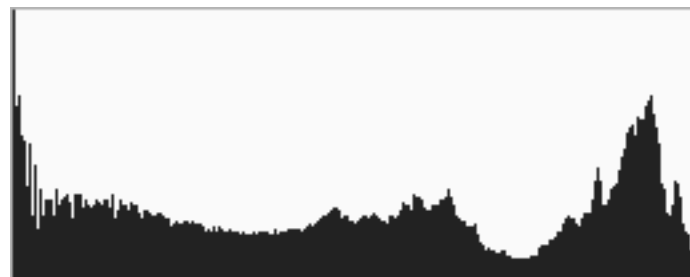
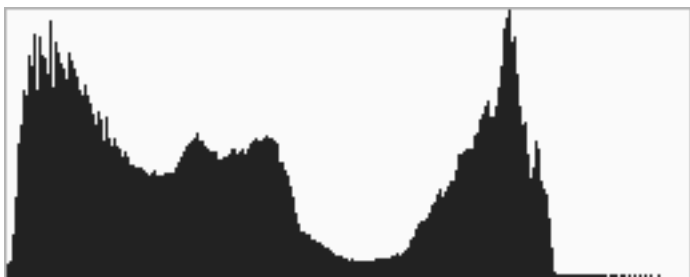
3 直方图的用途



3 直方图的用途



3 直方图的应用



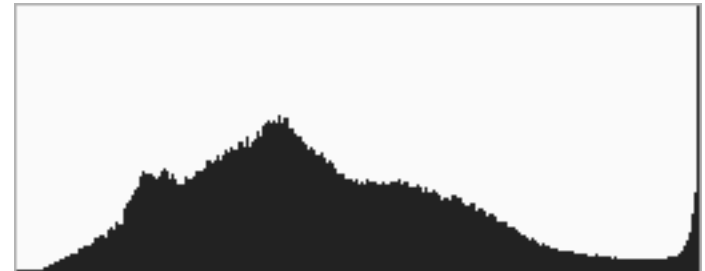
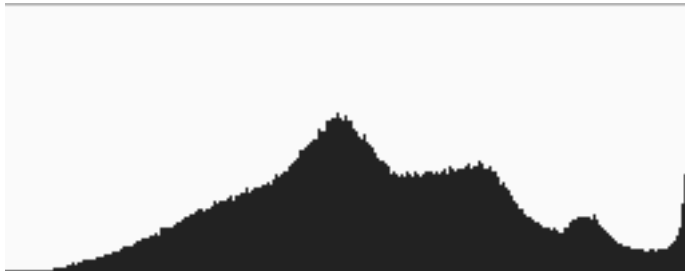
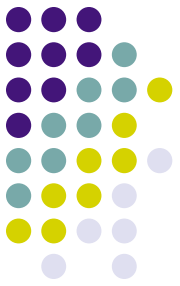
3 直方图的用途



