数字图像处理

灰度直方图与点运算

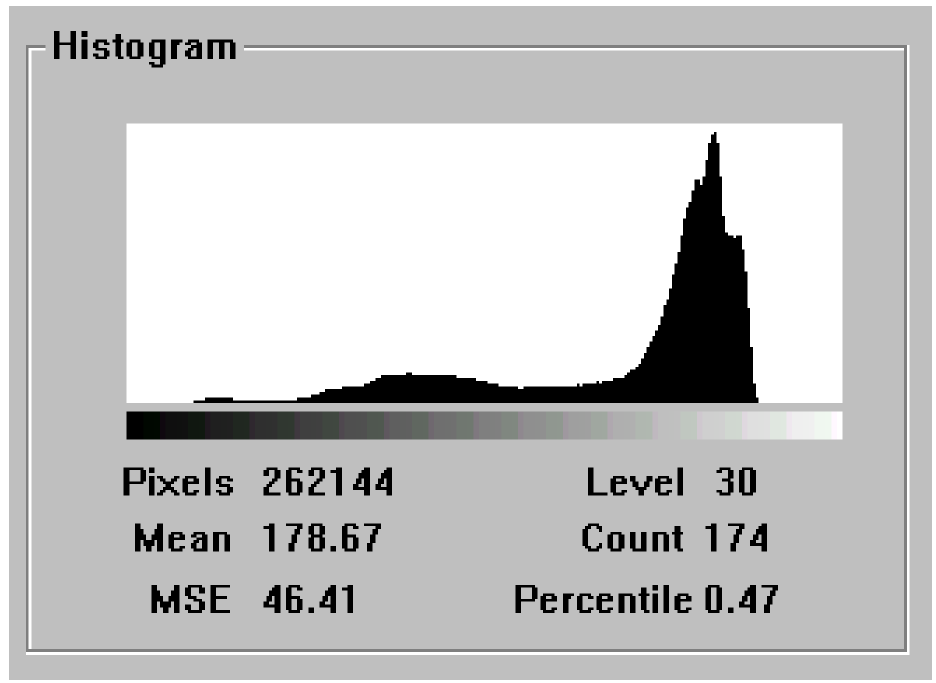
灰度直方图

- 定义
  - 灰度直方图（histogram）是灰度级的函数，描述的是图像中每种灰度级像素的个数，反映图像中每种灰度出现的频率。
  - 横坐标是灰度级，纵坐标是灰度级出现的频率。

灰度直方图

- 图像及其灰度直方图的例子（512像素*512像素）

图像

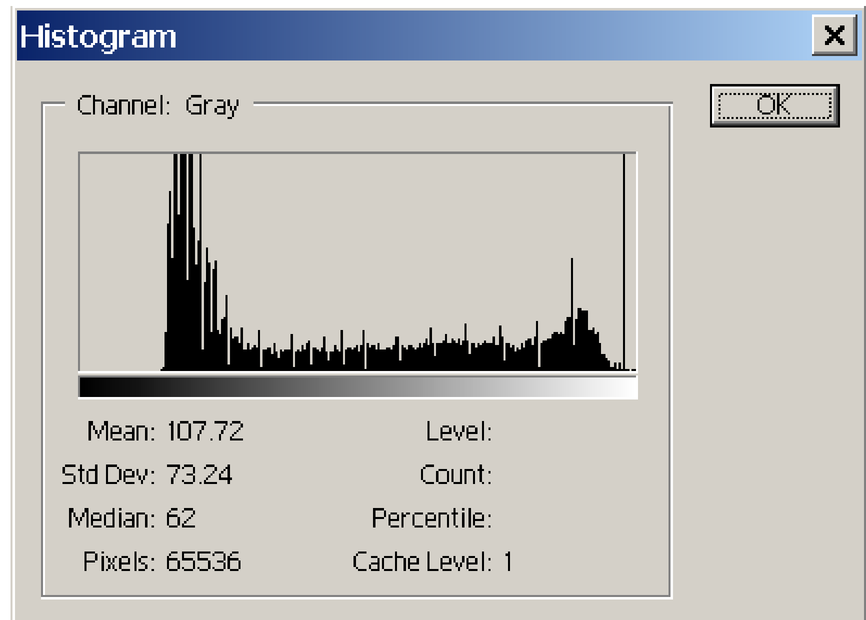


灰度直方图

灰度直方图

- 图像及其灰度直方图的例子

图像

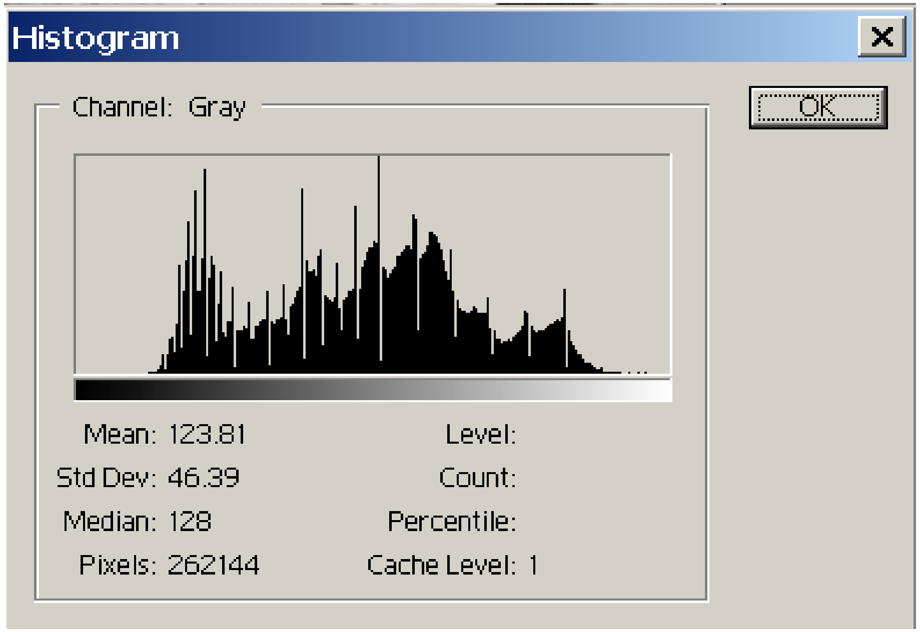


灰度直方图

灰度直方图

- 图像及其灰度直方图的例子

图像



灰度直方图

灰度直方图

- 定义
  - 对于连续图像，平滑地从中心的高灰度级变化到边缘的低灰度级。其直方图可定义为：

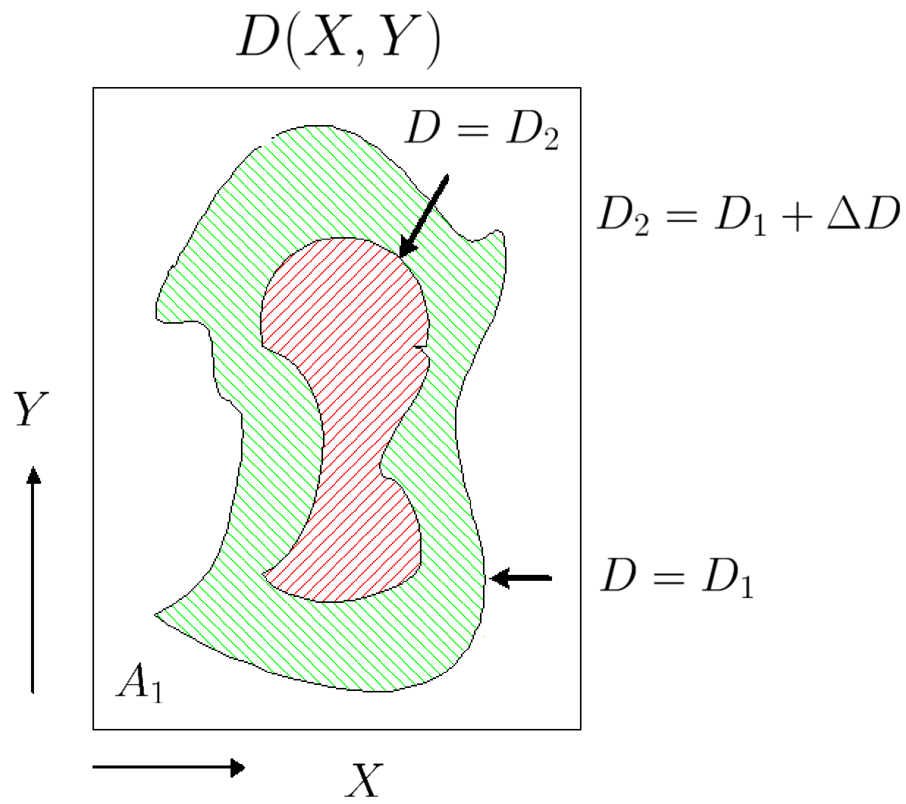
$$H(D)=\lim_{\Delta D\to 0}\frac{A(D)-A(D+\Delta D)}{D-(D+\Delta D)}=\lim_{\Delta D\to 0}\frac{A(D)-A(D+\Delta D)}{-\Delta D}=-\frac{d}{dD}A(D)$$

