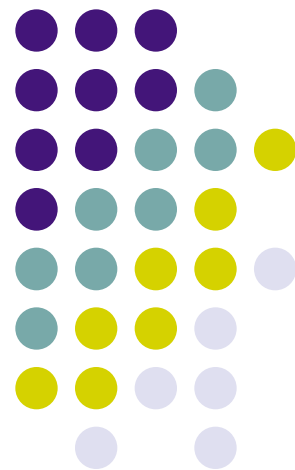


数字图像处理

第四章 点运算





CH4 点运算

- 一、引言
- 二、点运算和直方图
- 三、直方图均衡化
- 四、直方图规定化
- 五、直方图匹配
- 六、光度学校正和显示校正
- 七、要点总结
- 习题

图像增强两种方法：基于图像灰度值统计的方法；基于图像空间频率的方法。

1 引言



- 1) 点运算 (point operation) 定义

- 对于一幅输入图像，将产生一幅输出图像，输出图像的每个像素点的灰度值由输入像素点决定。

点运算由灰度变换函数 (gray-scale transformation, GST) 确定。

$$B(x, y) = f[A(x, y)]$$

- Notice:

- (1) 与局部 (邻域) 运算的差别，输入像素-输出像素一一对应；
- (2) 与几何运算的差别，不改变图像的空间关系；
- (3) 又称为对比度增强，对比度拉伸或灰度变换。

1 引言



● 2) 点运算的种类

● (1) 线性点运算

GST 函数 $f(D)$ 为线性, 即

$$D_B = f(D_A) = \alpha D_A + b$$

显然,

*若 $a = 1, b = 0$, 图象像素不发生变化;

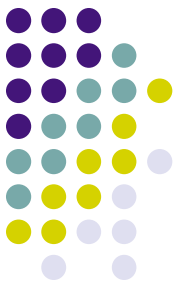
*若 $a = 1, b \neq 0$, 图象所有灰度值上移或下移;

*若 $a > 1$, 输出图象对比度增强;

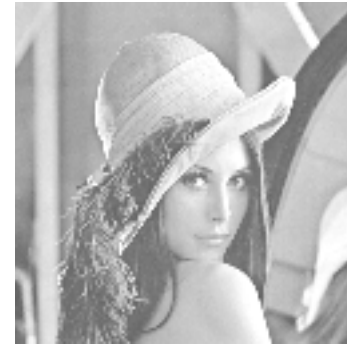
*若 $0 < a < 1$, 输出图象对比度减小;

*若 $a < 0$, 暗区域变亮, 亮区域变暗, 图象求补。

1 引言



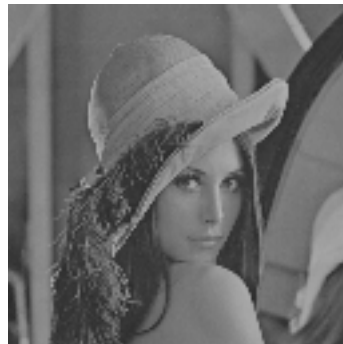
lenna.bmp



$$D_B = D_A + 50$$



$$D_B = 1.5 \times D_A$$



$$D_B = 0.8 \times D_A$$



$$D_B = -1 \times D_A + 255$$

1 引言



● (2) 非线性点运算

以非线性灰度变换函数为例，如

$$* f(D) = D + C \times D \times (D_m - D)$$

将增加中间范围像素的灰度级，而只使暗像素和亮像素作较小改变。

$$* f(D) = \frac{D_m}{2} \left\{ 1 + \frac{1}{\sin\left(\frac{\pi}{2}\alpha\right)} \sin\left[\alpha\pi\left(\frac{D}{D_m} - \frac{1}{2}\right)\right] \right\}$$

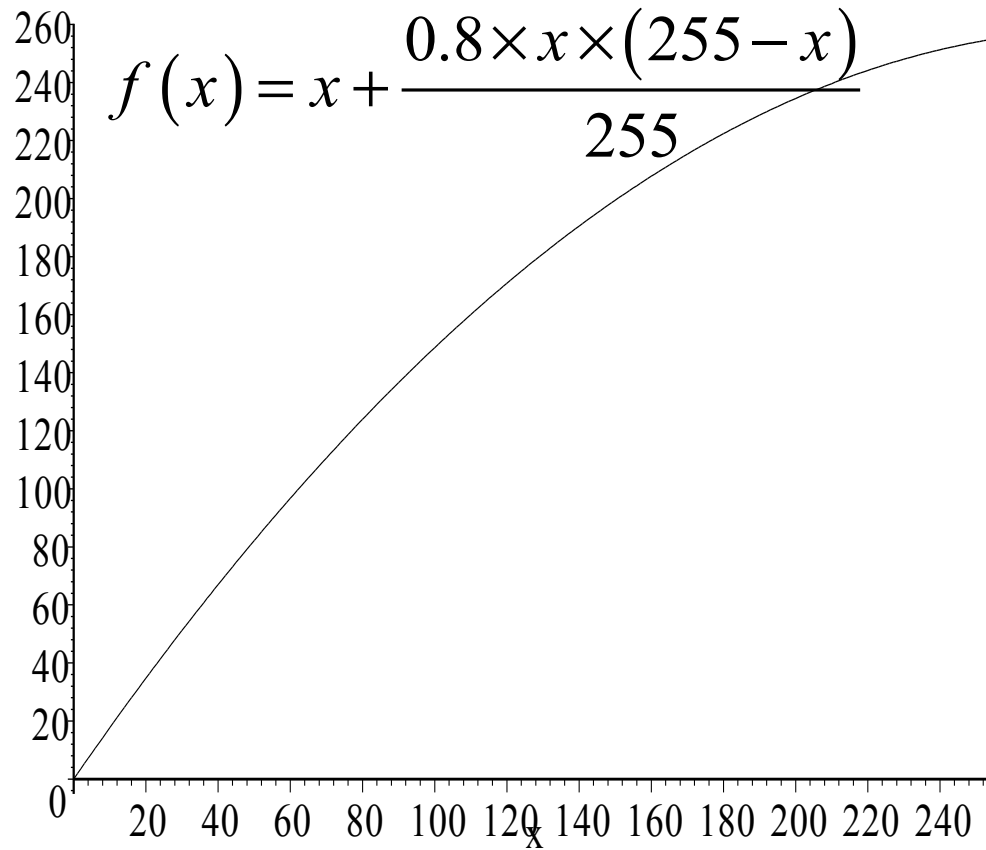
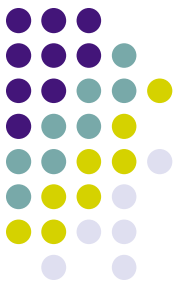
效果同上。

$$* f(D) = \frac{D_m}{2} \left\{ 1 + \frac{1}{\tan\left(\frac{\pi}{2}\alpha\right)} \tan\left[\alpha\pi\left(\frac{D}{D_m} - \frac{1}{2}\right)\right] \right\}$$

