数字图像处理

第十章

傅立叶变换及其应用

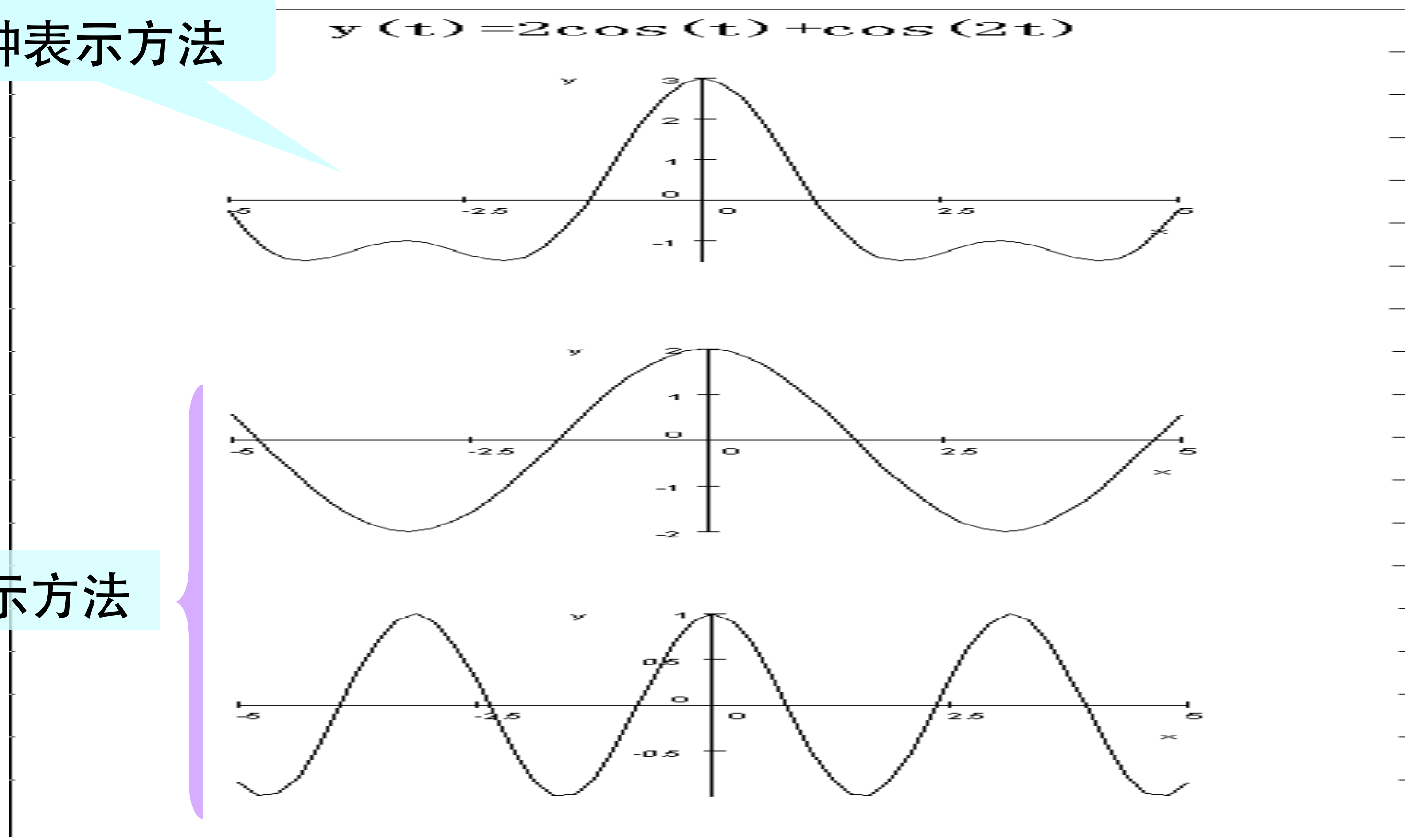
CH10 傅立叶变换及其应用

- 一、一维连续傅立叶变换
- 二、二维连续傅立叶变换
- 三、一维离散傅立叶变换
- 四、二维离散傅立叶变换
- 五、傅立叶变换性质
- 六、线性系统和傅立叶变换
- 七、数字图像处理和傅立叶变换
- 要点总结
- 上机实习题

1 一维连续傅立叶变换

- 引子——信号（波）的三种表示方法

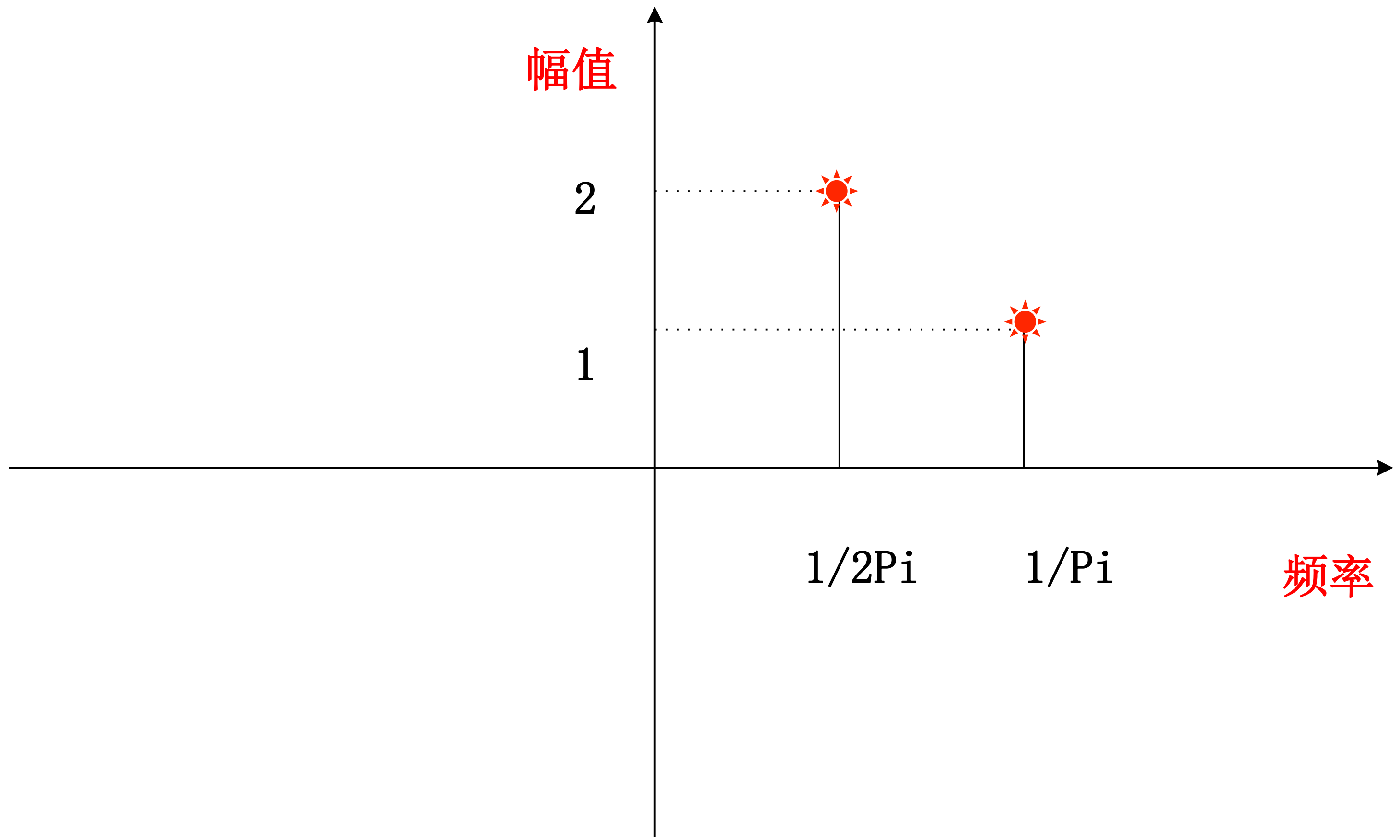
第1种表示方法



第2种表示方法

1 一维连续傅立叶变换

- 第3种表示方法



1 一维连续傅立叶变换

- 思考
  - 如何把任意波形的信号表达成不同频率基波的组合?
  - 在上一章中，不同频率的基波（正弦或余弦信号）表现为复域上的调谐信号；
  - 因此：问题转化成如何把任意波形的信号表达成复数域上不同角速度的调谐信号之和.

$$x(t)=e^{j2\pi ut}=\cos(2\pi ut)+j\sin(2\pi ut)$$

其中$j^2=-1$

1 一维连续傅立叶变换

请仔细思考F(u)函数的形式.

- 1）变换

定义实变量x的连续可积函数$f(x)$的傅立叶变换为

$$F(u)=\int_{-\infty}^{\infty} f(x)e^{-j2\pi ux}dx = R(u)+jI(u)$$

从$F(u)$中恢复$f(x)$，定义为傅立叶反变换

$$f(x)=\int_{-\infty}^{\infty} F(u)e^{j2\pi ux}du \quad \text{记} F(u) \Leftrightarrow f(x)$$

幅度 $$|F(u)|=\sqrt{R^2(u)+I^2(u)}$$

相角 $$|\phi(u)|=\tan^{-1}\left(I(u) \big/ R(u) \right)$$

幅度函数$|F(u)|$又称为$f(x)$的傅立叶谱

1 一维连续傅立叶变换

- 例10-1：为下图所示的简单函数f(x)，求其傅立叶变换F(u)。

$$\text{解：} F(u)=\int_{-\infty}^{\infty} f(x)e^{-j2\pi ux}dx$$

$$=\int_{0}^{X} Ae^{-j2\pi ux}dx=\frac{-A}{j2\pi u}\left[e^{-j2\pi ux}\right]_{0}^{X}$$

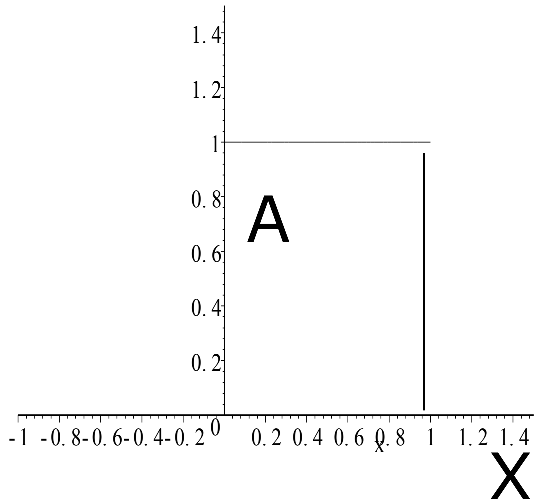
$$=\frac{-A}{j2\pi u}\left[e^{-j2\pi uX}-1\right]=\frac{-A}{j2\pi u}\left[e^{-j\pi uX}-e^{j\pi uX}\right]e^{-j\pi uX}$$

$$=\frac{A}{\pi u}\sin(\pi uX)e^{-j\pi uX}$$

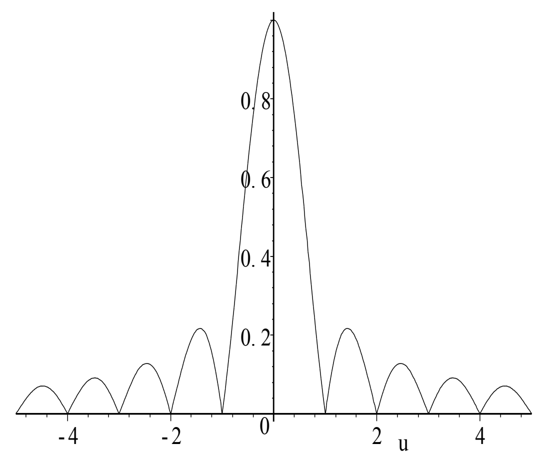
$$|F(u)|=AX\left|\frac{\sin(\pi uX)}{\pi uX}\right|$$

1 一维连续傅立叶变换

矩形函数



矩形函数的傅立叶谱



请思考除此之外的第3种表达?