  - 其中A(D)为阈值面积函数：为一幅连续图像中被具有灰度级D的所有轮廓线所包围的面积。
  - 对于离散函数，固定ΔD为1，则

  H(D)=A(D)- A(D)

灰度直方图

- 一幅连续图像的直方图定义的示意图。



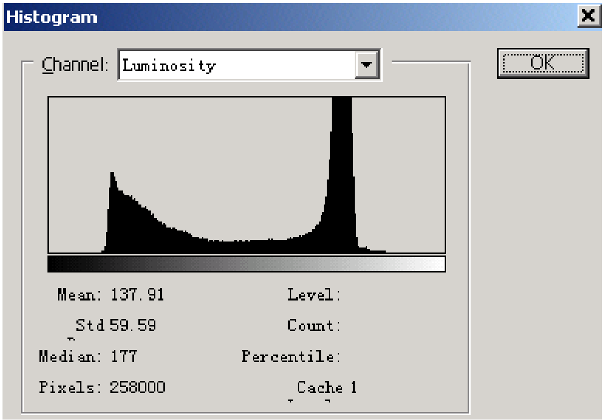
灰度直方图

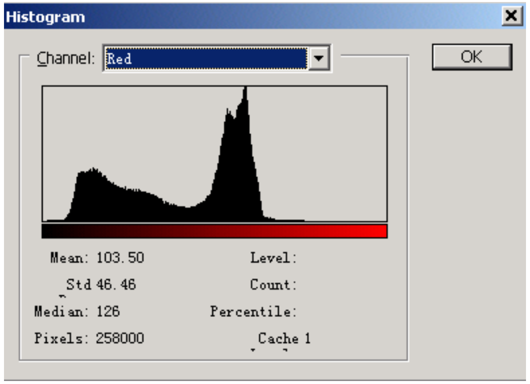
- 二维直方图
  - 什么是二维直方图
  - 红蓝直方图
  - 其他二维直方图
    - 灰度-区域均值
    - 灰度-区域形状
    - 灰度-梯度

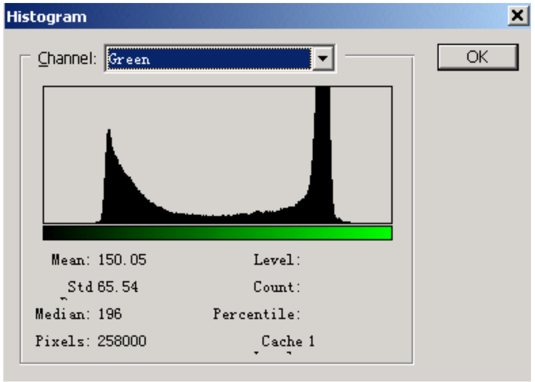
灰度直方图

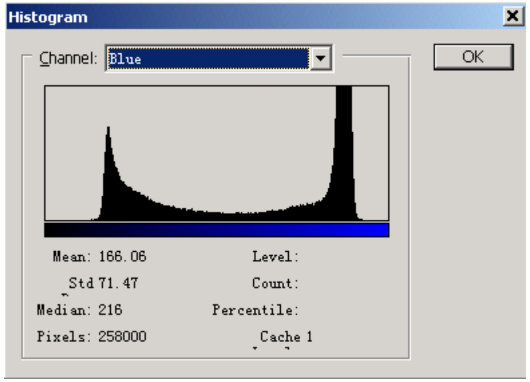
- 高维直方图
  - 色彩直方图
    - 是高维直方图的特例，它统计色彩的出现频率，即色彩的概率分布信息。
    - 通常这需要一定的量化过程，将色彩分成若干互不重叠的种类。
    - 一般不直接在RGB色彩空间中统计，而是在将亮度分离出来后，对代表色彩部分的信息进行统计，如在HSI空间的HS子空间、YUV空间的UV子空间，以及其它反映人类视觉特点的彩色空间表示中进行。
  - 其他高维直方图

灰度直方图


Histogram
Channel: Luminosity
OK
Mean: 137.91
Std 59.59
Median: 177
Pixels: 258000
Level:
Count:
Percentile:
Cache 1


Histogram
Channel: Red
OK
Mean: 103.50
Std 46.46
Median: 126
Pixels: 258000
Level:
Count:
Percentile:
Cache 1


Histogram
Channel: Green
OK
Mean: 150.05
Std 65.54
Median: 196
Pixels: 258000
Level:
Count:
Percentile:
Cache 1


Histogram
Channel: Blue
OK
Mean: 166.06
Std 71.47
Median: 216
Pixels: 258000
Level:
Count:
Percentile:
Cache 1

直方图的计算和性质

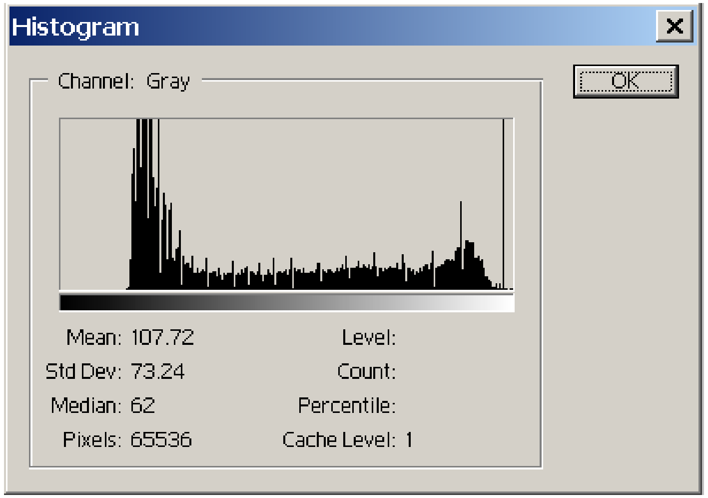
- 计算
  - 依据定义，若图像具有L（通常$L = 256$,即8位灰度级）级灰度，则大小为$M \times N$的灰度图像$f(x, y)$的灰度直方图$\text{hist}[0 \ldots L-1]$可用如下计算获得：

---

1. 初始化 hist[k]=0; k=0,…,L-1
2. 统计　hist[f(x,y)]++; x=0,…,M-1, y =0,…,N-1
3. 归一化 hist[f(x,y)]/M*N