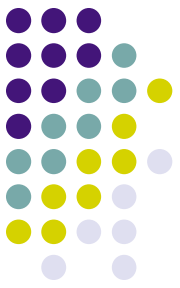
效果与上相反。

常用对数函数、幂次函数和分段线性函数

1 引言



1 引言



lenna.bmp



$$f(x) = x + \frac{0.8 \times x \times (255 - x)}{255}$$

1 引言



- 3) 应用

- (1) 光度学标定 (**photometric calibration**)

希望数字图像的灰度能够真实反映图像的物理特性。如

- 去掉非线性;
- 变换灰度的单位。

- (2) 对比度增强 (**contrast enhancement**) 或对比度扩展 (**contrast stretching**)

将感兴趣特征的对比度扩展使之占据可显示灰度级的更大部分。

1 引言



- (3) 显示标定 (display calibration)

显示设备不能线性地将灰度值转换为光强度。因此点运算和显示非线性组合，以保持显示图像时的线性关系。

- (4) 轮廓线确定

用点运算的方法进行阈值化。

- (5) 裁剪

每次点运算的最后一步，都将负值置为0；而将正值约束在灰度级最大值 D_m 。

2 点运算和直方图



- 1) 为什么讨论两者关系?
 - 为使输出灰度产生特定形式的输出直方图，而逆向寻求点运算函数的过程。

- 2) 输出直方图

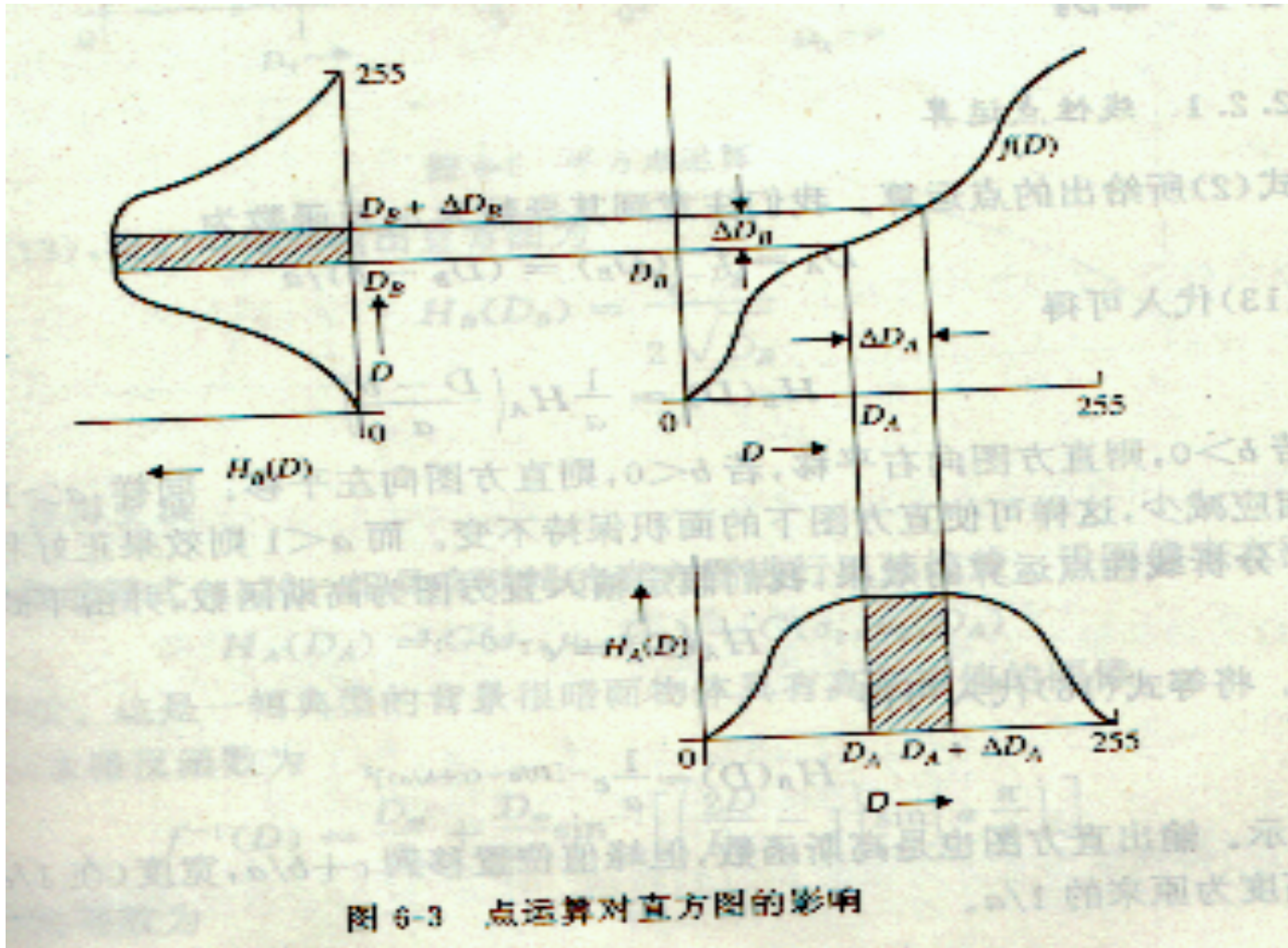
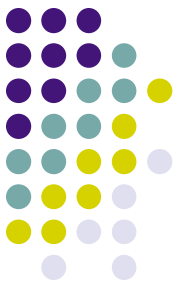
$$D_B = f(D_A)$$

$$D_A = f^{-1}(D_B)$$

- 分两步完成：
 - (1) 分子为输入直方图，但自变量从 D_A 替换为 D_B 。
 - (2) 分母为灰度变换函数的导数，如果出现 D_A 也替换为 D_B 。