1 一维连续傅立叶变换

- 例10-2：对高斯函数G(t)，求其傅立叶变换F(u)。

$$\because G(t)=e^{-\pi t^2}$$

$$\therefore F(u)=\int_{-\infty}^{\infty}e^{-\pi t^2}e^{-j2\pi ut}dt=\int_{-\infty}^{\infty}e^{-\pi\left(t^2+j2ut\right)}dt$$

$$=\int_{-\infty}^{\infty}e^{\pi(ju)^2}e^{-\pi(t+ju)^2}dt=e^{-\pi u^2}\int_{-\infty}^{\infty}e^{-\pi(t+ju)^2}dt$$

$$=e^{-\pi u^2}\int_{-\infty}^{\infty}e^{-\pi T^2}dT=e^{-\pi u^2}$$

高斯函数的傅立叶变换同样是高斯函数。

1 一维连续傅立叶变换

函数	$f(t)$	$F(u)$
高斯	$e^{-\pi t^2}$	$e^{-\pi u^2}$
矩形脉冲	$\Pi(\mathrm{t})$	$\sin(\pi u)/\pi u$
三角脉冲	$\Lambda(t)$	$\sin^2(\pi u)/(\pi u)^2$
冲激	$\delta(t)$	1
单位阶跃	$u(t)$	$\left[\delta(u)-j/\pi u\right]/2$
余弦	$\cos(2\pi ft)$	$\left[\delta(u+f)+\delta(u-f)\right]/2$
正弦	$\sin(2\pi ft)$	$j\left[\delta(u+f)+\delta(u-f)\right]/2$
数	$e^{2\pi ft}$	$\delta(u-f)$

请课后练习!

1 一维连续傅立叶变换

- **2）加快运算**

$$f(x)e^{-j2\pi ux} = f(x)[\cos 2\pi ux - j\sin 2\pi ux]$$

因为奇函数乘偶函数为奇函数，

奇函数乘奇函数为偶函数。

而积分对于奇函数为零。

因此若$f(x)$为奇函数，只需计算虚数项；

若$f(x)$为偶函数，只需计算实数项。

2 二维连续傅立叶变换

定义实变量x, y的连续可积函数$f(x,y)$的傅立叶变换为

$$F(u,v)=\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} f(x,y)e^{-j2\pi(ux+vy)}dxdy = R(u,v)+jI(u,v)$$

从$F(u,v)$中恢复$f(x,y)$，定义为傅立叶反变换

$$f(x,y)=\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} F(u,v)e^{j2\pi(ux+vy)}dudv$$

幅度 $$\left|F(u,v)\right|=\sqrt{R^2(u,v)+I^2(u,v)}$$

相角 $$\left|\phi(u,v)\right|=\tan^{-1}\left(I(u,v)\big/R(u,v)\right)$$

能量谱 $$\left|E(u,v)\right|=R^2(u,v)+I^2(u,v)$$

2 二维连续傅立叶变换

- 例10-3：为下图所示的二维函数f(x,y)，求其傅立叶变换F(u,v)。

解：$F(u,v)=\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}f(x,y)e^{-j2\pi(ux+vy)}dxdy$

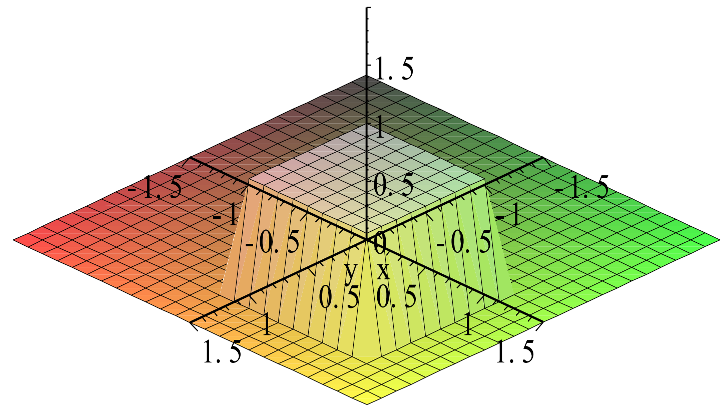
$$=A\int_{0}^{X}e^{-j2\pi ux}dx\int_{0}^{Y}e^{-j2\pi uy}dy$$

$$=AXY\left[\frac{\sin(\pi uX)}{\pi uX}e^{-juX}\right]\left[\frac{\sin(\pi vY)}{\pi vY}e^{-jvY}\right]$$

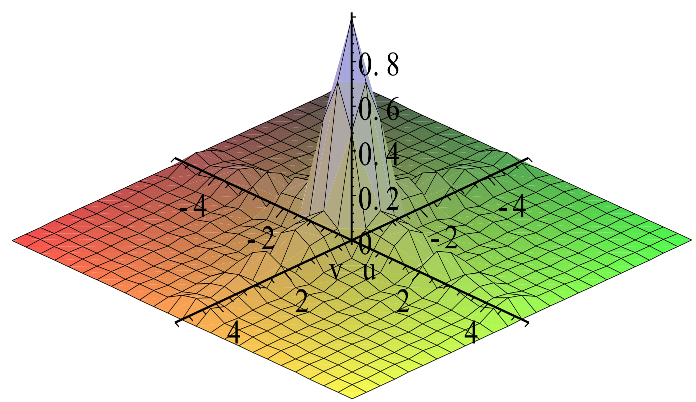
$$\left|F(u,v)\right|=AXY\left[\frac{\sin(\pi uX)}{\pi uX}\right]\left[\frac{\sin(\pi vY)}{\pi vY}\right]$$

2 二维连续傅立叶变换

二维矩形
函数



二维矩形
函数的傅
立叶谱



3 一维离散傅立叶变换

- 1）一维离散傅立叶变换对

设离散函数$f(x)$为相应连续函数取N个间隔Δx的取样值。

$$f(x)=f(x_0+x\Delta x)$$

离散函数的傅立叶变换对为

$$F(u)=\frac{1}{N}\sum_{x=0}^{N-1}f(x)e^{-j2\pi ux/N}$$

$$f(x)=\sum_{x=0}^{N-1}F(u)e^{j2\pi ux/N}$$

注意：1/N并没有固定位置.

3 一维离散傅立叶变换

$$\text{取} N=4, F(u)=\frac{1}{4}\sum_{x=0}^{3} f(x)e^{-j2\pi ux/4} \text{展开为}$$

$$u=0, F(0)=\frac{1}{4}\left[f(0)e^{0}+f(1)e^{0}+f(2)e^{0}+f(3)e^{0}\right]$$

$$u=1, F(1)=\frac{1}{4}\left[f(0)e^{0}+f(1)e^{-j\frac{\pi}{2}}+f(2)e^{-j\frac{2\pi}{2}}+f(3)e^{e^{-j\frac{3\pi}{2}}}\right]$$

$$u=2, F(2)=\frac{1}{4}\left[f(0)e^{0}+f(1)e^{-j\frac{2\pi}{2}}+f(2)e^{-j\frac{4\pi}{2}}+f(3)e^{-j\frac{6\pi}{2}}\right]$$

$$u=3, F(3)=\frac{1}{4}\left[f(0)e^{0}+f(1)e^{-j\frac{3\pi}{2}}+f(2)e^{-j\frac{6\pi}{2}}+f(3)e^{-j\frac{9\pi}{2}}\right]$$

3 一维离散傅立叶变换

- 例：一维离散函数如下，求其离散傅立叶变换.

$$f(x)=\{f(0)=1,f(1)=1,f(2)=1,f(3)=1\}$$

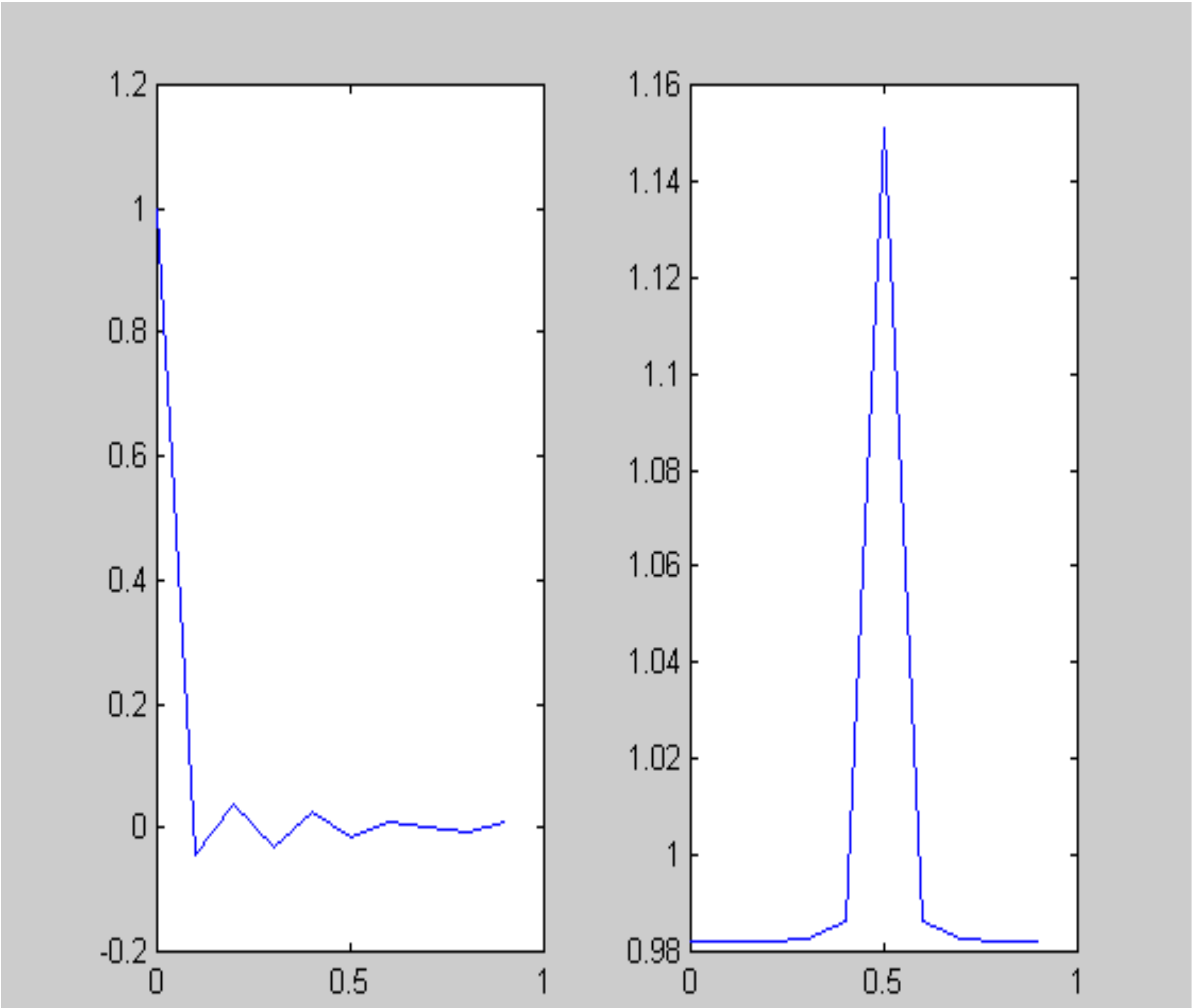
$$F(u)=\frac{1}{N}\sum_{x=0}^{3}f(x)e^{-j2\pi\frac{ux}{N}}=\frac{1}{4}\sum_{x=0}^{3}e^{-j2\pi\frac{ux}{4}}$$

