离散型随机变量

一、作业 (提交时间：Sept. 30, 2025)

1. [39-1] 试确定常数 c, 使得下列函数成为某个随机变量 X 的分布列:

(1) $P(X=k)=ck, \qquad k=1,2,\ldots,n;$

(2) $P(X=k)=\frac{c\lambda^k}{k!}, \qquad k=1,2,\ldots,$ 其中 $\lambda>0$.

2. [40-3] 一个口袋中有 5 个球, 在这 5 个球上分别标有数字 $1,2,3,4,5$. 从袋中不放回任取 3 个球, 每个球被取到的可能性相同, 求取到的球上标明的最大数字 X 的分布列.
3. [43-1] 从一批含有 10 件正品及 3 件次品的产品中一件一件地抽取. 设每次抽取时, 各件产品被抽到的可能性相等. 下列 3 中情形下, 分别求出直到取得正品为止所需次数 X 的分布列.

(1) 每次取出的产品立即放回这批产品中再取下一件产品;

(2) 每次取出的产品都不放回这批产品中;

(3) 每次取出一件产品后总是放回一件正品.

4. [44-4] 从学校乘汽车到火车站的途中有 4 个十字路口, 假设在各个十字路口遇到红灯的事件是相互独立的, 并且概率都是 0.4, 设 X 为途中遇到红灯的次数, 求 X 的分布列.
5. [125-1] 已知随机变量 X 的分布列如下, 试求期望 $\mathbb{E}(X)$、$\mathbb{E}(X^2)$、$\mathbb{E}(3X^2+5)$ 及标准差 $\mathbb{D}(X)$.

X	-2	0	1
概率	0.3	0.2	0.5

6. [46-10] 假设某射手的命中率为 60%，他击中目标 12 次就会停止射击。用 X 表示其停止射击时击发的次数，求 X 的分布列.
7. [49-1] 设离散型随机变量 X 服从集合 $\{-2,-1,0,1,2\}$ 上的均匀分布，求：(1) $Y=X-1$，(2) $Z=X^2$，(3) $W=|X|$ 的分布列.
8. [54-6] 假设强震之后的 48 小时内还会发生 3 级以上的余震的次数 X 服从参数为 8 的泊松分布，求：(1) 在接下来的 48 小时内还会发生 6 次 3 级以上余震的概率；(2) 3 级以上余震不超过 5 次的概率.
9. [44-2] 设随机变量 $X\sim B(n,p)$, 已知 $P(X=1)=P(X=n-1)$, 求 p 与 $P(X=2)$ 的值.
10. 求证二项分布的分布列 $P(X=k)$ 是二项式 $(1-p+xp)^n$ 展开式中 x^k 项的系数.

二、补充练习

1. [39-2] 试确定常数 c, 使 $P(X=i)=\frac{c}{2^i}(i=0,1,2,3)$ 成为某个随机变量 X 的分布列, 并求:

(1) $P(X\geq 2)$;

(2) $P\left(\frac{1}{2}<X<\frac{5}{2}\right)$.

2. [41-4] 已知随机变量 X 的分布列如下, 试求一元二次方程 $3t^2+2Xt+(X+1)=0$ 有实数根的概率.

X	-2	-1	0	1	2	4
概率	0.2	0.1	0.3	0.1	0.2	0.1

3. [125-3] 设 X 表示 10 次相互独立重复射击中命中目标的次数, 每次命中目标的概率为 0.6. 试求期望 $\mathbb{E}(2X^2+3)$ 及标准差 $\mathbb{D}(X)$.
4. [124-30] 某流水生产线上每个产品不合格的概率为 $p(0<p<1)$, 各产品合格与否相互独立, 当出现一个不合格品时立即停机检修. 设开机后第一次停机时已生产了的产品个数为 X, 求 X 的数学期望 $\mathbb{E}(X)$ 和标准差 $\mathbb{D}(X)$.
5. [45-7] 某工厂有 600 台车床, 已知每台车床发生故障的概率为 0.005, 用泊松分布近似计算以下问题:

(1) 如果厂里安排 4 名维修工, 求车床发生故障后都能得到及时维修的概率 (假定每台车床只需要 1 名维修工);

(2) 厂里需要安排多少名维修工, 才能使车床发生故障后都能得到及时维修的概率不小于 0.96?

6. [46-8] 据统计某地区想报名参加一年一度城市马拉松的长跑爱好者共有 10000 名, 其中女性 4000 名, 但只有 2000 名的名额. 现从中随机抽取 2000 名参加比赛, 求参赛者中女性数量 X 的分布列.
7. [46-9] 某人投篮命中率为 40%. 假定各次投篮是否命中相互独立, 设 X 表示他首次投中时累计已投篮的次数. 求 X 的分布列, 并由此计算 X 取偶数的概率.
8. [44-3] 设在 3 次相互独立试验中, 事件 A 出现的概率相等, 已知 A 至少出现 1 次的概率等于 $\frac{19}{27}$, 求事件 A 在 1 次试验中出现的概率.
9. [45-5] 一张试卷上有 10 道题目, 每道题都为 4 个选项的选择题, 4 个选项中只有 1 项是正确的. 假设某位学生在做每道题时都是随机地选择, 求该位学生 1 题都不对的概率以及至少答对 6 题的概率.
10. [45-6] 某地在任何长为 t(周) 的时间内发生地震的次数 $N(t) \sim P(\lambda t)$, 且在任意两个不相交的时间段内发生地震的次数相互独立. 求: (1) 相邻两周内至少发生 3 次地震的概率; (2) 在连续 8 周内无地震的情形下, 在未来 8 周中仍无地震的概率.