对变换函数 f 的要求是单值且单调递增，值空间在 $[0, 255]$ 。

2 点运算和直方图



2 点运算和直方图



Step1

$$\int_{D_B}^{D_B+\Delta D_B} H_B(D) dD = \int_{D_A}^{D_A+\Delta D_A} H_A(D) dD$$

$$H_B(D_B) \Delta D_B = H_A(D_A) \Delta D_A$$

$$H_B(D_B) = \frac{H_A(D_A)}{\Delta D_B / \Delta D_A}$$

$$H_B(D_B) = \frac{H_A(D_A)}{dD_B / dD_A} = \frac{H_A(D_A)}{\left(\frac{d}{dD_A} \right) f(D_A)}$$

Step2

将 D_A 换成 D_B , 得

$$H_B(D) = \frac{H_A[f^{-1}(D)]}{f'[f^{-1}(D)]} \quad \text{其中 } f' = \frac{df}{dD}$$

2 点运算和直方图



● 3) 举例

- (1) 线性点运算性质:

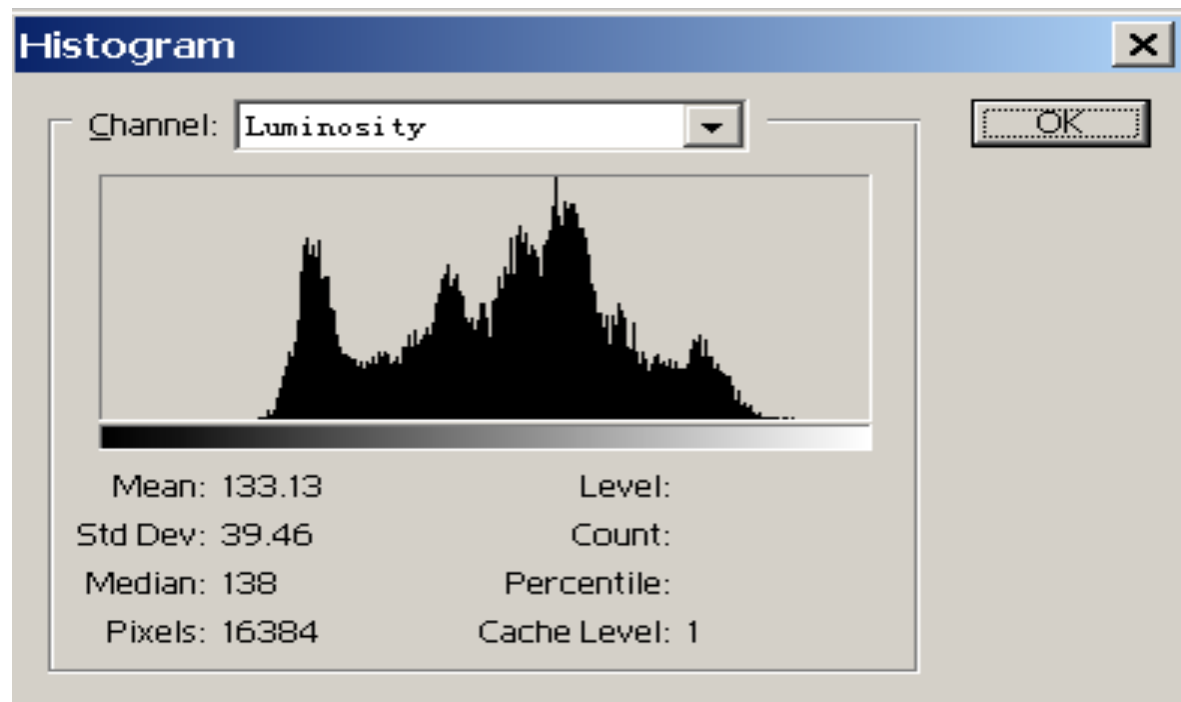
$$D_A = f^{-1}(D_B) = \frac{(D_B - b)}{a}$$

$$H_B(D) = \frac{1}{a} H_A\left(\frac{D - b}{a}\right)$$

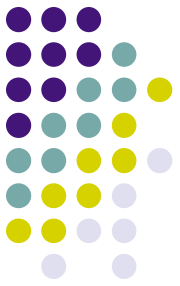
- ***b>0**, 直方图向右平移, 图像变亮;
- ***b<0**, 直方图向左平移, 图像变暗;
- ***a>1**, 直方图对比度加大。
- 例子1: **lena**