$$F(0)=1,F(1)=0,F(2)=0,F(3)=0$$

3 一维离散傅立叶变换

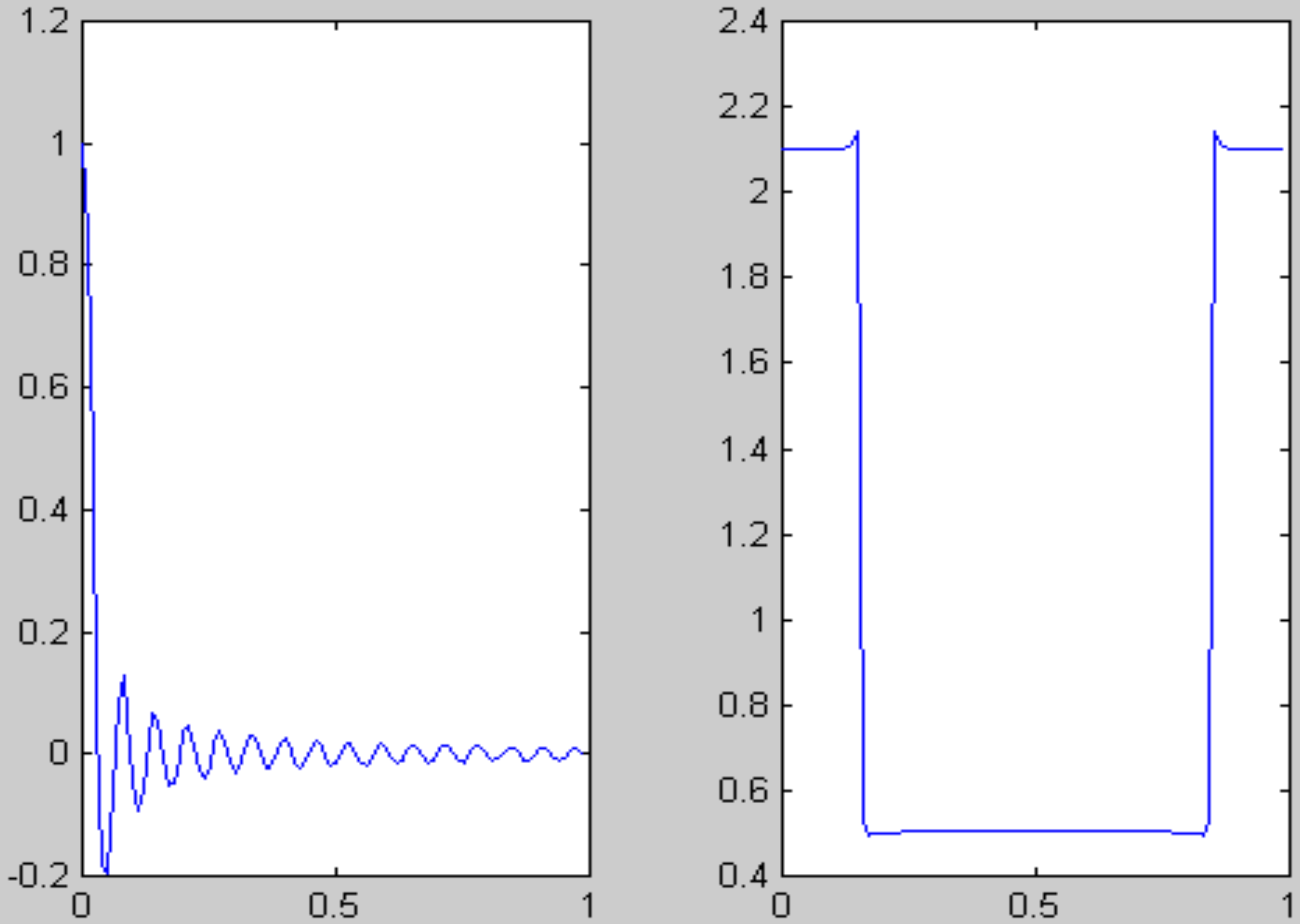
- 例：对连续sinc函数的不同采样，导致的不同离散傅立叶变换。
  - 1）采样10个点；
  - 2）采样100个点。

3 一维离散傅立叶变换



下标从[0,1]扩展到[0,10]

3 一维离散傅立叶变换



下标从[0,1]扩展到[0,100]

3 一维离散傅立叶变换

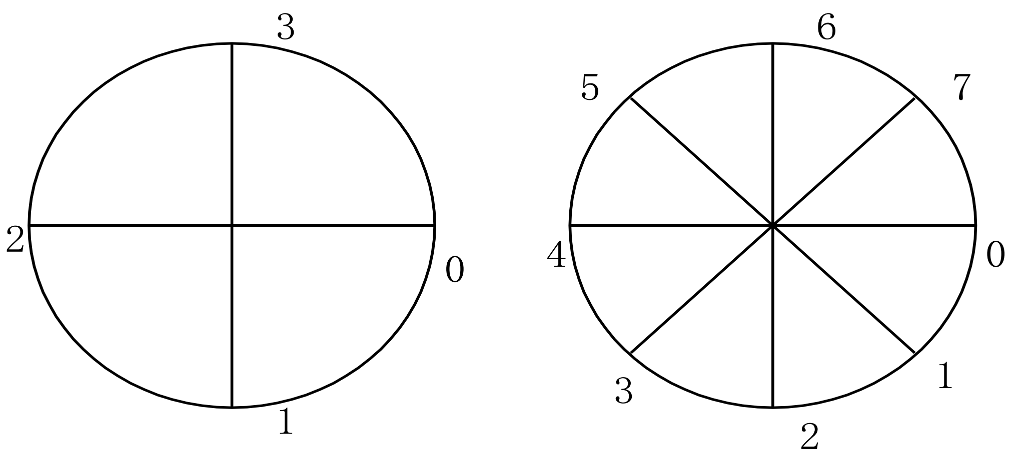
- 2）DFT的矩阵表示法

考虑到$\frac{1}{N}$,记作$F = Wf$

$$\begin{bmatrix} F(0) \\ F(1) \\ F(2) \\ F(3) \end{bmatrix} = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} e^0 & e^0 & e^0 & e^0 \\ e^0 & e^{-j\frac{\pi}{2}} & e^{-j\pi} & e^{-j\frac{3\pi}{2}} \\ e^0 & e^{-j\pi} & e^{-j2\pi} & e^{-j3\pi} \\ e^0 & e^{-j\frac{3\pi}{2}} & e^{-j3\pi} & e^{-j\frac{9\pi}{2}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f(0) \\ f(1) \\ f(2) \\ f(3) \end{bmatrix}$$

3 一维离散傅立叶变换

$$\begin{bmatrix} W^0 & W^0 & W^0 & W^0 \\ W^0 & W^1 & W^2 & W^3 \\ W^0 & W^2 & W^0 & W^2 \\ W^0 & W^3 & W^2 & W^1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -j & -1 & j \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & j & -1 & -j \end{bmatrix}$$



N=4和N=8的W各元素

步进法

3 一维离散傅立叶变换

- N=8时W各元素

$$W^0 = 1, W^2 = -j, W^4 = -1, W^6 = j$$

$$W^1 = (1-j)/\sqrt{2}$$

$$W^3 = (-1-j)/\sqrt{2}$$

$$W^5 = (-1+j)/\sqrt{2}$$

$$W^7 = (1+j)/\sqrt{2}$$

3 一维离散傅立叶变换

- **3） 常用一维DFT的几个性质**

  (1)W_N^{ux}阵是对称阵

  W_N阵u方向和x方向是对称的；

  (2)$f(x)$的DFT是周期性, 即W_N^{ux}阵是周期性

  即$F(u)=F(u+N), f(x)=f(x+N)$;

  (3)$f(x)$为偶函数或奇函数情况

  当$f(x)$为奇函数，计算时只计算虚部；

  当$f(x)$为偶函数，计算时只计算实部；

  (4)W阵的可分性

  参看快速傅立叶变换

3 一维离散傅立叶变换

- 4）快速傅立叶变换FFT

$$F(u)=\frac{1}{N}\sum_{x=0}^{N-1}f(x)e^{-j\frac{2\pi ux}{N}}$$

DFT计算复杂度=N^2次乘法+$N(N-1)$次加法

对于$N=2^n$幂时有快速算法

FFT计算复杂度=$N\lg_2 N$

- 时域分组：将W中把x不断分解为奇偶表达式；
- 频域分组：将u不断分解为奇偶表达式。

旋转因子 W_N^{km} 的性质

1)周期性

$$W_N^{(k+N)m}=W_N^{k(m+N)}=W_N^{km}$$

2) 对称性

$$W_N^{mk+\frac{N}{2}}=-W_N^{mk} \qquad \left(W_N^{km}\right)^*=W_N^{-mk}$$

3)可约性

$$W_N^{mk}=W_{nN}^{nmk}$$

$$W_N^{mk}=W_{N/n}^{mk/n}, \quad N/n\text{为整数}$$

3 一维离散傅立叶变换

$N=2^m$幂，$f(x)$分解为$f(2x)$和$f(2x+1)$:

$$F(u)=\frac{1}{N}\sum_{x=0}^{N-1}f(x)W_N^{ux}$$

$$=\frac{1}{2}\left[\frac{2}{N}\sum_{x=0}^{N/2-1}f(2x)W_N^{2ux}+\frac{2}{N}\sum_{x=0}^{N/2-1}f(2x+1)W_N^{u(2x+1)}\right]$$