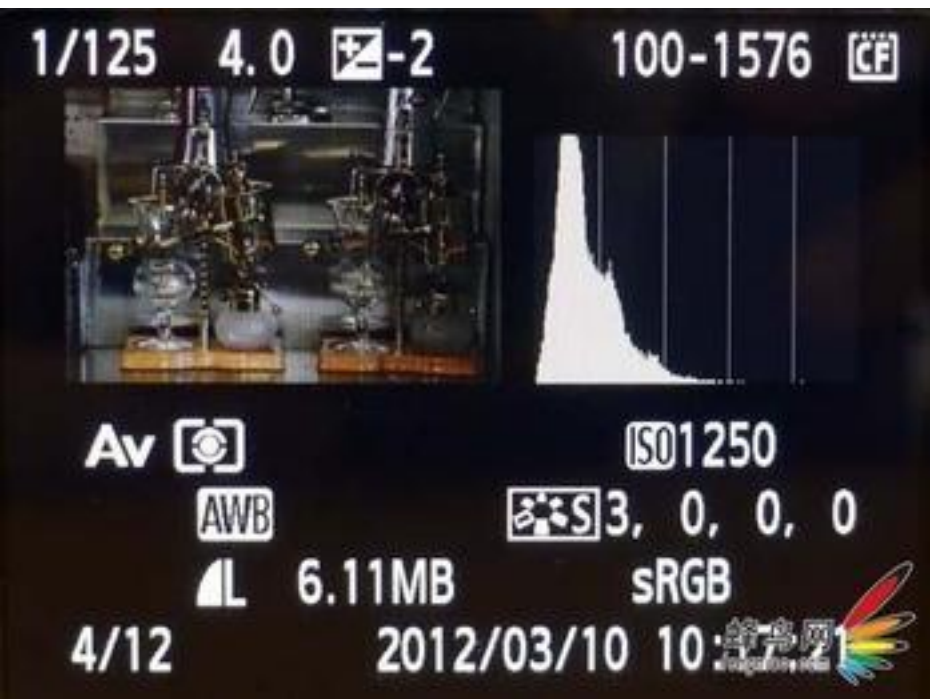
3 直方图的用途



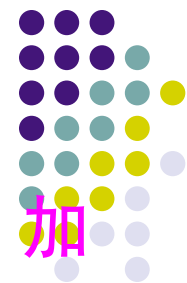
3 直方图的应用



3 直方图的使用



4 直方图与图像的关系



- 简单图像的函数形式已知，即可推导出其直方图。加深对直方图的理解，特别是阈值选择问题的基础。
- 方法：通过面积函数求导，得直方图。

- 1) 一维

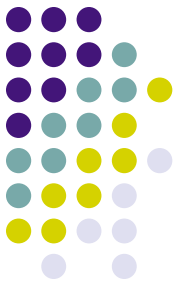
- 考虑一维情况，高斯脉冲函数 $D(x) = e^{-x^2} \quad -\infty \leq x \leq \infty$

- 显然，面积函数是上式的反函数 $x(D) = 2\sqrt{-\ln(D)}$

- 求导得直方图

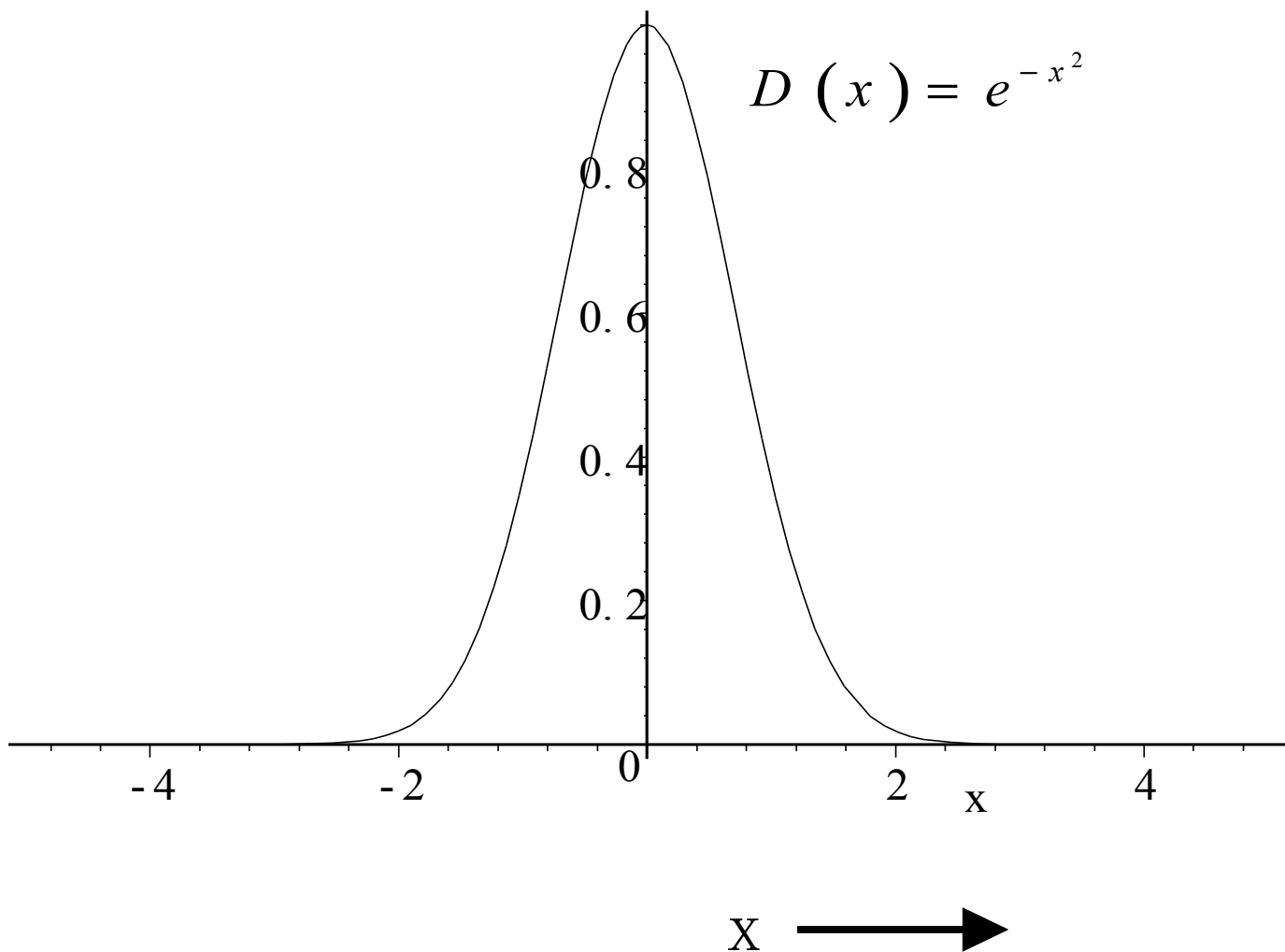
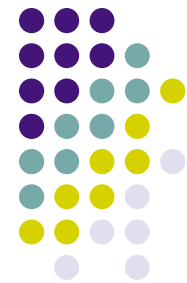
$$H(D) = -\frac{d}{dD} x(D) = \frac{1}{D\sqrt{-\ln(D)}}$$