直方图的计算和性质

- 直方图的性质
  - 不表示图像的空间信息；
  - 任一特定图像都有唯一直方图，但反之并不成立；



直方图的计算和性质

- 面积：累积分布函数CDF。

因为 $H(D)=-\frac{d}{dD}A(D)$

替换 D，并对等式两端从 D 到 ∞ 进行积分

$\int_D^\infty H(p)dp=-[A(p)]_D^\infty$

因为 $A(\infty)=0$

所以 $\int_D^\infty H(p)dp=A(D)$

若令 $D=0$，则有

$\int_D^\infty H(p)dp=A(0)=$图像的面积

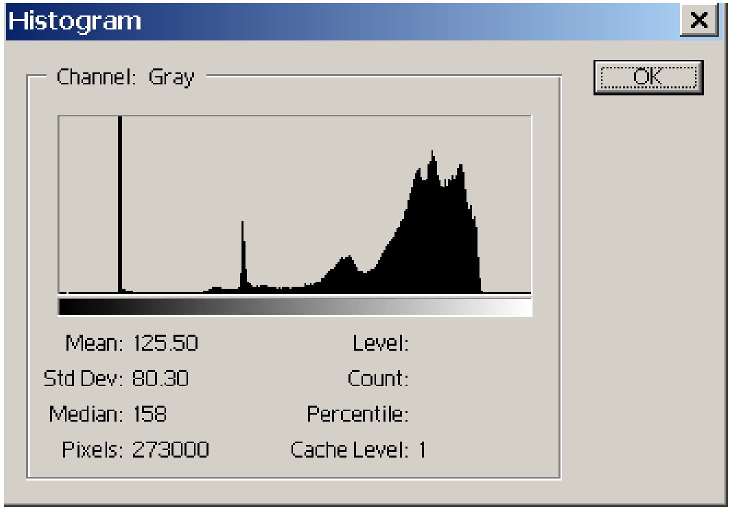
直方图的计算和性质

- 若一幅图像包含一个灰度均匀一致，且背景与物体对比度很强，假设物体的边界由灰度级D_1定义的轮廓线，则

$$\int_{D_1}^{\infty} H(D)dD = \text{物体的面积}$$

500像素*546像素=273000

直方图的计算和性质



从灰度54到255级

$$\int_{54}^{255} H(D)dD = 163001$$

约占图像总面积的60%

直方图的计算和性质

- 直方图的可相加性

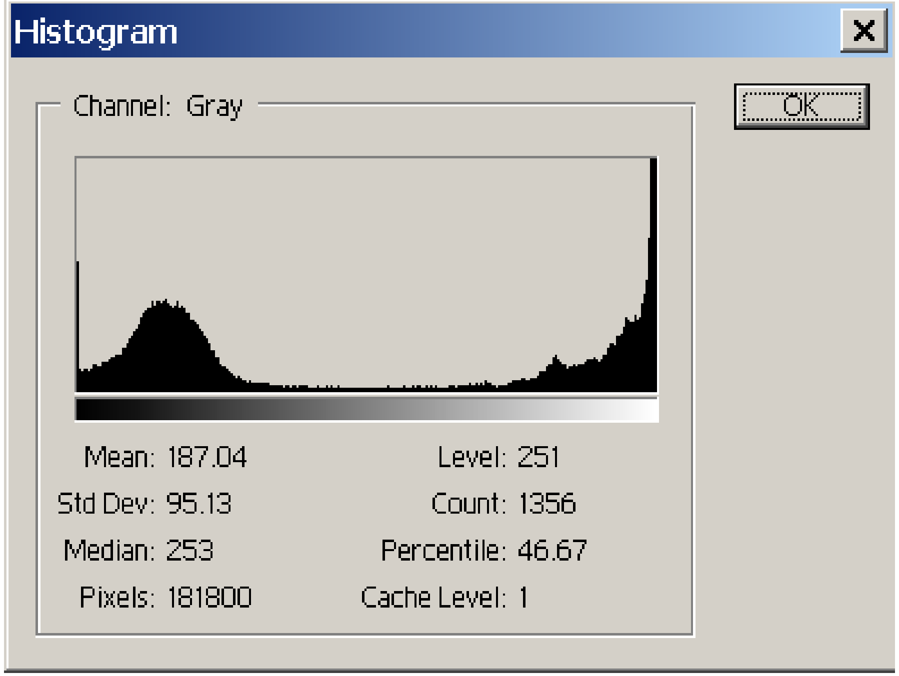
  例如一副图像由若干个不相交的区域构成，则整幅图像的直方图是这若干个区域直方图之和。

直方图的用途

- 数字化参数
  - 一般一幅数字图像应该利用全部或几乎全部可能的灰度级；
  - 对直方图做快速检查。
- 边界阈值选择
  - 使用轮廓线确定简单物体边界的方法，称为阈值化；
  - 对物体与背景有较强对比的景物的分割特别有用；
  - 例：双峰直方图

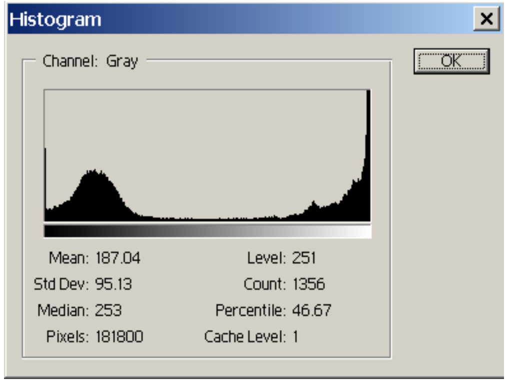
直方图的用途

- 边界阈值选择



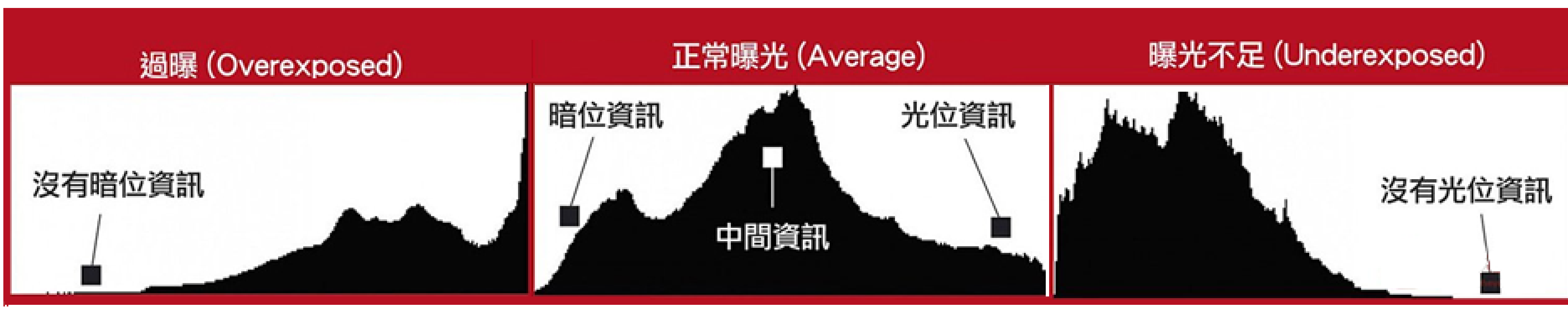
直方图的用途

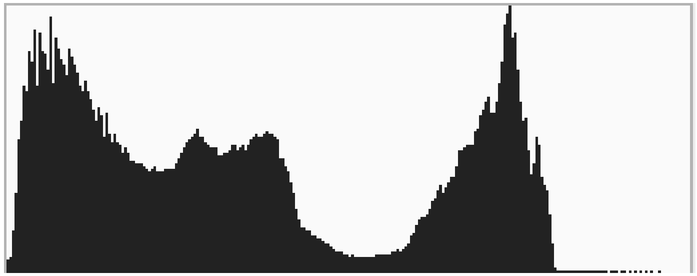
- 显然如果阈值对应于直方图的谷，阈值从T增加到T+ΔT，只会导致面积略微变化。因此可以把阈值的选择误差对面积测量的影响降到最低。
- 上例中当灰度级从115变化到144时，像素为1850，占图像总面积的1%。因此把阈值选取为130，此时树叶的面积约占总面积28.87%。

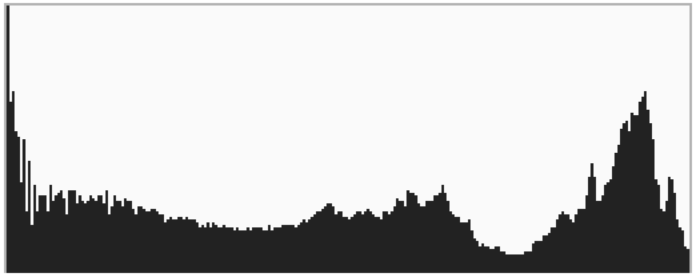


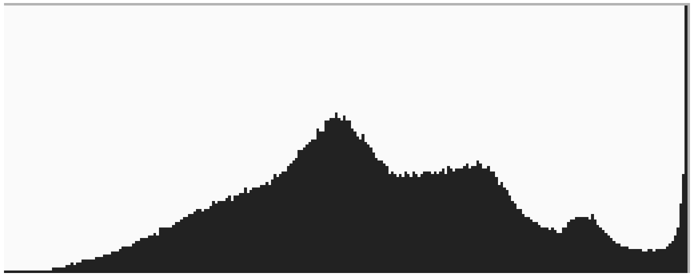
直方图的用途

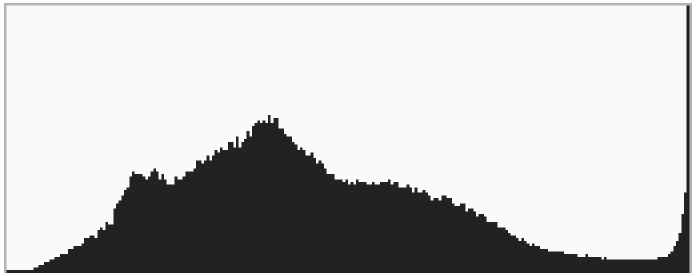
- 摄影中的常见名词
  - 过曝（Overexposed）
  - 正常曝光（Average）
  - 曝光不足（Underexposed）