注意x的取值范围

$$=\frac{1}{2}\left[\frac{2}{N}\sum_{x=0}^{N/2-1}f(2x)W_{N/2}^{ux}+\frac{2}{N}\sum_{x=0}^{N/2-1}f(2x+1)W_{N/2}^{ux}W_N^{u}\right]$$

$$=\frac{1}{2}\left[F_e(u)+W_N^uF_o(u)\right]$$

$$F\left(u+\frac{N}{2}\right)=\frac{1}{2}\left[F_e\left(u+\frac{N}{2}\right)+W_N^{u+N/2}F_o\left(u+\frac{N}{2}\right)\right]$$

3 一维离散傅立叶变换

$$\because F_e\left(u+\frac{N}{2}\right)=F_e(u),F_o\left(u+\frac{N}{2}\right)=F_o(u)$$

$$W_N^{u+N/2}=W_N^uW_N^{N/2}=W_N^ue^{-j\frac{2\pi}{N}\frac{N}{2}}=W_N^ue^{-j\pi}=-W_N^u$$

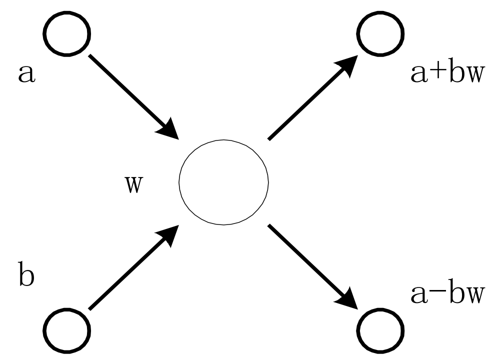
$$\therefore F\left(u+\frac{N}{2}\right)=\frac{1}{2}\left[F_e(u)-W_N^uF_o(u)\right]$$

因此F_e和F_o中的x继续分解，直到2点。

$$F_0 \sim F_7 \Rightarrow F_0 \sim F_3 \Rightarrow F_0 \sim F_1 \Rightarrow F_0 = f_0$$

3 一维离散傅立叶变换

- 蝶形图



- 显然计算一次蝶形需1次乘法和2次加（减）法。

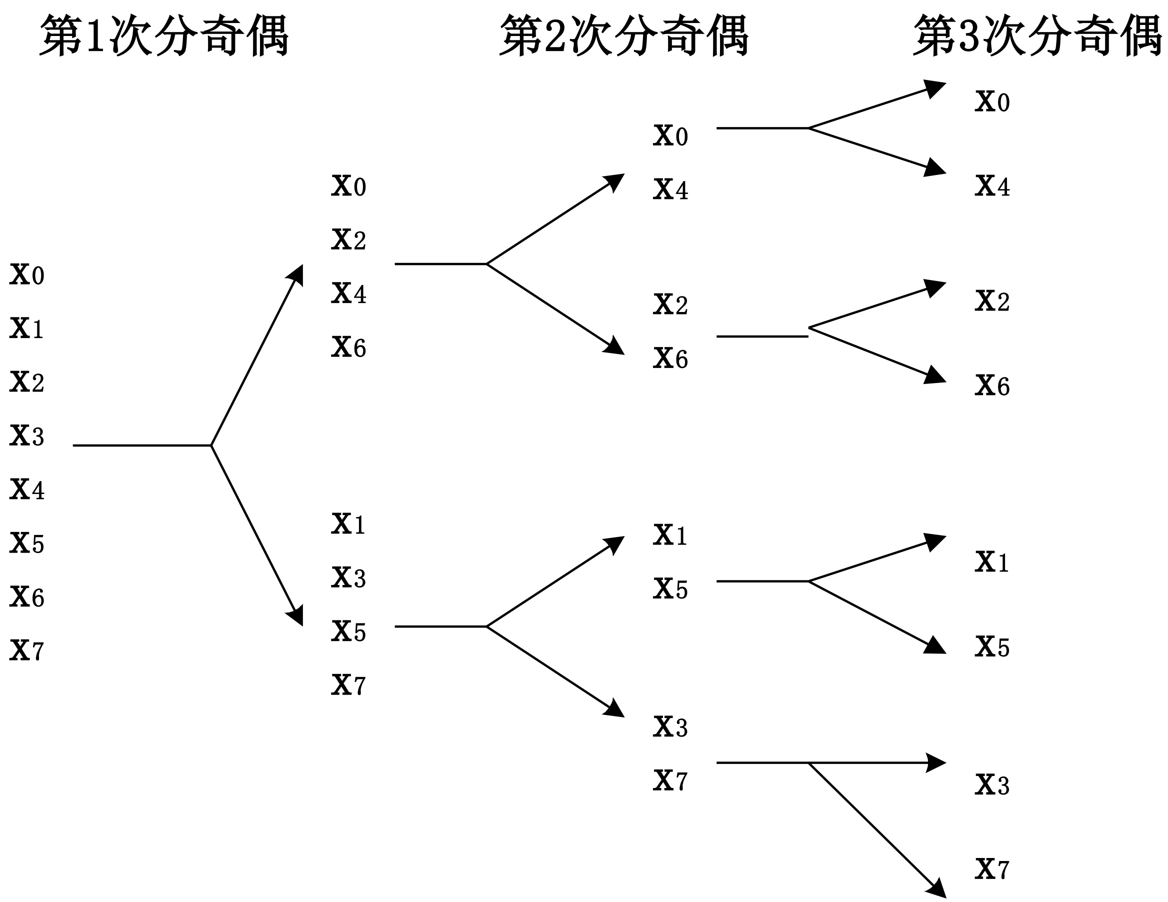
对于$N=2^m$点的DFT，每轮有$N/2$个蝶形，

总共有$\dfrac{N}{2}\times m=\dfrac{N}{2}\times\log_2 N$个蝶形。

总共有$\dfrac{N}{2}\times\log_2 N$次乘法和$N\log_2 N$加法。

3 一维离散傅立叶变换

- 比特倒序



4 二维离散傅立叶变换

容易将一维离散傅立叶变换推广到二维情况

$$F(u,v)=\frac{1}{MN}\sum_{x=0}^{M-1}\sum_{y=0}^{N-1}f(x,y)e^{-j2\pi(ux/M+vy/N)}$$

式中：$u=0,1,2,\cdots,M-1;$

$v=0,1,2,\cdots,N-1$

$$f(x,y)=\sum_{u=0}^{M-1}\sum_{v=0}^{N-1}F(u,v)e^{j2\pi(ux/M+vy/N)}$$

式中：$x=0,1,2,\cdots,M-1;$

$y=0,1,2,\cdots,N-1$

在数字图象处理中，图象一般取方形，

即$M=N$.

5 傅立叶变换性质

- 1）加法定理
  - 时域或空域内的相加对应于频域内的相加。

设有两个傅立叶变换对

$$F(u)=\int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-j2\pi ut}dt \quad G(u)=\int_{-\infty}^{\infty} g(t)e^{-j2\pi ut}dt$$

若$r(t)=f(t)+g(t)$

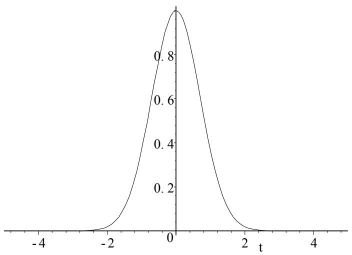
则$R(u)=\int_{-\infty}^{\infty}\left[f(t)+g(t)\right]e^{-j2\pi ut}dt$

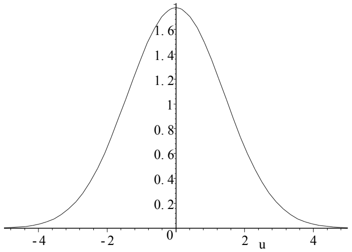
$$=\int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-j2\pi ut}dt+\int_{-\infty}^{\infty} g(t)e^{-j2\pi ut}dt$$

$$=F(u)+G(u)$$

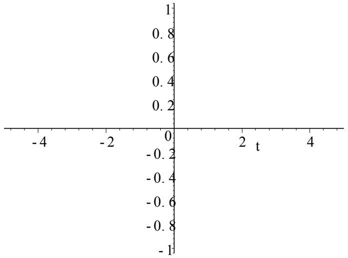
5 傅立叶变换性质

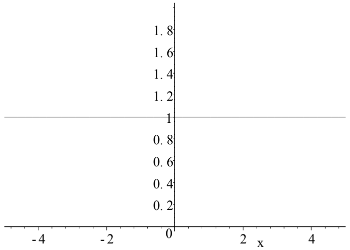
高斯函数



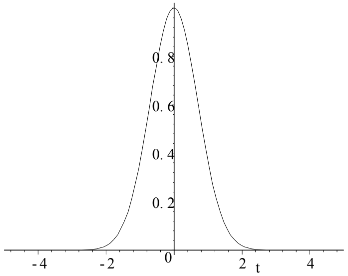


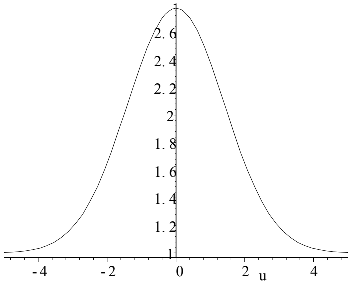
冲激函数





和





原点为[0,1]