4 直方图与图像的关系

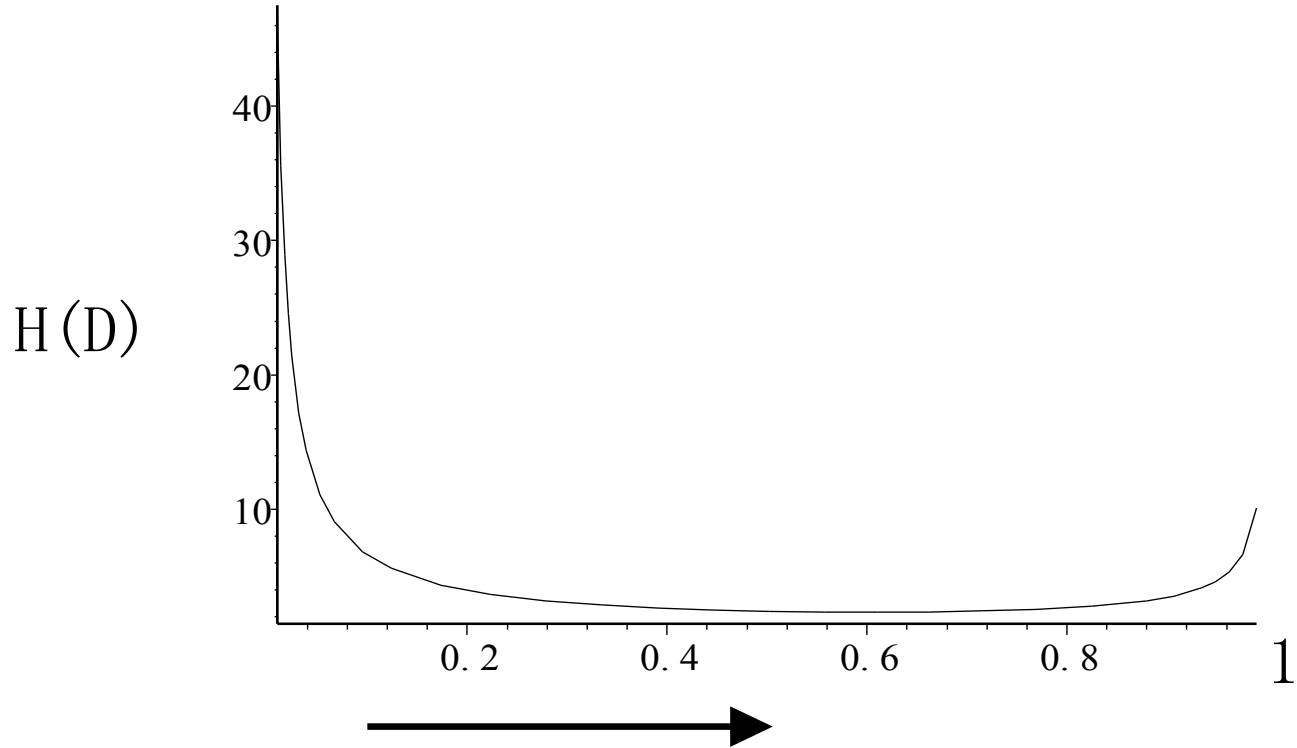
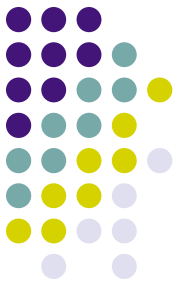