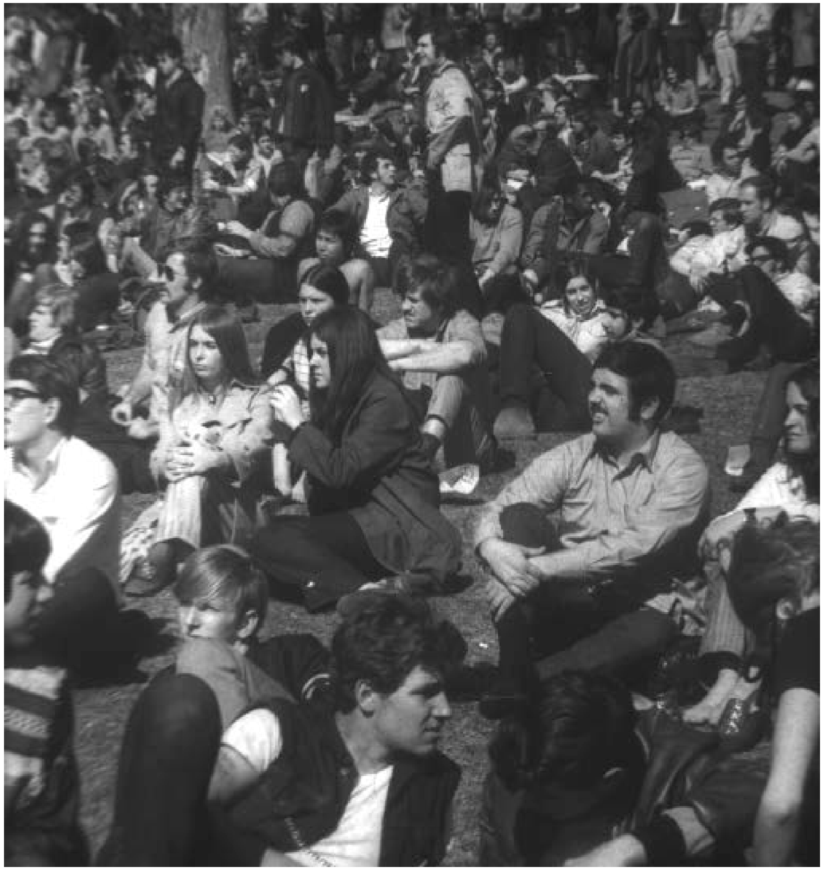
图像增强实例

处理前

处理后

图像增强实例

处理前



处理后

图像增强

- 图像增强技术不需要考虑图像降质的原因，只将图像中感兴趣的特征有选择地突出，将不需要的特征进行衰减。
- 图像增强没有一个的统一理论，如何评价图像增强的结果好坏也没有统一的标准。

图像增强

- 图像增强技术的目的：
  - 改善图像视觉效果，便于观察和分析
  - 便于人工或机器对图像的进一步处理
- 图像增强的分类：
  - 空间域法：点处理（图象灰度变换、直方图均衡、伪彩色处理等）
  - 频率域法：高、低通滤波、同态滤波等

图像增强

- 图像增强技术的特点
  - 人为地突出图像中的部分细节，压制另外一部分图像信息；
  - 在不考虑图像降质原因的条件下，用经验和试探的方法进行加工；
  - 尚无统一的质量评价标准，无法定量衡量处理效果的优劣。

图像增强

- 空间域图像增强技术
  - 指在空间域中，通过线性或非线性变换来增强构成图像的像素。
  - 增强的方法主要分为点处理和模板处理两大类
    - 点处理：作用于单个像素的空间域处理方法，包括图像灰度变换、直方图处理、伪彩色处理等技术；
    - 模板处理：作用于像素邻域的处理方法，包括空域 平滑、空域锐化等技术。

点运算

- 点运算（point operation）定义
  - 对于一幅输入图像，将产生一幅输出图像，**输出图像的每个像素点的灰度值由输入像素点决定**。
  - 点运算由灰度变换函数（gray-scale transformation, GST）确定。