5 傅立叶变换性质

- **2）位移定理**
  - 函数位移不改变傅立叶变换的幅值。

$$F(v)=\int_{-\infty}^{\infty} f(t-a)e^{-j2\pi vt}dt$$

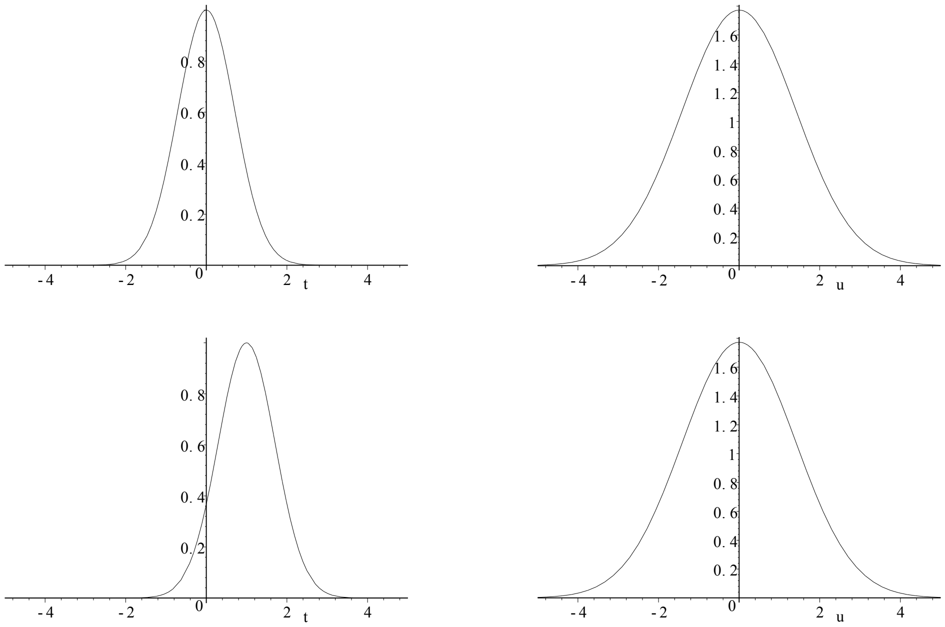
$$=\int_{-\infty}^{\infty} f(t-a)e^{-j2\pi v(t-a)}e^{-j2\pi va}dt$$

$$=e^{-j2\pi va}\int_{-\infty}^{\infty} f(t-a)e^{-j2\pi v(t-a)}dt$$

$$=e^{-j2\pi va}F'(v)$$

其中，$F'(v)$为$f(t)$的傅立叶变换

5 傅立叶变换性质



0.8
0.6
0.4
0.2
0
-4
-2
2
t
4
1.6
1.4
1.2
1
0.8
0.6
0.4
0.2
0
-4
-2
2
u
4
0.8
0.6
0.4
0.2
0
-4
-2
2
t
4
1.6
1.4
1.2
1
0.8
0.6
0.4
0.2
0
-4
-2
2
u
4

5 傅立叶变换性质

- 3）卷积定理
  - 时域（或空域）中的卷积等价于频域的乘积。

$$F\left(f(t)*g(t)\right)=\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}f(x)g(t-x)dxe^{-j2\pi ut}dt$$

$$=\int_{-\infty}^{\infty}f(x)\int_{-\infty}^{\infty}g(t-x)e^{-j2\pi ut}dtdx$$

$$=\int_{-\infty}^{\infty}f(x)e^{-j2\pi ux}G(u)dx$$

$$=F(u)G(u)$$

因为任何函数冲激函数的卷积保持不变，

因此可证明冲激函数的傅立叶变换是单位1

5 傅立叶变换性质

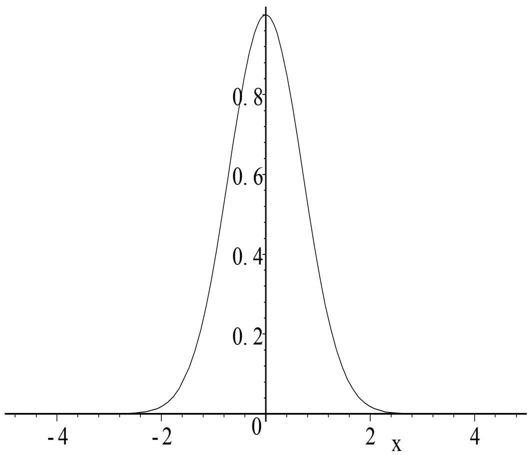
- **4）相似性定理**
  - 描述函数自变量尺度变化对其傅立叶变换的作用。

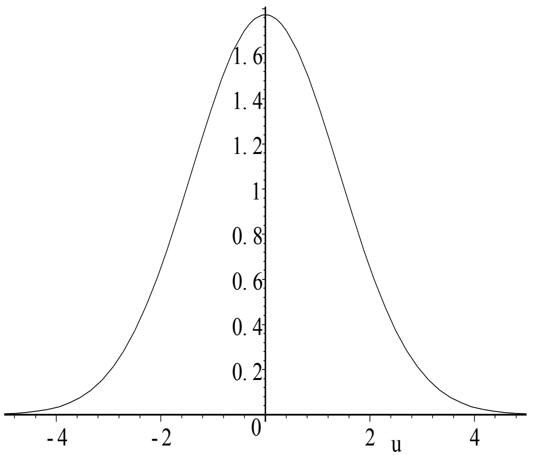
$$F\left(f\left(at\right)\right)=\int_{-\infty}^{\infty}f\left(at\right)e^{-j2\pi ut}dt$$

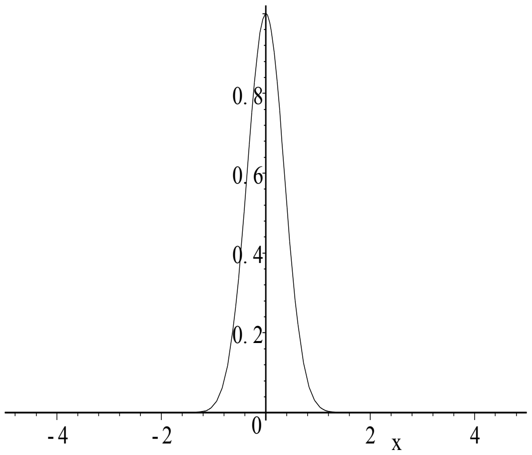
$$=\frac{1}{a}\int_{-\infty}^{\infty}f\left(at\right)e^{-j2\pi ut}adt=\frac{1}{a}\int_{-\infty}^{\infty}f\left(r\right)e^{-j2\pi ur/a}dr$$

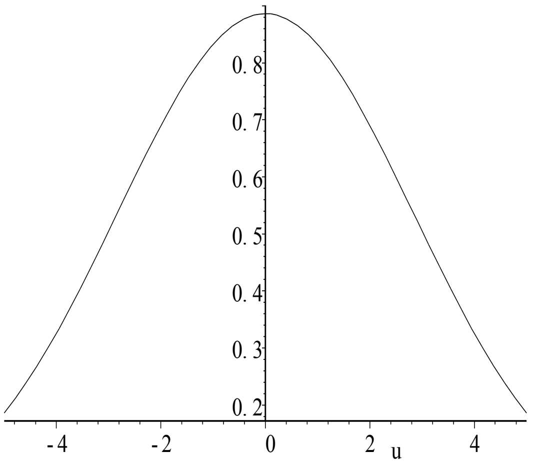
$$=\frac{1}{a}F\left(\frac{u}{a}\right)$$

5 傅立叶变换性质


0.8
0.6
0.4
0.2
-4
-2
0
2
x
4


1.6
1.4
1.2
1
0.8
0.6
0.4
0.2
-4
-2
0
2
u
4


0.8
0.6
0.4
0.2
-4
-2
0
2
x
4


0.8
0.7
0.6
0.5
0.4
0.3
0.2
-4
-2
0
2
u
4

5 傅立叶变换性质

- **5）其他常用性质**
  - **（1）线性**

    傅立叶变换是一种线性算子

    $$\mathrm{F}\left\{af_1(x,y)+bf_2(x,y)\right\}=aF_1(x,y)+bF_2(x,y)$$

  - **（2）可分离性**

    $$F(u,y)=N\left[\frac{1}{N^2}\sum_{x=0}^{N-1}f(x,y)e^{-j2\pi ux/N}\right]$$

    $$F(u,v)=\frac{1}{N}\sum_{y=0}^{N-1}F(u,y)e^{-j2\pi uy/N}$$

    $$=\frac{1}{N^2}\sum_{y=0}^{N-1}\sum_{x=0}^{N-1}f(x,y)e^{-j2\pi ux/N}e^{-j2\pi uy/N}$$

5 傅立叶变换性质

- （3）周期性和共轭对称性

$$F(u,v)=F(u+aN,v+bN)$$

$$f(x,y)=f(x+aN,y+bN)$$

$$F(u,v)=F^{*}(-u,-v)$$

$$\left|F(u,v)\right|=\left|F(-u,-v)\right|$$

5 傅立叶变换性质

- （4）旋转不变性

引入极坐标

$$\begin{cases} x = r\cos\theta \\ y = r\sin\theta \end{cases} \qquad \begin{cases} u = \varpi\cos\phi \\ v = \varpi\sin\phi \end{cases}$$

$$f(r,\theta) = F(\varpi,\phi)$$

$$f(r,\theta+\theta_0) = F(\varpi,\phi+\phi_0)$$

5 傅立叶变换性质

- （5）平均值

二维离散函数平均值定义如下：$\bar{f}(x,y)=\dfrac{1}{N^2}\sum_{x=0}^{N-1}\sum_{y=0}^{N-1}f(x,y)$

将$u=v=0$代入二维傅立叶定义$F(0,0)=\dfrac{1}{N^2}\sum_{x=0}^{N-1}\sum_{y=0}^{N-1}f(x,y)$

因此$\bar{f}(x,y)=F(0,0)$

5 傅立叶变换性质

- （6）微分性质

$$\text{时域上的微分}\left(\frac{\partial}{\partial x}\right)^m\left(\frac{\partial}{\partial y}\right)^n f(x,y),$$

$$\text{对应频域}(j2\pi u)^m(j2\pi v)^n F(u,v)\text{。}$$

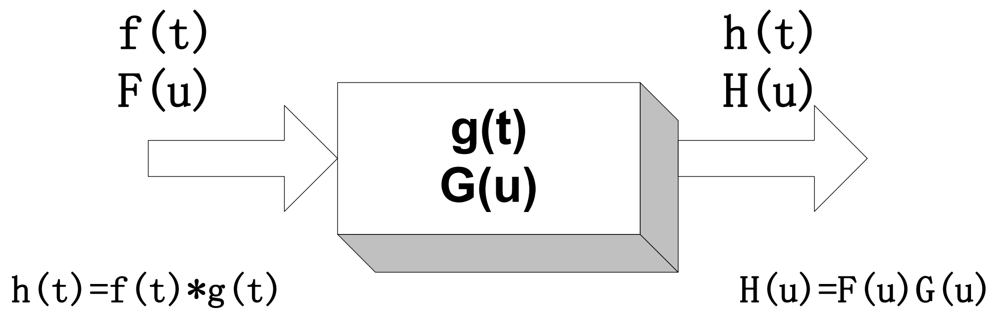
$$\text{拉普拉斯}\nabla^2 f(x,y)$$

$$\text{对应频域}-4\pi^2\left(u^2+v^2\right)F(u,v)$$

- 等于傅立叶谱乘以 u^2 +项，相当于传递函数随频率平方增加的线性系统。

6 线性系统和傅立叶变换

- 1）线性系统术语



f(t)=输入信号　　F(u)=输入信号的谱
g(t)=冲激响应　　G(u)=传递函数
h(t)=输出信号　　H(u)=输出信号的谱

6 线性系统和傅立叶变换

- 2）线性系统辨识
  - 定义：确定系统的冲激响应及传递函数；
  - 方法：输入已知的**f(x)**，测量输出**h(t)**，然后通过数字积分计算**g(t)**。

$$\because H(u)=F(u)\cdot G(u)$$

$$\therefore G(u)=H(u)/F(u)$$

$$\therefore g(t)=F^{-1}\left(\frac{H(u)}{F(u)}\right)=F^{-1}\left(\frac{F(h(t))}{F(f(t))}\right)$$