$$D_B = 1.2 \times D_A + 50$$

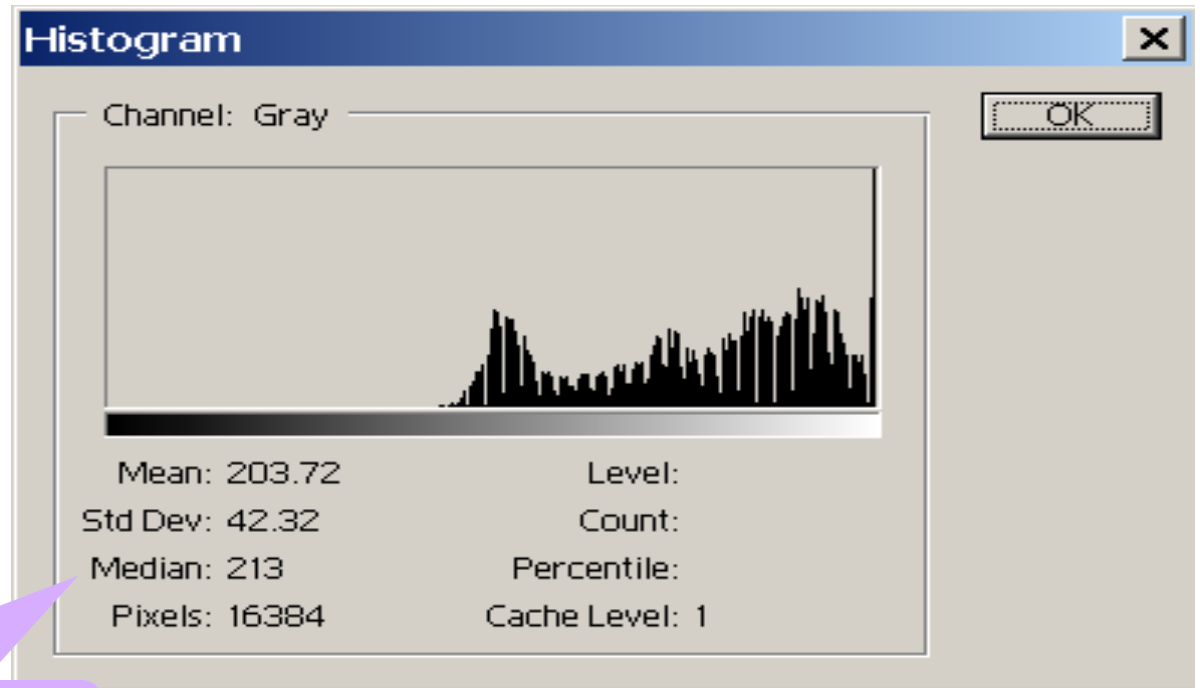
2 点运算和直方图



2 点运算和直方图



$$D_B = 1.2 \times D_A + 50$$



$$213 \approx 1.2 * 138 + 50$$

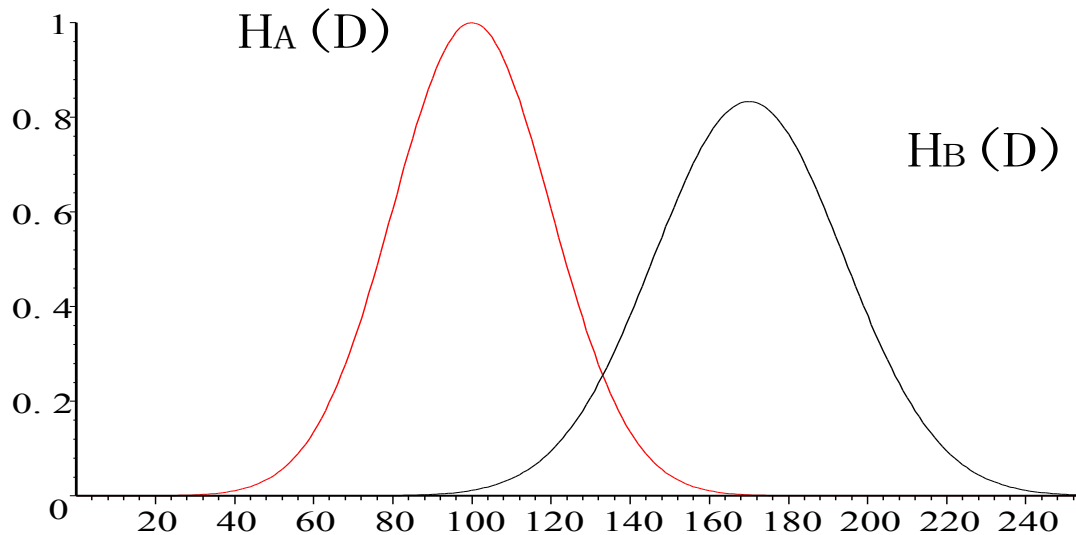
2 点运算和直方图



- 例子2: 假定原直方图为高斯函数

$$H_A(D) = e^{-\frac{(D-100)^2}{800}}$$

$$H_B(D) = \frac{1}{1.2} e^{-\frac{\left(\frac{D}{1.2} - 100 - \frac{50}{1.2}\right)^2}{800}}$$

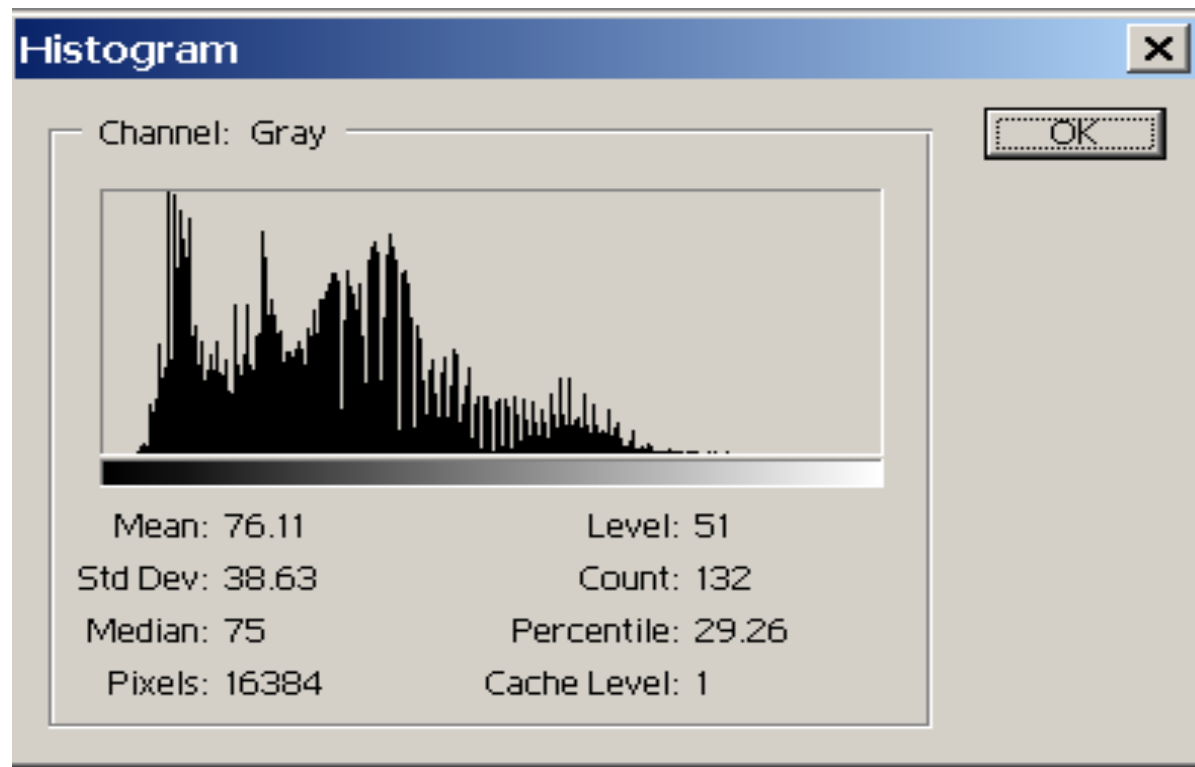
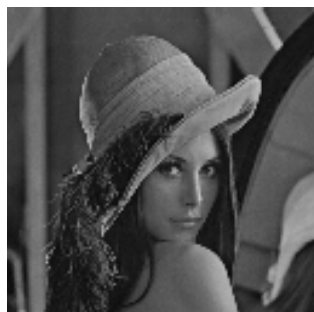


