参数估计–区间估计

一、作业 (提交时间：Dec. 25, 2023 不交 – 习题课直接讲解)

1.[203-1] 从应届高中毕业生中随机抽取了 9 人, 其体重分别为 (单位:kg): 65,78,52,63,84,79,77,54,60. 设体重服从正态分布 $X \sim \mathcal{N}(\mu, 49)$, 求平均体重 μ 的双侧 0.95 的置信区间.

2.[204-2] 某商店一年来的发票存根中随机抽取 25 张, 得到这 25 张发票的金额 (单位: 元) 分别为 $x_1, x_2, \ldots, x_{25}$, 并由此算出 $\bar{x} = 78.5$, $s = 20$, 假定发票金额服从正态分布 $X \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$, 其中 μ 和 σ^2 未知, 求 μ 和 σ^2 的双侧置信水平 0.9 的置信区间.

3.[204-5] 为考虑某种香烟的尼古丁含量 (单位:mg), 抽取了 10 支香烟并测得尼古丁的平均含量为 $\bar{x} = 0.25$, 设香烟的尼古丁含量 X 服从正态分布 $\mathcal{N}(\mu, 2.25)$, 求 μ 的单侧 0.95 置信上限.

4.[205-1] 某罐装加工厂有甲乙两条罐装生产线. 设罐装质量服从正态分布并且甲生产线与乙生产线互不影响. 已知甲生产线的罐头总体标准差 $\sigma_1 = 5$g, 从甲生产线中随机抽取 10 只罐头测得其平均质量 $\bar{x} = 501$g; 乙生产线的罐头总体标准差 $\sigma_2 = 4$g, 从乙生产线中随机抽取 20 只罐头测得其平均质量 $\bar{y} = 498$g. 求甲乙两条生产线的罐头质量均值差 $\mu_1 - \mu_2$ 的双侧置信水平 0.9 的置信区间.

5.[205-2] 假定甲乙两种柔光灯泡的使用寿命 X 和 Y(单位: 10^3h) 服从正态分布, 且由生产过程知道它们的方差相等但未知. 随机的抽取甲乙两种灯泡各 10 只, 得到数据 $\bar{x} = 2.33$, $\bar{y} = 0.75$; $\sum_{i=1}^{10}(x_i - \bar{x})^2 = 27.5$, $\sum_{i=1}^{10}(y_i - \bar{y})^2 = 19.2$, 求甲乙两种灯泡的使用寿命均值差 $\mu_1 - \mu_2$ 的双侧置信水平 0.95 的置信区间.

6.[b321-6] 在一批货物中随机抽取 80 件, 发现 11 件不合格品, 试求这批货物的不合格品率的置信水平为 0.9 的置信区间.

二、练习

1.[204-4] 设某种新型塑料的抗压力 X 服从正态分布 $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$, 现对 4 个试验件做压力试验, 得到试验数据 (单位:10MPa), 并算出 $\sum_{i=1}^{4} x_i = 32$, $\sum_{i=1}^{4} x_i^2 = 268$, 分别求 μ 和 σ 的双侧置信水平 0.9 的置信区间.

2.[b319-1] 某厂生产的化纤强度服从正态分布, 长期以来其标准差稳定在 $\sigma = 0.85$, 现随机抽取一个容量为 $n = 25$ 的样本, 测定其强度, 算得其样本均值 $\bar{x} = 2.25$, 试求这批化纤平均强度的置信水平为 0.95 的置信区间.

3.[b320-2] 总体 $X \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$, σ^2 已知, 问样本容量 n 取多大时才能保证 μ 的置信水平为 0.95 的置信区间长度不大于 k.

4.[209-7] 总体 X 中取出一组样本为:0.5, 1.25, 0.8, 2.0, 已知 $Y = \ln X$ 服从正态分布 $\mathcal{N}(\mu, 1)$, 求 μ 的双侧 0.95 的置信区间.

5.[209-6] 为了得到某种鲜牛奶的冰点, 对其冰点进行了 21 次相互独立重复测试, 并算出其样本均值 $\bar{x} = -0.546$, 样本方差 $s^2 = 0.0015$, 若鲜牛奶的冰点服从正态分布 $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$.

(1) 已知 $\sigma^2 = 0.0048$, 求 μ 的双侧 0.95 的置信区间.

(2) σ^2 未知时, 求 μ 和 σ^2 的双侧置信水平 0.95 的置信区间.

6.[205-3] 若从总体 $X \sim \mathcal{N}(\mu_1, \sigma_1^2)$ 和总体 $Y \sim \mathcal{N}(\mu_2, \sigma_2^2)$ 中分别抽取容量为 $n_1 = 9$, $n_2 = 16$ 的样本, 经计算后有 $\bar{X} = 81$, $S_1^2 = 56$,$\bar{Y} = 72$, $S_2^2 = 52$.

(1) 已知 $\sigma_1^2 = 64$, $\sigma_2^2 = 49$, 求 $\mu_1 - \mu_2$ 的 0.99 置信区间.

(2) $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma^2$ 未知时, 求 $\mu_1 - \mu_2$ 的 0.99 置信区间.

(3) 求 σ_1^2/σ_2^2 的 0.99 置信区间.