6 线性系统和傅立叶变换

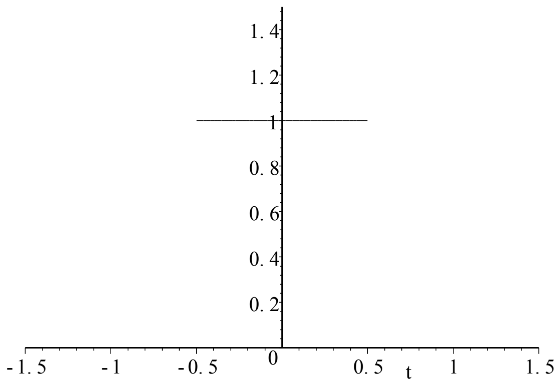
- 例：

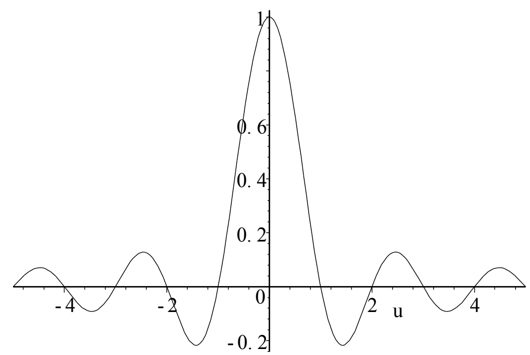
$$\text{输入为} f(t) = \Pi(t), \text{输出为} h(t) = \Lambda(t)$$

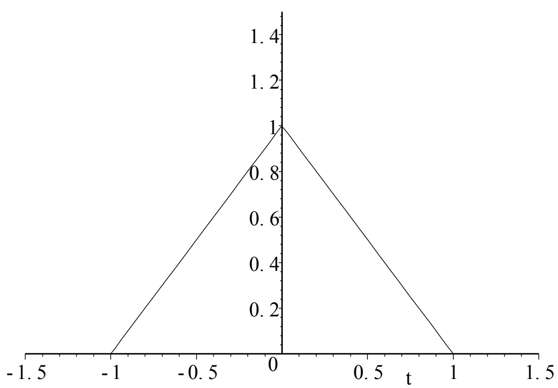
$$g(t) = F^{-1}\left\{ \frac{\dfrac{\sin^2(\pi u)}{(\pi u)^2}}{\dfrac{\sin(\pi u)}{(\pi u)}} \right\} = F^{-1}\left\{ \frac{\sin(\pi u)}{(\pi u)} \right\}$$

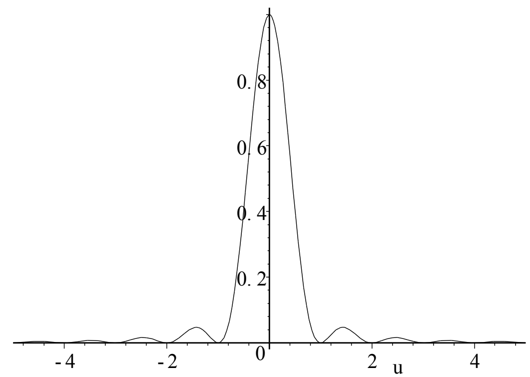
$$= \Pi(t)$$

6 线性系统和傅立叶变换

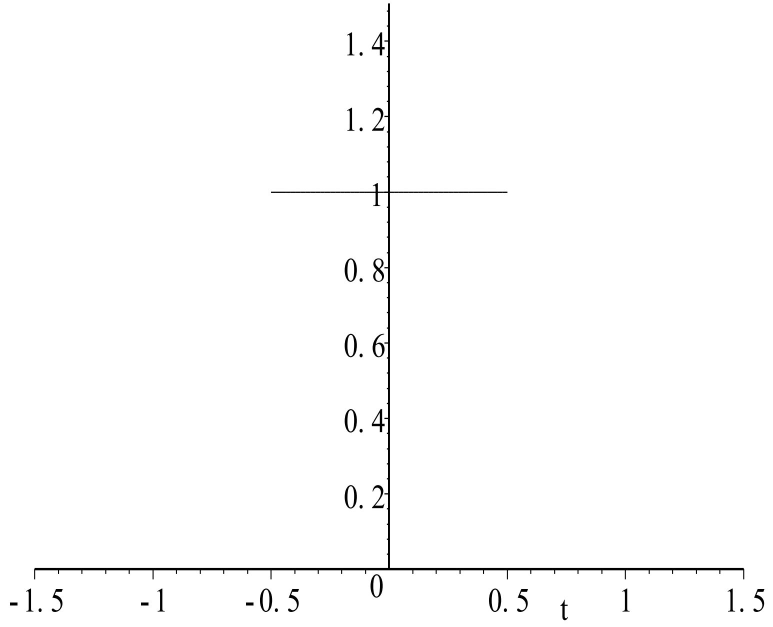


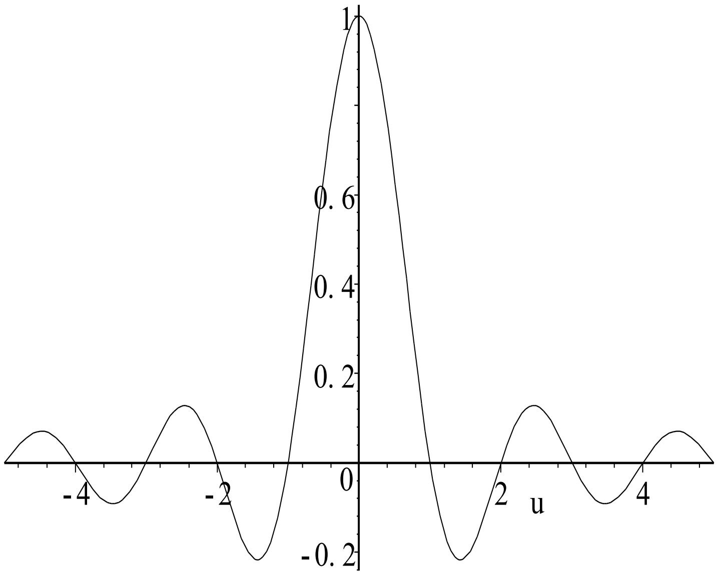






6 线性系统和傅立叶变换





6 线性系统和傅立叶变换

- 例

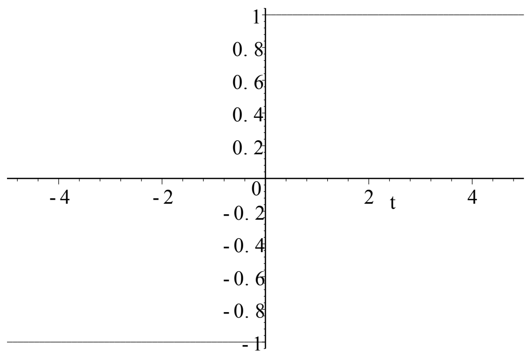
$$f(t)=u(t)-\frac{1}{2}=\begin{cases}-1/2, t<0 \\ 0, t=0 \\ +1/2, t>0\end{cases} \qquad F(u)=-j/(2\pi u)$$

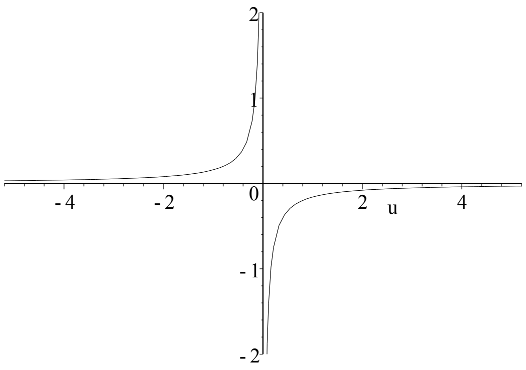
$$h(t)=\begin{cases}-1/2, t<-1 \\ t, -1\le t\le 1 \\ +1/2, t>1\end{cases} \qquad H(u)=-j\frac{\sin(\pi u)}{2(\pi u)^2}$$

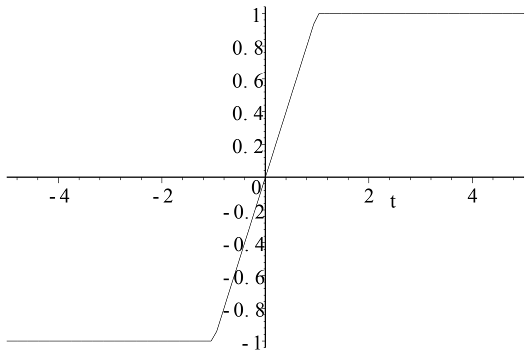
$$\therefore G(u)=\frac{H(u)}{F(u)}=\frac{\sin(\pi u)}{\pi u}$$