2 点运算和直方图



- (2) 二阶点运算

$$D_B = f(D_A) = 255 \times \left(\frac{D_A}{255} \right)^2 = \frac{D_A^2}{255}$$



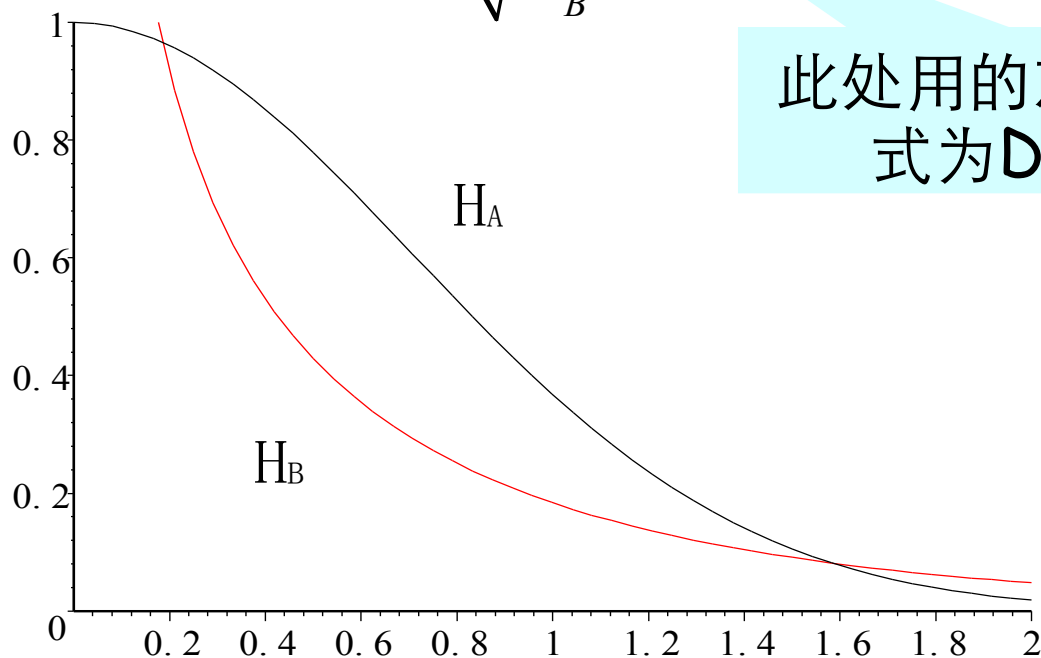
2 点运算和直方图



- 例子3：假定原直方图为高斯函数

$$H_A(D_A) = e^{-D_A^2}$$

$$H_B(D_B) = \frac{e^{-D_B}}{2\sqrt{D_B}}$$



2 点运算和直方图



- (3) 其它情形
- *若灰度变换函数存在**0**斜率，则输出直方图将产生尖峰；
- *若灰度变换函数存在斜率无穷大，则输出直方图将部分区域扩展为一定宽度；
- *若灰度变换函数不存在反函数，可以将输入直方图划为几段，然后输出直方图为几部分之和。
- (4) 分段线性变换

3 直方图均衡化



- 1) 目的

- 使一输入图像转换为在每一灰度级上都有相同的像素点数（即输出的直方图是平的）。
- 进一步的作用在于图像比较和分割。

- 2) 研究思路：通过直方图变换公式

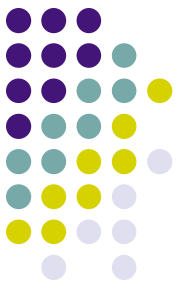
$$H_B(D) = \frac{H_A[f^{-1}(D)]}{f'[f^{-1}(D)]}$$

- 3) 步骤

- 4) 离散情况

- 5) 例子

3 直方图均衡化



$$\text{step1: } \frac{A_0}{D_m} = \frac{H_A[f^{-1}(D)]}{f'[f^{-1}(D)]}$$

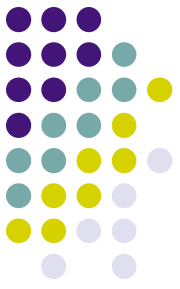
$$\text{step2: } f' = \frac{D_m}{A_0} H(D)$$

$$\text{step3: } f(D) = \frac{D_m}{A_0} \int_0^D H(u) du$$

$$\text{step4 } \text{CDF}(D) = \frac{1}{A_0} \int_0^D H(u) du$$

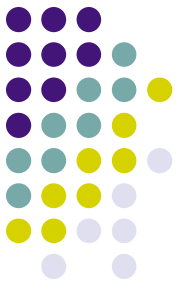
$$\text{step5 } \therefore f(D) = D_m \times \text{CDF}(D)$$