$$g(x, y) = T[f(x, y)]$$

$$f(x, y) = r \longrightarrow \boxed{T} \longrightarrow g(x, y) = s$$

点运算

- 为简便起见，令r 和s所定义的变量分别是$f(x,y)$和$g(x,y)$在任意点(x,y)的灰度级
  - 则T操作为灰度级变换函数，形式为：

$$s = T(r)$$

  - 注意：
    - 与局部（邻域）运算的区别：输入像素-输出像素一一对应
    - 与几何运算的差别，不改变图像的空间关系

点运算的应用

- 光度学标定（photometric calibration）

  希望数字图像的灰度能够真实反映图像的物理特性。如

  - 去掉非线性；
  - 变换灰度的单位。

- 对比度增强（contrast enhancement）或对比度扩展（contrast stretching）

  将感兴趣特征的对比度扩展使之占据可显示灰度级的更大部分。

点运算的应用

- 显示标定（display calibration）
  - 显示设备不能线性地将灰度值转换为光强度。因此点运算和显示非线性组合可以保持显示图像时的线性关系。

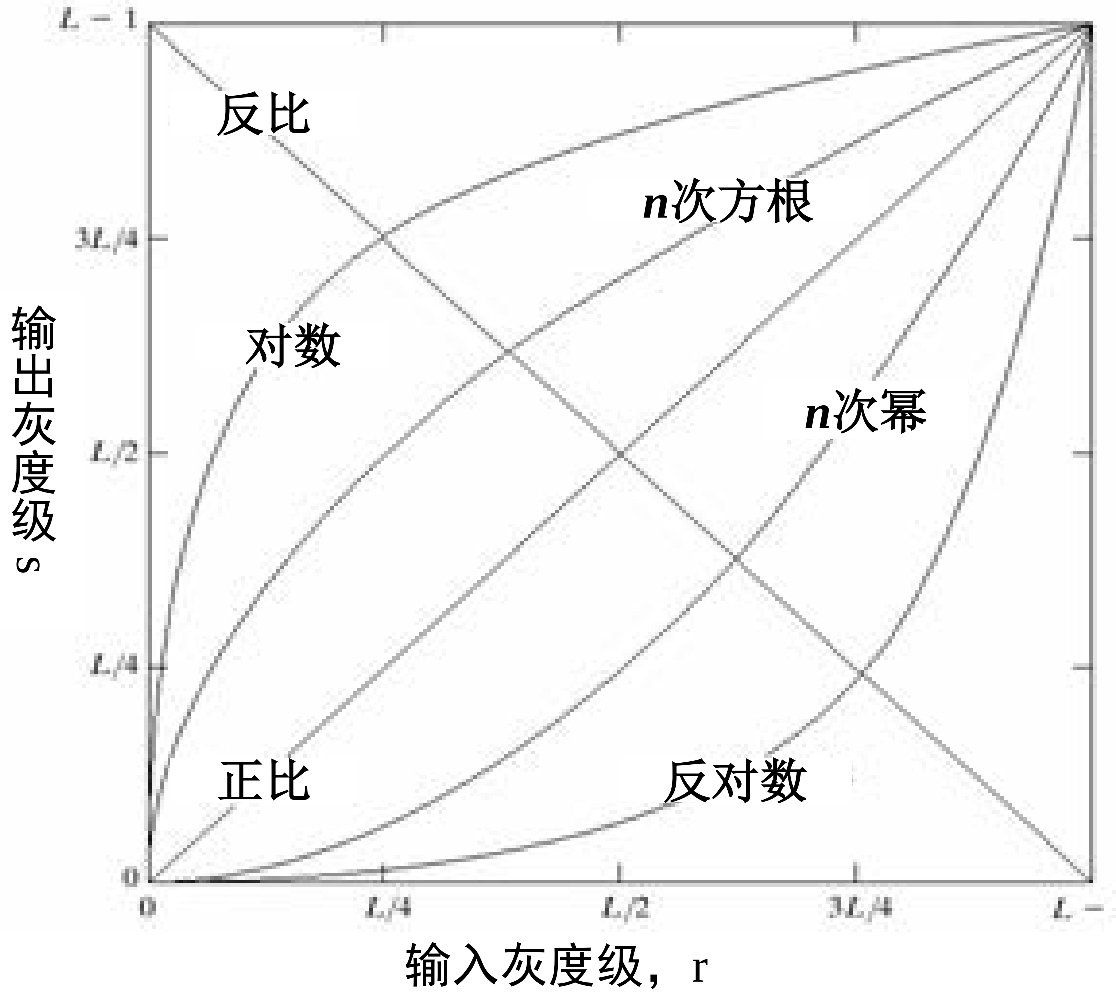
点运算

- 设变量 r 代表图像中像素灰度级。在图像中，像素的灰度级可作归一化处理，这样，r 的值将限定在下述范围之内

$$0 \le r \le 1$$

在灰度级中，$r = 0$代表黑，$r = 1$代表白。

某些基本变换



点运算

- 点运算的种类
  - 线性点运算

$$s = a * r + b$$

若$a = 1, b = 0$,图象像素不发生变化；

若$a = 1, b \neq 0$,图象所有灰度值上移或下移；

若$a > 1$，输出图象对比度增强；

若$0 < a < 1$,输出图象对比度减小；

若$a < 0$,暗区域变亮，亮区域变暗，图象求补。

线性点运算

lenna.bmp

$a = 1, b = 50$

$a = 1.5, b = 0$

$a = 0.8, b = 0$

$a = -1, b = 255$

非线性点运算

- 非线性点运算

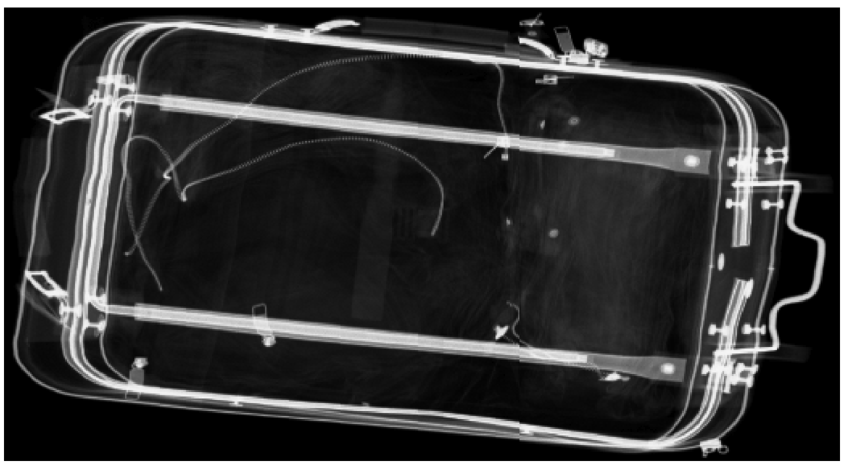
lenna.bmp