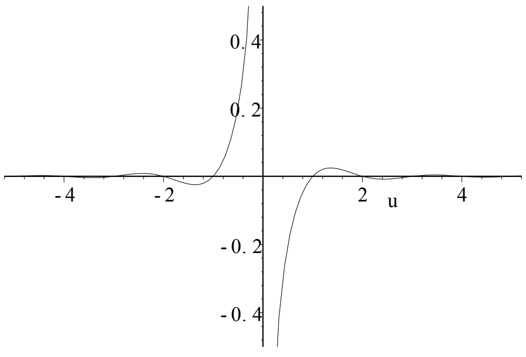
$$\therefore g(t)=\Pi(t)$$

6 线性系统和傅立叶变换

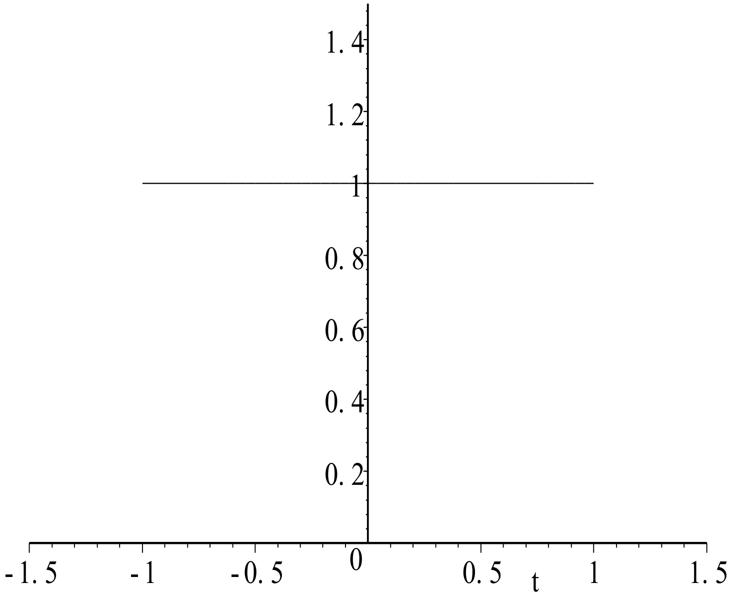


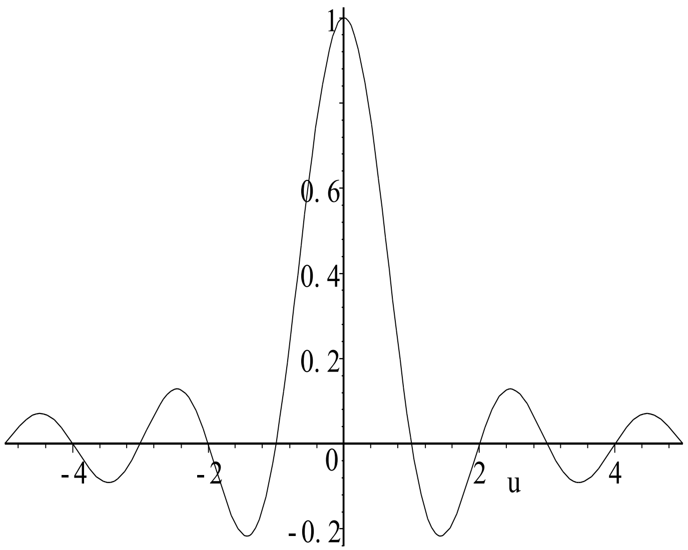






6 线性系统和傅立叶变换





7 数字图像处理和傅立叶变换

- 1）频谱的图像显示

谱图象：就是把$\left|F(u,v)\right|$作为亮度显示出来。

人的视觉可分辨灰度有限：

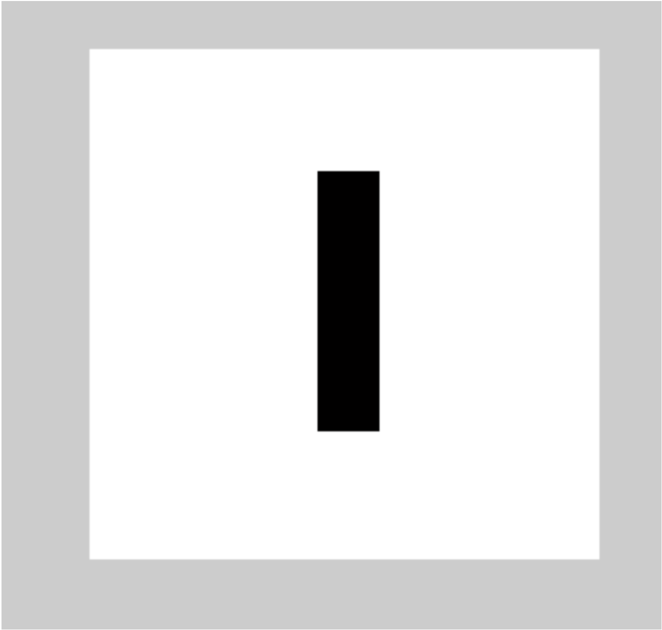
$$D(u,v)=\log\left(1+\left|F(u,v)\right|\right)$$

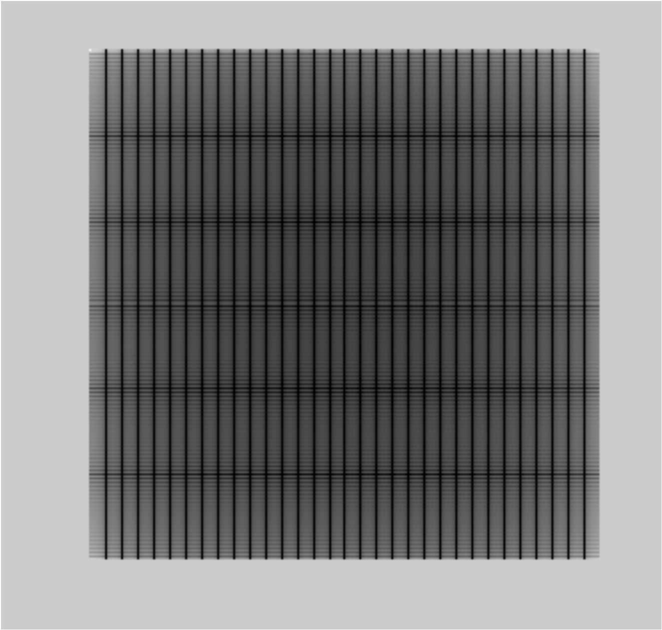
实用公式常用K系数调整：

$$D(u,v)=\log\left(1+K\left|F(u,v)\right|\right)$$

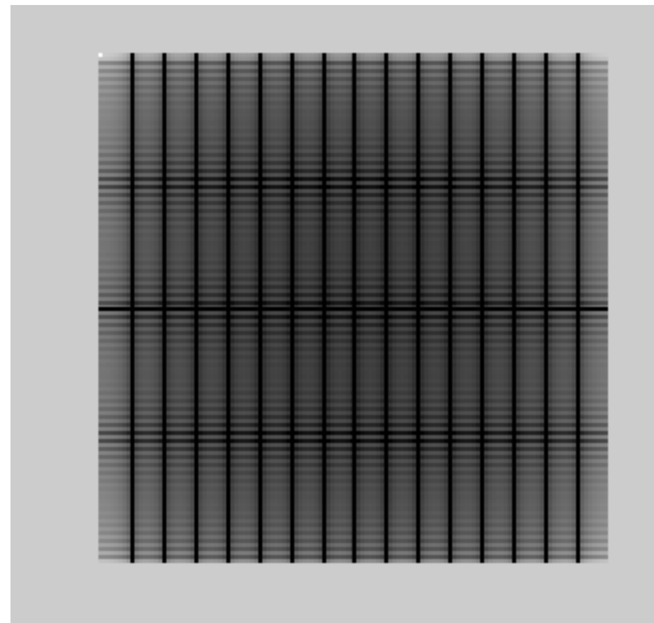
- 谱图像加深对图像的视觉理解，如一幅遥感图像受正弦网纹的干扰，从谱图像中可看出干扰的空间频率并有效去除。