3 直方图均衡化



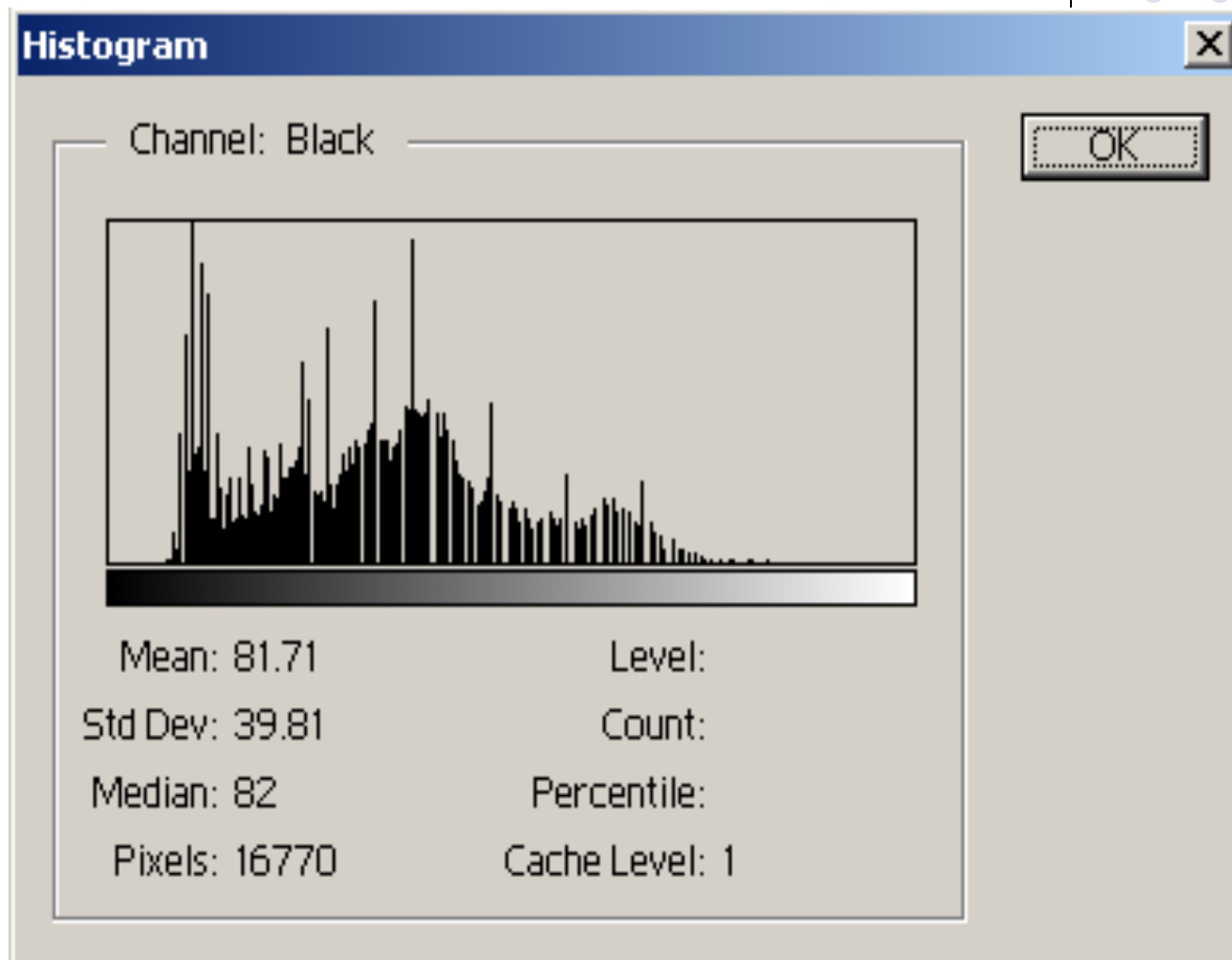
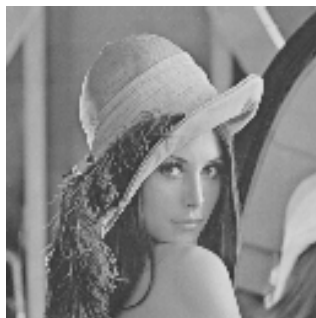
- %初始化及得到lenna的灰度
- `lenna=zeros(128,128);`
- `lenna_equ=zeros(128,128);`
- `histgram=zeros(256);`
- `cdf=zeros(256);`
- `[lenna,map]=imread('c:\temp\lenna.bmp','bmp');`
- %get histogram
- `for i=1:128`
- `for j=1:128`
- `k=lenna(i,j);`
- `histgram(k)=histgram(k)+1;`
- `end`
- `end`

3 直方图均衡化

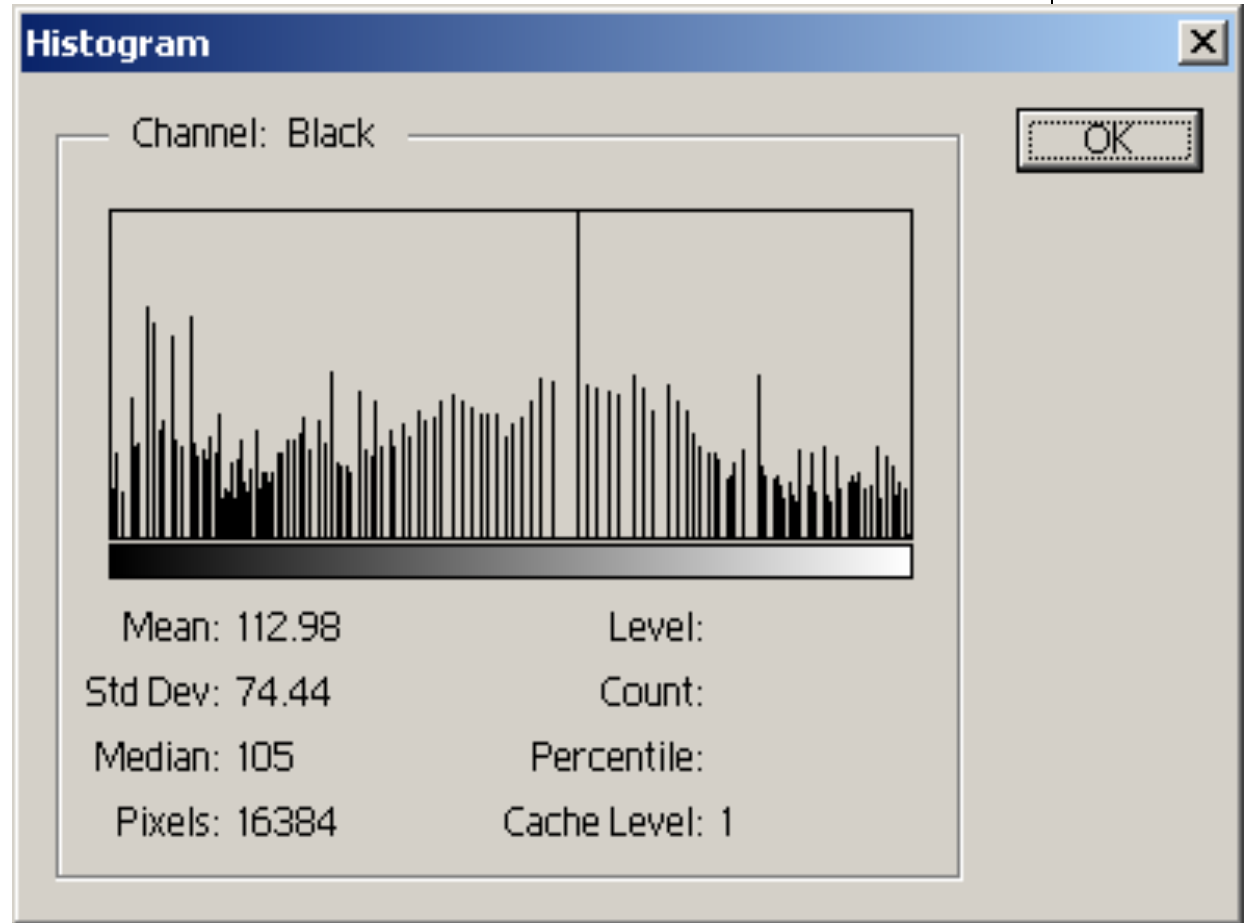


- `%get cdf`
- `cdf(1)=histgram(1);`
- `for i=2:256`
- `cdf(i)=cdf(i-1)+histgram(i);`
- `end`
- `%run point operation`
- `for i=1:128`
- `for j=1:128`
- `k=lenna(i,j);`
- `lenna_equ(i,j)=cdf(k)*256/(128*128);`
- `end`
- `end`
- `%生成直方图均衡化后的lenna图`
- `imwrite(lenna_equ,map,'c:\temp\lenna_equ.bmp');`