- 直方图的性质
 - $D=0$ 处有尖峰，因为高斯脉冲中大多数像素接近0；
 - $D=1$ 处有尖峰，因为高斯脉冲顶部平坦。

4 直方图与图像的关系



4 直方图与图像的关系



4 直方图与图像的关系



● 2) 二维

- 简单对一维函数图像的扩展，不改变高斯脉冲图像的直方图；

- 而对于圆对称高斯脉冲函数

$$D(r, \theta) = e^{-r^2} \quad 0 \leq r \leq \infty, 0 \leq \theta \leq 2\pi$$

- 显然灰度级为 P 的轮廓线是半径为 $r(P)$ 的圆

$$r(P) = \sqrt{-\ln(P)}$$

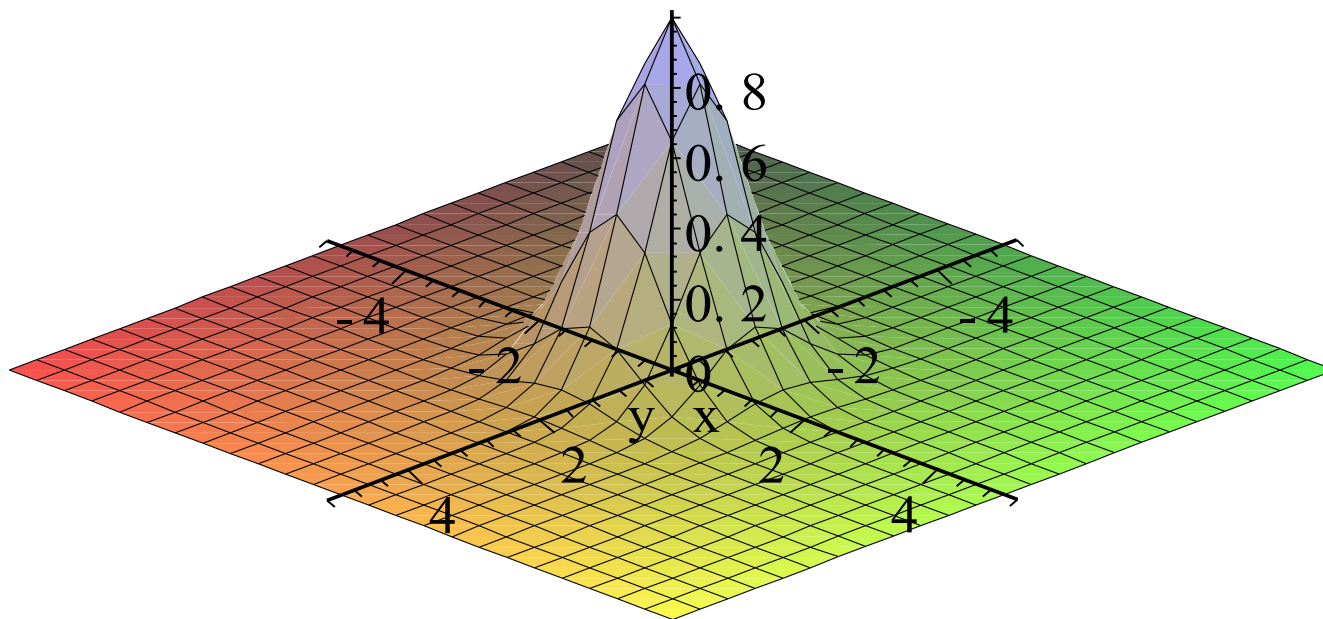
- 则其面积为

$$A(p) = \pi[r(P)]^2 = -\pi \ln(P)$$