$$f\left(x\right)=x+\frac{0.8\times x\times\left(255-x\right)}{255}$$

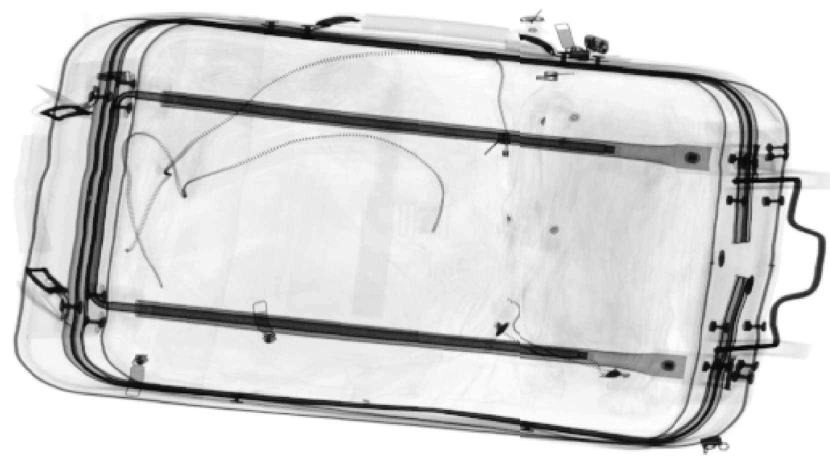
图像反转

- 灰度级范围为$[0, L-1]$的图像反转可定义为：

$$s = L - 1 - r$$



原图



反转变换结果图

图像反转

- 用这种方式倒转图像的强度，可以产生图像反转的对等图像。
- 反转变换适用于增强嵌入于图像暗色区域的白色或灰色细节,特别是当黑色面积占主导地位时

对数变换

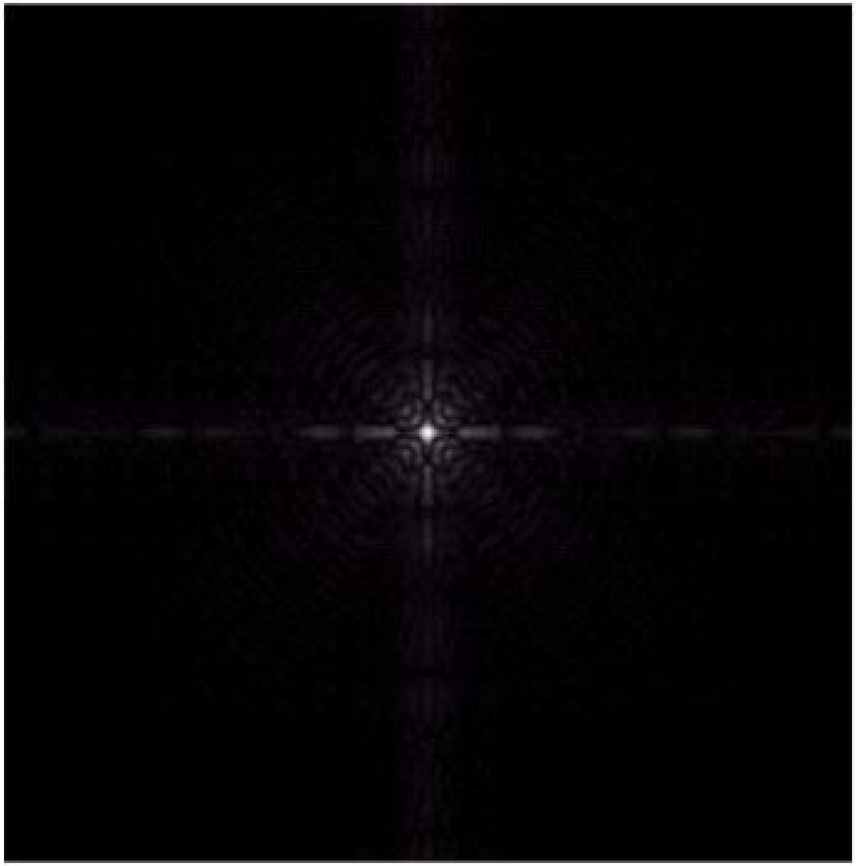
- 对数变换的一般表达式为：

$$s = c\log(1+r)$$

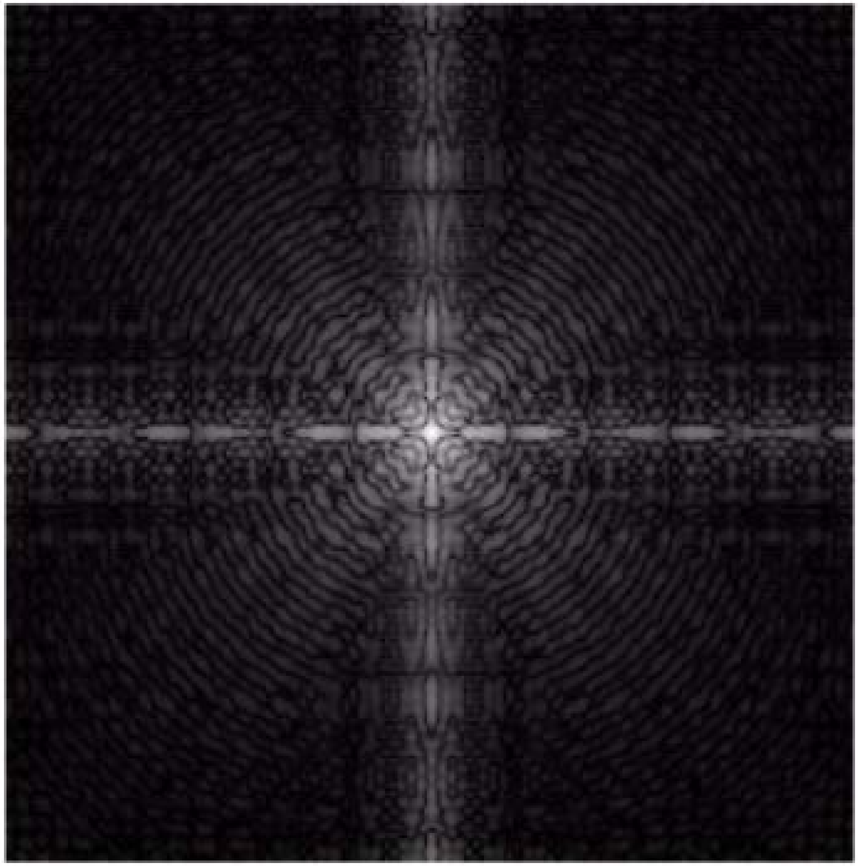
  - c是一个常数，假设$r \geq 0$

- 对数变换使一窄带低灰度输入图像值映射为一宽带输出值，这种变换可以用来扩展被压缩的高值图像中的暗像素

对数变换



原图



对数变换后结果图

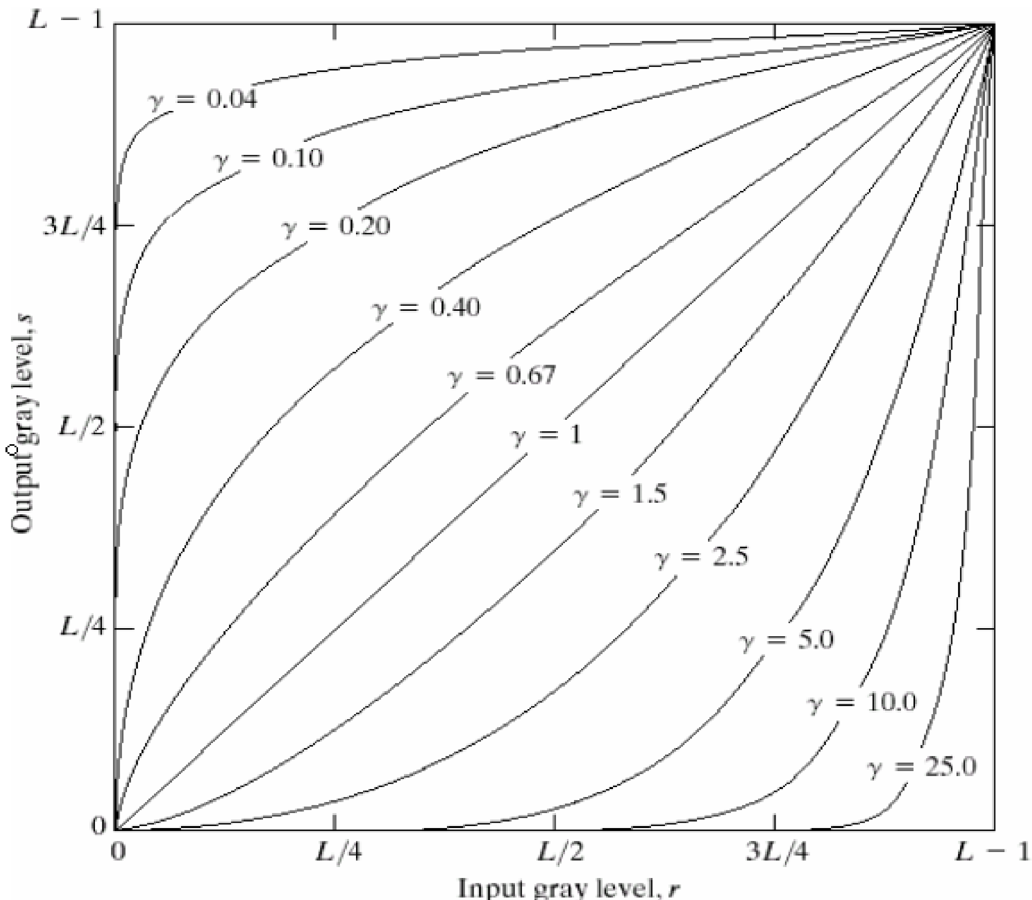
幂次变换

- 幂次变换的基本形式为：

$$s = cr^{\gamma}$$

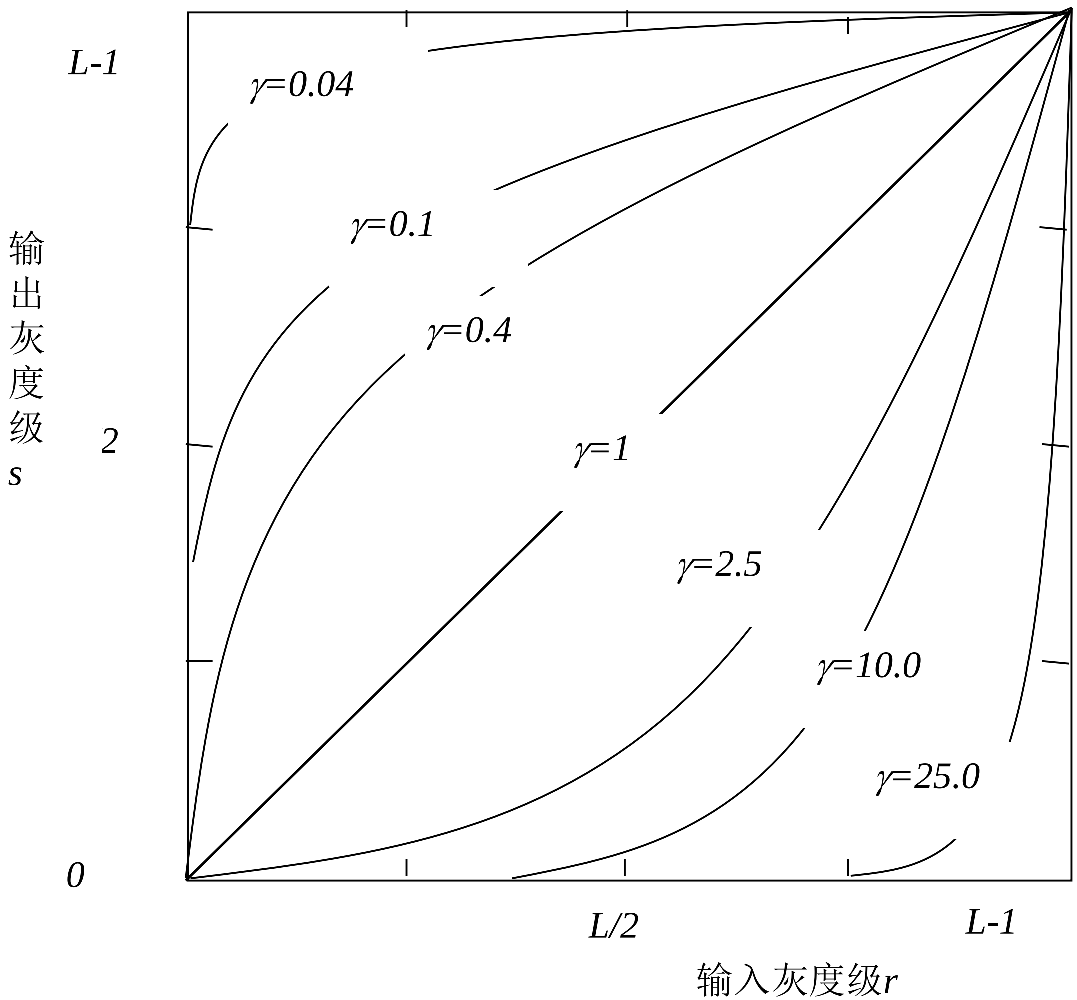
  - 其中c和γ为正常数
- 幂次变换通过幂次曲线中的γ值决定把输入窄带暗值映射到宽带输出值还是把输入窄带亮值映射到宽带输出。
  - 当 $\gamma < 1$ 时，把输入的窄带暗值映射到宽带输出值，提高灰度级，在正比例函数上方，使图像变亮
  - 当 $\gamma > 1$ 时，把输入的窄带亮值映射到宽带输出值，降低灰度级，在正比例函数下方，使图像变暗

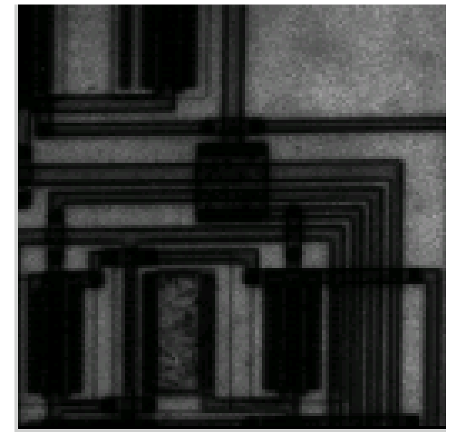
幂次变换



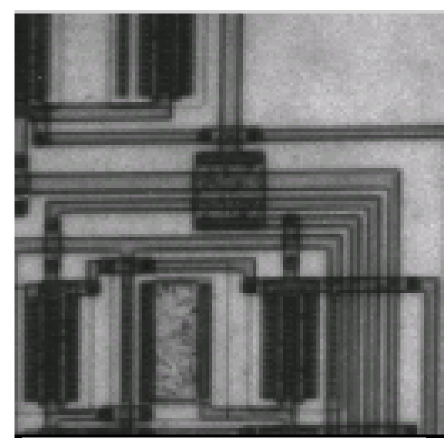
L − 1
3L/4
L/2
L/4
0
Output gray level, s
γ = 0.04
γ = 0.10
γ = 0.20
γ = 0.40
γ = 0.67
γ = 1
γ = 1.5
γ = 2.5
γ = 5.0
γ = 10.0
γ = 25.0
0
L/4
L/2
3L/4
L − 1
Input gray level, r

