

概率论与数理统计作业与练习

古典概型 (提交时间: Sept. 19, 2024)

一、作业

1. [15-6] Poker Hand 的游戏中, 求以下事件的概率:

- (1) 事件 A 为“同花”(即 5 张牌都是同一花色)
- (2) 事件 B 为“顺子”(即 5 张牌的号码连在一起, 注意, 允许“A2345”和“TJQKA”, T 表示 10)
- (3) 事件 C 为“仅有一个对子”

3. [18-14] 在长度为 1 的线段上任取两个点将其分为 3 条线段, 求以下事件的概率:

- (1) 事件 A 为 3 条线段可以构成一个三角形
- (2) 事件 B 为 3 条线段可以构成一个等边三角形

4. [5-2.5] 假设《三国演义》有五卷, 按任意次序放到书架上, 试求下列概率:

1. 第一卷出现在两边;
2. 第一卷及第五卷出现在两边;
3. 第一卷或第五卷出现在两边;
4. 第一卷或第五卷不出现在两边.

5. [17-13] 在长度为 T 的时间段内, 有两个长短不等的信号随机地进入接收机, 长信号持续时间为 $t_1 (\ll T)$, 短信号持续时间为 $t_2 (\ll T)$. 试求两个信号互不打扰的概率.

二、课后提升

1. [12-1] 掷两枚骰子, 求下列事件的概率:

- (1) 点数之和为 7
- (2) 点数之和不超过 5
- (3) 点数之和为偶数

2. [13-2] 一口袋中有 5 个红球及 2 个白球. 从这袋中任取一球, 看过它的颜色后放回袋中, 然后, 再从这袋中任取一球. 设每次取球时口袋中各个球被取到的可能性相同. 求:

- (1) 第一次、第二次都取到红球的概率
- (2) 第一次取到红球、第二次取到白球的概率
- (3) 两次取得的球为红、白各一的概率
- (4) 第二次取到红球的概率

3. [14-5] 一个盒子中放有编号 1 ~ 10 的 10 个小球, 随机地从这个袋子中取 3 只球, 试分别在“不放回抽样”和“有放回抽样”方式下, 求:

- (1) 3 个球的号码都不超过 6 的概率
- (2) 最大号码是 6 的概率

-
4. [16-8] 10 个女生和 5 个男生排成一列, 求任意两个男生都不相邻的概率.
 5. [16-9] 10 张签中分别有 4 张画圈、6 张画叉。10 个人依次抽签, 抽到带圈的签为中签, 求每个人的中签率.
 6. [17-11] 在圆内有一内接等边三角形, 随机向圆内抛掷一个点, 求该点落在等边三角形内的概率.
 7. [17-12] 在区间 $[0, 1]$ 内任意取两个数, 求以下事件的概率:
 - (1) 事件 A 为两数之和不小于 1
 - (2) 事件 B 为两数之差的绝对值不超过 0.1
 - (3) 事件 C 为两数之差的绝对值不小于 0.1
 8. [5-2.4] 考虑一元二次方程 $x^2 + Bx + C = 0$, 其中 B 和 C 分别是一枚骰子连续投掷两次出现的点数. 求该方程有实根的概率 p 和有重根的概率 q .

三、思考题

1. [点数分配问题-4] 为了进一步比较两个选手的竞技水平, 比赛方举行多轮比赛, 比如 5 局 3 胜 (定局赛), 优先赢得 7 局的获胜 (抢七) 等。现在比赛规定: 优先赢得 10 局的人, 获得所有奖金。比赛进行到一定的比分, 由某种原因不得不中止。假设当前比分为 $6:3$ 。问题: 面对上述两种情况, 最“公平合理”的奖金分配方式分别是?
2. [夫妻匹配问题] 将 n 对夫妻任意分成 n 组, 每组 2 人, 不限男女, 问至少有一对夫妻被分到同一组的概率是多少?