7 数字图像处理和傅立叶变换



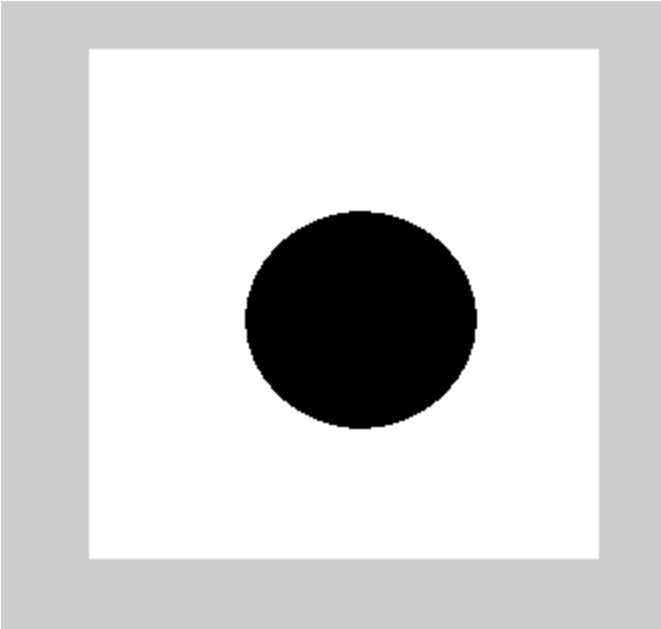


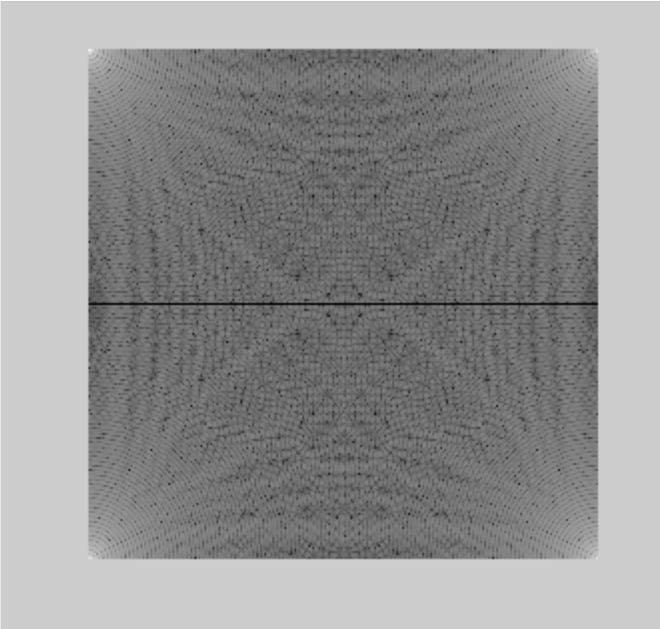
7 数字图像处理和傅立叶变换



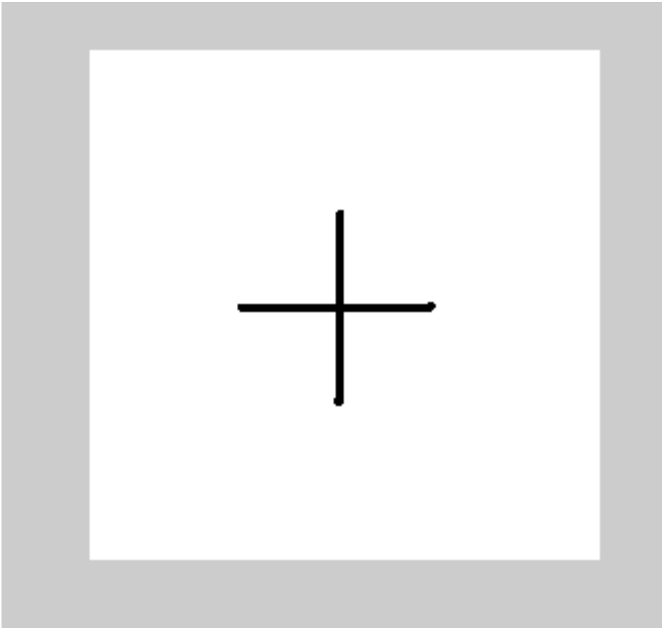
采样数减少一半

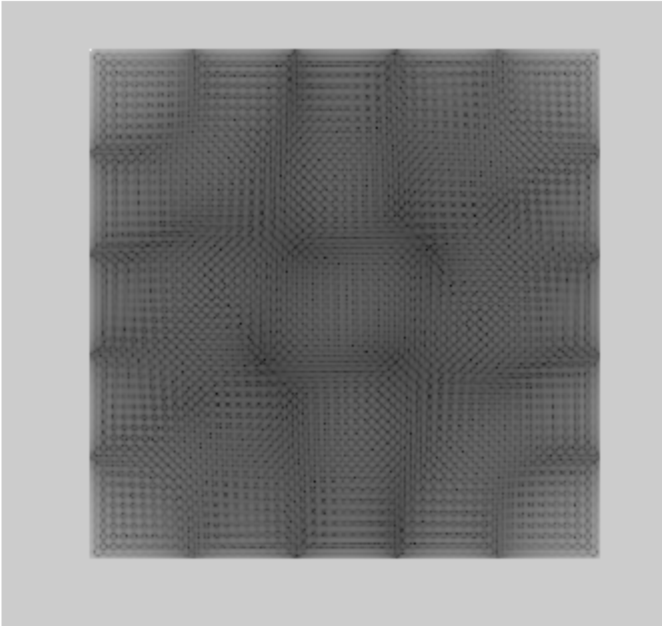
7 数字图像处理和傅立叶变换



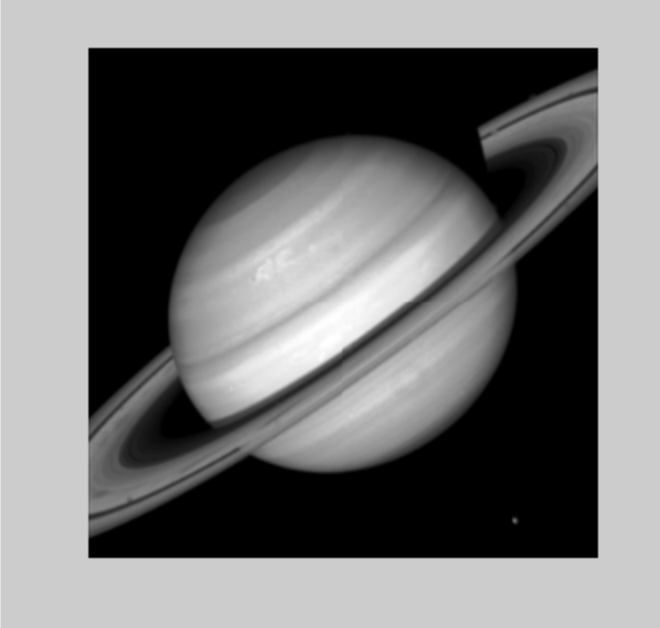


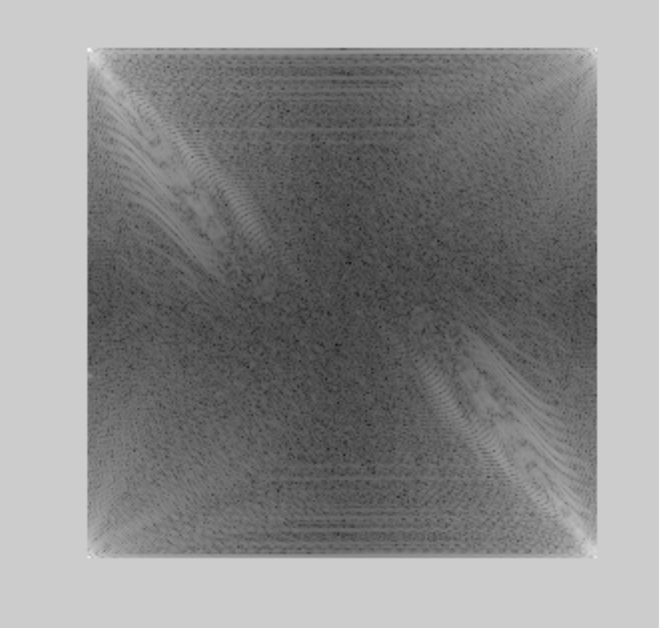
7 数字图像处理和傅立叶变换





7 数字图像处理和傅立叶变换





7 数字图像处理和傅立叶变换

- **2）频谱的频域移中**

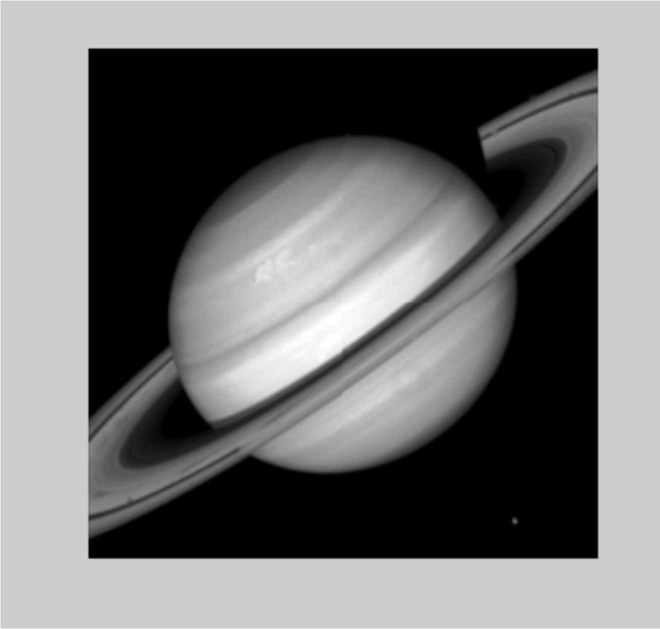
傅立叶变换以零点为中心，导致谱图象最亮点在图象的左上角。

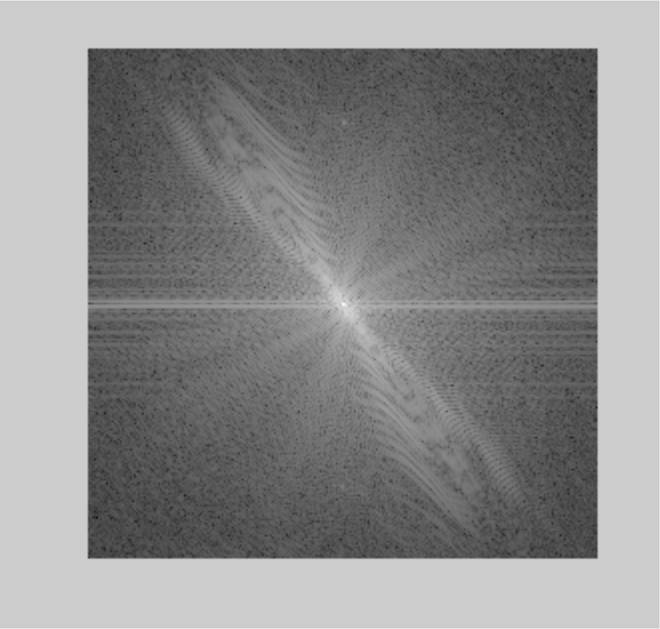
为符合正常习惯，将$F(u,v)$的原零点从左上角移到显示屏的中心。

$$\because F(u-u_0, v-v_0) = e^{-j2\pi(u_0/N+v_0/N)}F(u,v)$$

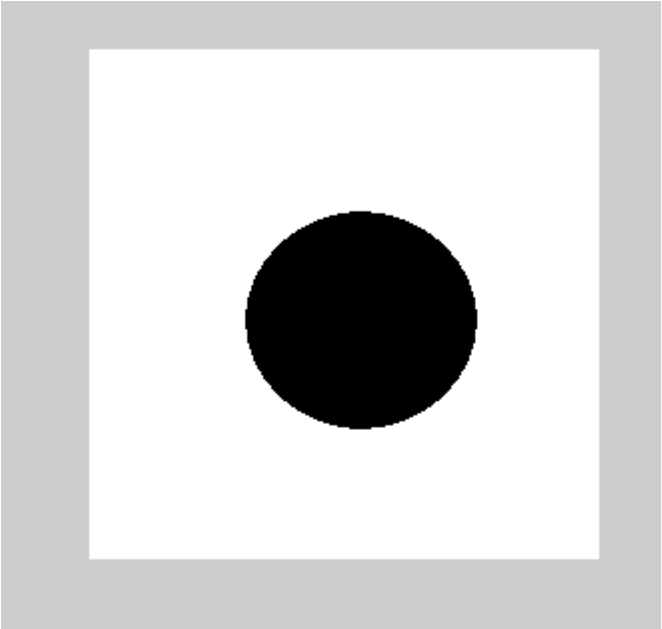
$$\therefore F\left(u-\frac{N}{2}, v-\frac{N}{2}\right) = F(u)$$

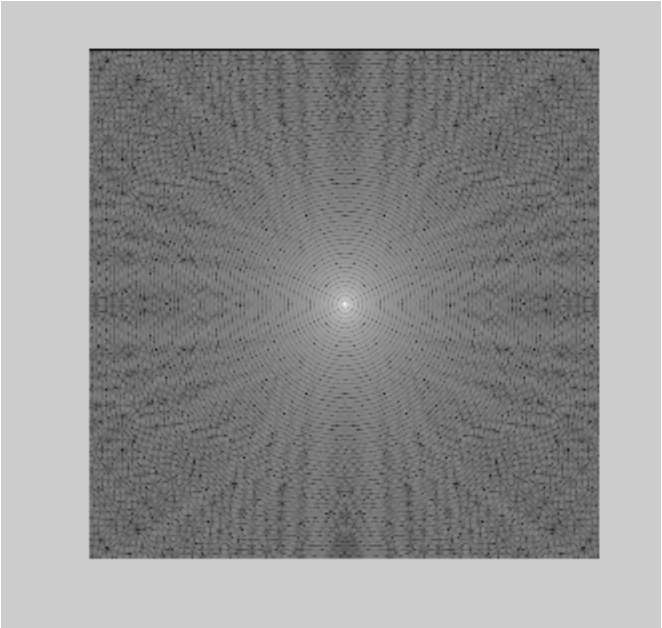
7 数字图像处理和傅立叶变换





7 数字图像处理和傅立叶变换





7 数字图像处理和傅立叶变换

- 3）快速卷积
  - 原理：由线性系统理论，若**C=A*B**，等式两边同时做傅立叶变换得

$$F(C)=F(A)\bullet F(B)$$

则有

$$C=F^{-1}\left[F(A)\bullet F(B)\right]$$

7 数字图像处理和傅立叶变换

- 4）图像匹配
  - 模板匹配是检测图像中某一目标的一种简单滤波方法。
  - 步骤：
    - 以目标图像做模板在图像上滑动；
    - 同时做相关运算；
    - 对运算结果取适当的阈值，找出目标的位置。

要点总结

- 连续函数的傅立叶变换定义。掌握常用函数的傅立叶变换。
- 离散函数的傅立叶变换定义。掌握离散傅立叶变换的矩阵表示和快速傅立叶变换的原理。
- 傅立叶变换的常用性质，并能证明。
- 掌握系统辩识的方法。
- 初步了解傅立叶变换在数字图像处理中的应用。