幂次变换



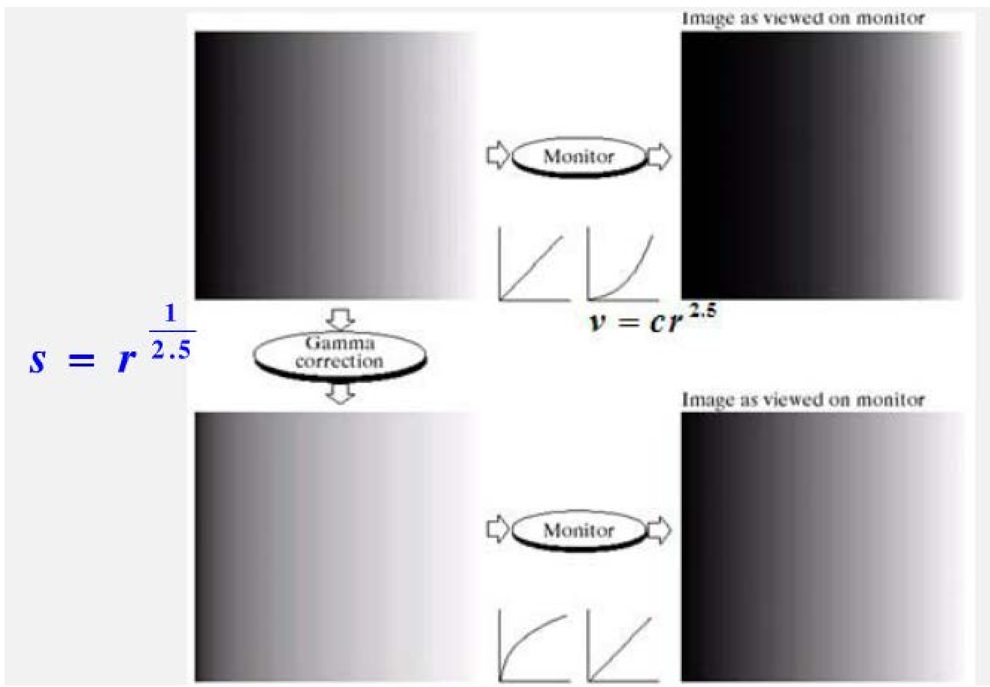


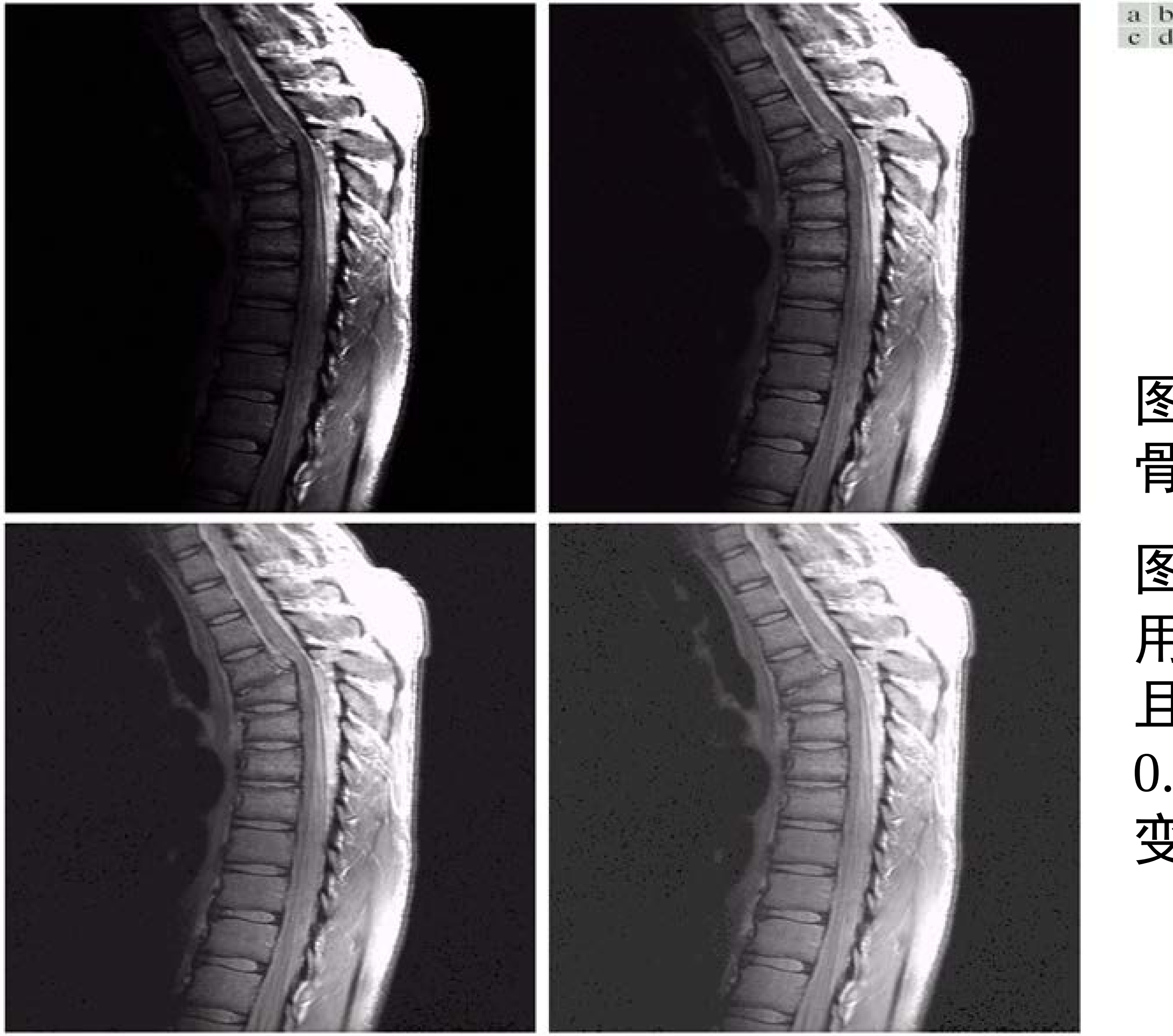
γ=1.5



γ=0.66

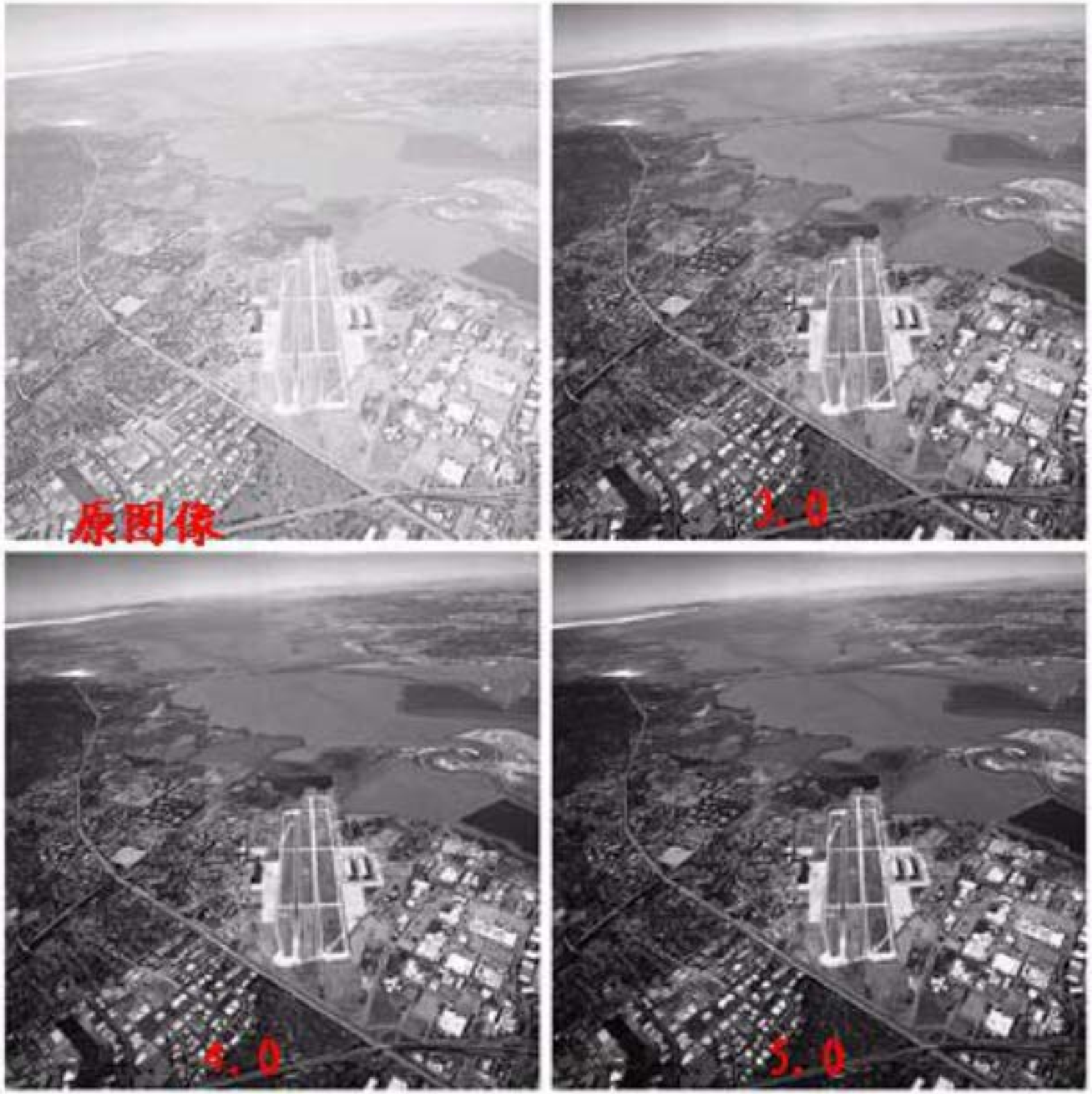
- 用于修正幂次响应现象的过程
  - 几乎所有的CRT显示设备、摄像胶片、电子照相机的光电转化特性都是非线性的，如果不进行矫正处理的话，将无法得到好的图像效果