3 直方图均衡化



3 直方图均衡化



4 直方图规定化



- 1) 目的
 - 使处理的图像具有指定的直方图形状。
- 2) 研究思路
- 3) 步骤
- 4) 离散情况
- 5) 举例

4 直方图规定化



- 1) 设输入图像为 $A(x, y)$;
- 2) 输出图像 $B(x, y)$ 有规定的直方图 H_B ;
- 3) 输入图像和输出图像有共同的均衡化图像 $C(x, y)$:

$$Q \quad C(x, y) = D_m \times CDF_A[A(x, y)]$$

$$G(d) : C(x, y) = D_m \times CDF_B[B(x, y)] = D_m \times \int_0^d H_B(u) du$$

$$f(d) : B(x, y) = G^{-1}\{CDF_A[A(x, y)]\}$$

5 直方图匹配



- 1) 目的
 - 通过转换比较两幅数字图像的直方图，判断两幅数字图像是否为同一物理景象。
- 2) 研究思路
- 3) 步骤
- 4) 离散情况
- 5) 举例

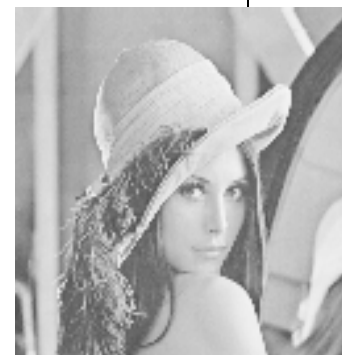
5 直方图匹配



$A(x,y)$



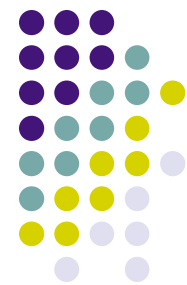
$B(x,y)$



$C(x,y)$

- **问题1:** 在给定**A**图像和**C**图像的情况下，如何选取灰度变换函数？
- **问题2:** 判断**A**图像和**C**图像是否为同一物理图像？
(请思考)

5 直方图匹配



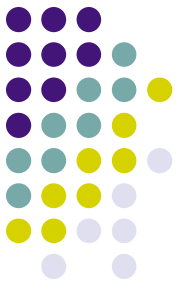
$$\text{step1 } Q \quad B(x, y) = D_m \text{CDF}_A A(x, y)$$

$$\text{且 } B(x, y) = D_m \text{CDF}_C C(x, y)$$

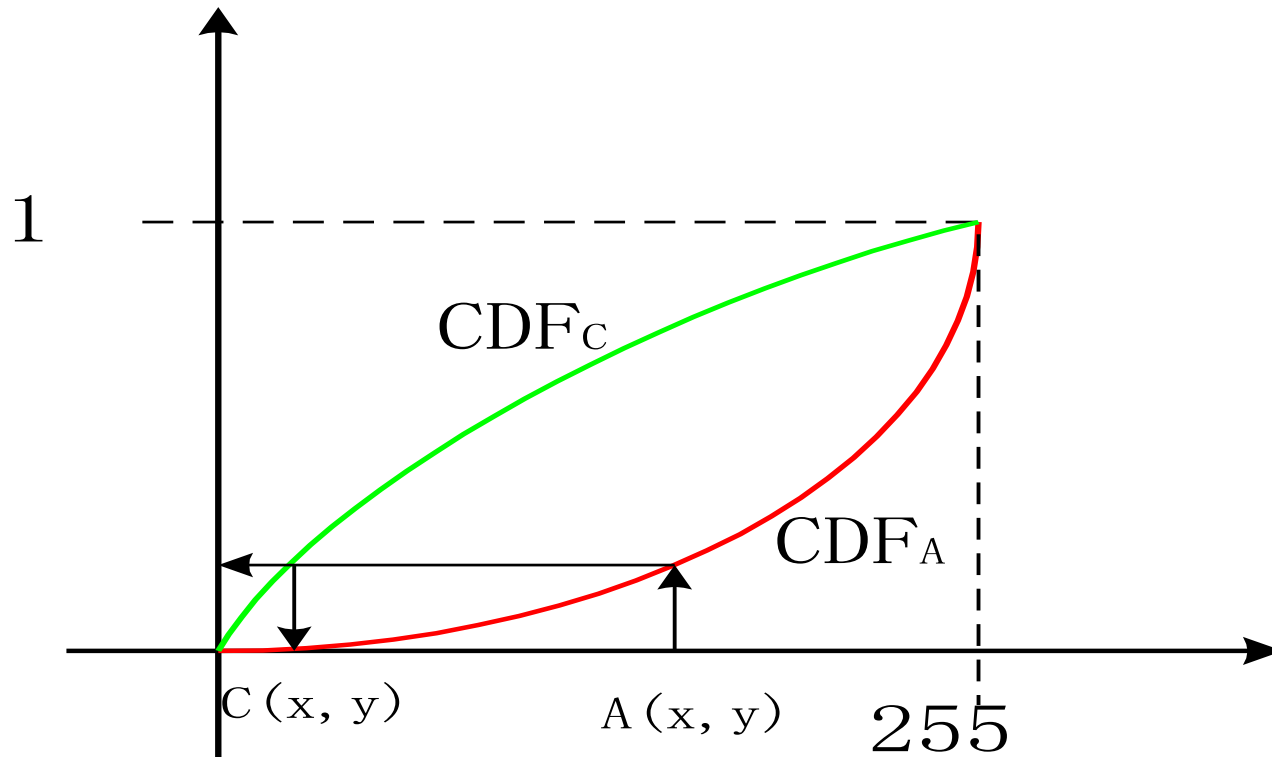
$$\text{step2 } :: D_m \text{CDF}_A A(x, y) = D_m \text{CDF}_C C(x, y)$$

$$\text{step3 } :: C(x, y) = \text{CDF}_C^{-1} \left[\text{CDF}_A (A(x, y)) \right]$$