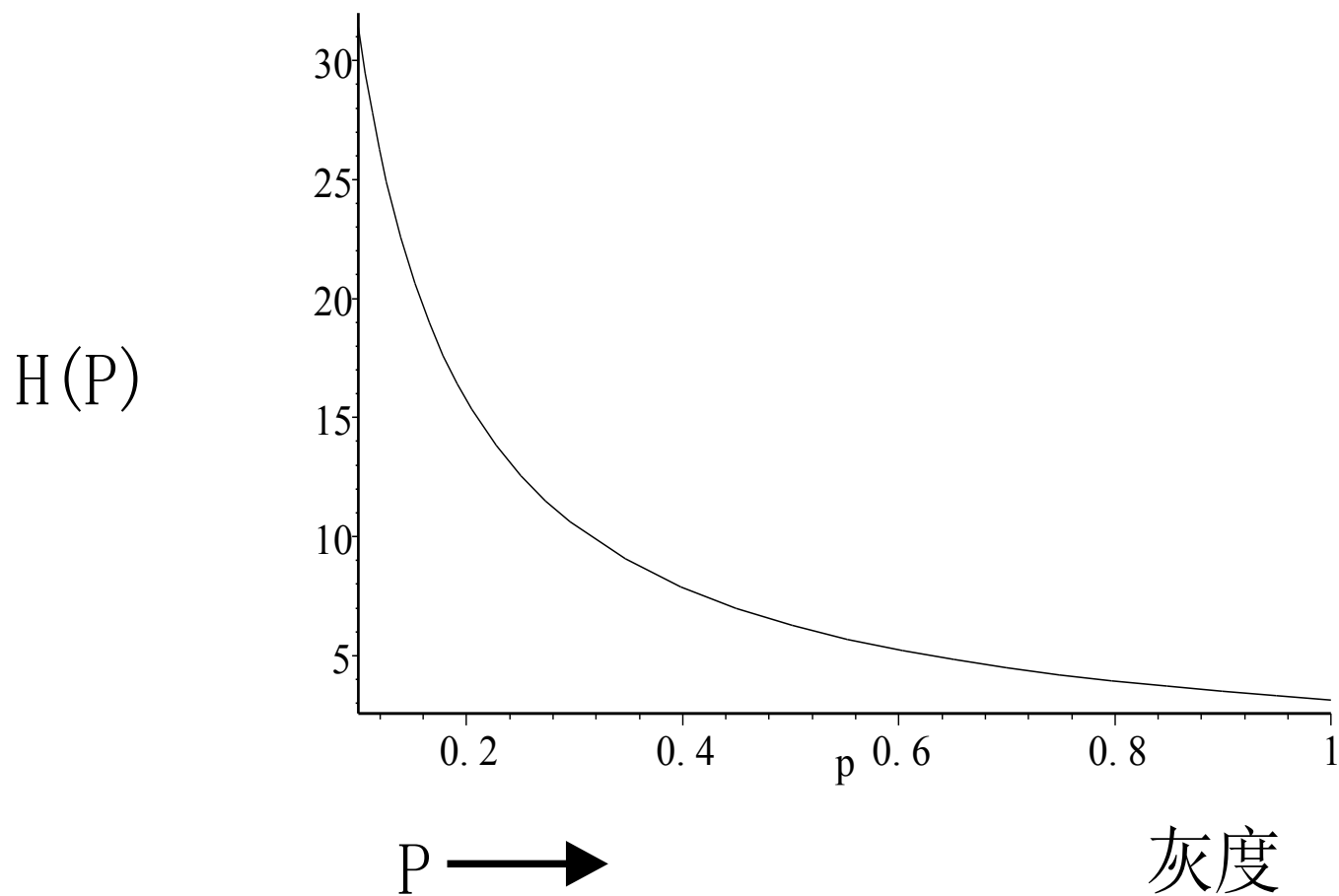
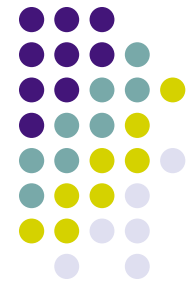
- 求导得直方图

$$H(P) = \frac{d}{dD} A(P) = \frac{\pi}{P}$$

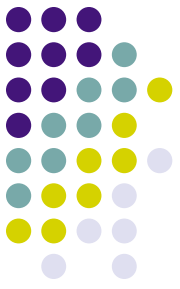
4 直方图与图像的关系



4 直方图与图像的关系



4 直方图与图像的关系



- 3) 对于更复杂的图像
 - 将其划分为一些不确定的区域，并确定各区域面积函数及各自直方图。

5 要点总结



- 1) 灰度级直方图是阈值面积函数的导数的负值;
- 2) 直方图表明在每一灰度级有多少个像素;
- 3) 观察直方图可以看出不合适的数字化;
- 4) 简单物体的面积和**IOD**可以通过图像的直方图求得;
- 5) 具有特定函数形式的图像直方图可以通过面积函数求得。