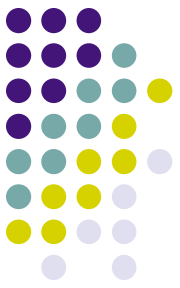
5 直方图匹配



-

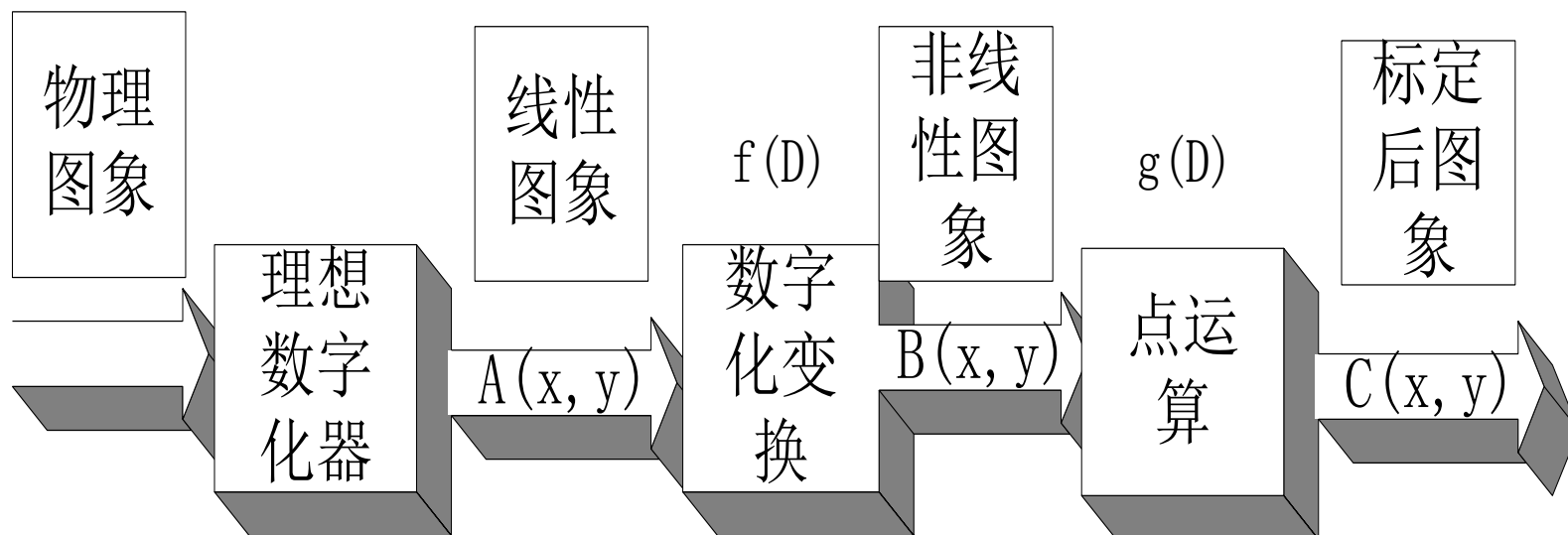


5 直方图匹配



- `%get cdf-1`
- `for i=1:128`
- `for j=1:128`
- `for k=1:256`
- `if lenna_match_cdf(k)/`
`(128*128)<lenna_equ(i,j) & lenna_match_cdf(k+1)/`
`(128*128)>lenna_equ(i,j)`
- `lenna_match(i,j)=k;`
- `break;`
- `end`
- `end`
- `end`

6 光度学和显示校正



6 光度学和显示校正



$$C(x, y) = g\{f[A(x, y)]\} = A(x, y)$$

若使 $C(X, Y) = A(X, Y)$

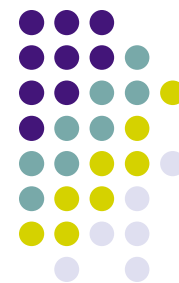
则 $g(D) = f^{-1}(D)$

- 例子:

若 $D_B = f(D_A) = aD_A^2 + b$

则 $g(D_B) = \sqrt{\frac{D_B - b}{a}}$

6 光度学和显示校正



- 光电转换特性

$$\text{输出电压} = (\text{输入光强})^\gamma$$

- Γ (gamma) 校正

- 摄像机: $\gamma=0.5$

- 显示器: $\gamma=2.5$

- 人眼的生理特点

- 电影: $\gamma=1.5$

- 电视或计算机: $\gamma=1.25$



7 要点总结



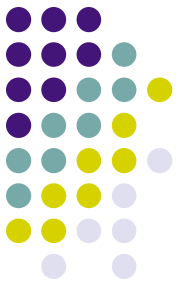
- 1) 点运算由输入像素灰度和输出像素灰度之间映射的灰度变换函数确定。
- 2) 线性点运算可以改变数字图像的对比度。
- 3) 线性点运算后的直方图由下式确定：

$$H_B(D) = \frac{H_A[f^{-1}(D)]}{f'[f^{-1}(D)]}$$

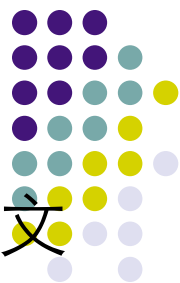
- 4) 数字图像均衡化的灰度变换函数可由累积分布函数确定： $f(D) = D_m \times CDF(D)$
- 5) 直方图匹配和规定化的灰度变换函数由下列函数确定： $C(x,y) = CDF_C^{-1}[CDF_A(A(x,y))]$

Matlab图像工具箱

- `imread`
- `imwrite`
- `Imadjust`
- `histeq`



上机实习



- 1) 应用**MATLAB**软件提供的函数，编制读取**BMP**文件，并使其直方图均衡化，并存为另一幅**BMP**文件。使用**MATLAB**软件本身提供的直方图均衡化函数，判别自编程序与该函数的区别。
- 2) 应用**MATLAB**软件提供的函数，编制读取**BMP**文件，并使其直方图匹配的函数。
- 3) 请了解“色温”和“色彩补偿”等术语，并思考如何将点运算应用到彩色图像的色彩补偿中。
- 3) 完成实验二（必做）