图a为人的脊椎骨的MR图像。

图b,c,d分别为应用幂次变换，并且c=1，γ分别为0.6, 0.4, 0.3时的变换结果。



图a某区域的俯瞰图。

图b,c,d分别为应用幂次变换，并且c=1，γ分别为3, 4, 5时的变换结果。

对数变换 vs 幂次变换

- 思考：

在图像灰度变换方法中，对数变换和幂次变换一样，都是使一窄带输入图像映射为宽带输出值，有何区别？

幂次变换与对数变换不同的是，随着γ取值的不同，变换会得到一族变换曲线，在$\gamma>1$的值和$\gamma<1$的值产生的曲线有相反的效果，因此幂次变换更为灵活，两者之间存在区别。

分段线性变换

- 对前三种灰度变换方法的补充，与前面所讨论的变换函数相比，
  - 主要优势：形式可任意合成，有些重要变换的实际应用可由分段线性函数描述，
  - 主要缺点：需要更多的用户输入。

分段线性变换应用

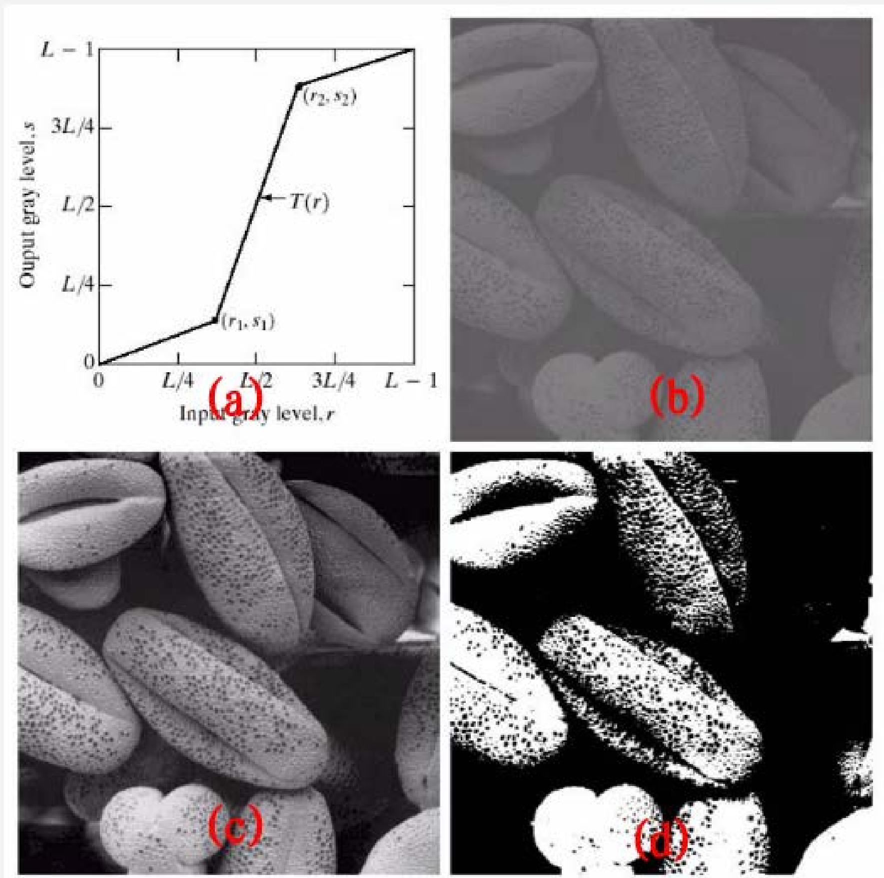
- 对比度拉伸，扩展图像处理时灰度系的动态范围

(a) 变换函数的形式

(b) 低对比度图像

(c) 对比度拉伸的结果

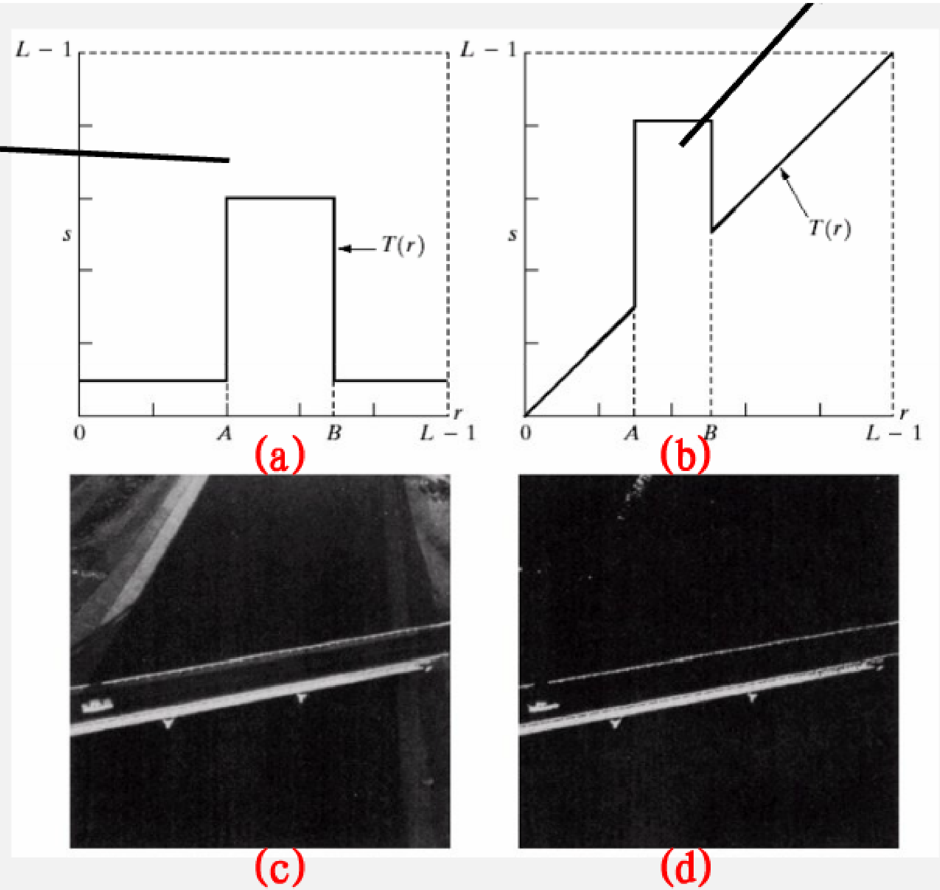
(d) 门限化的结果



分段线性变换应用

- 灰度切割，提高特定灰度范围的亮度

特点：突出目标的轮廓，消除背景细节



(a) 加亮 [A, B] 范围，其他灰度减小为一恒定值

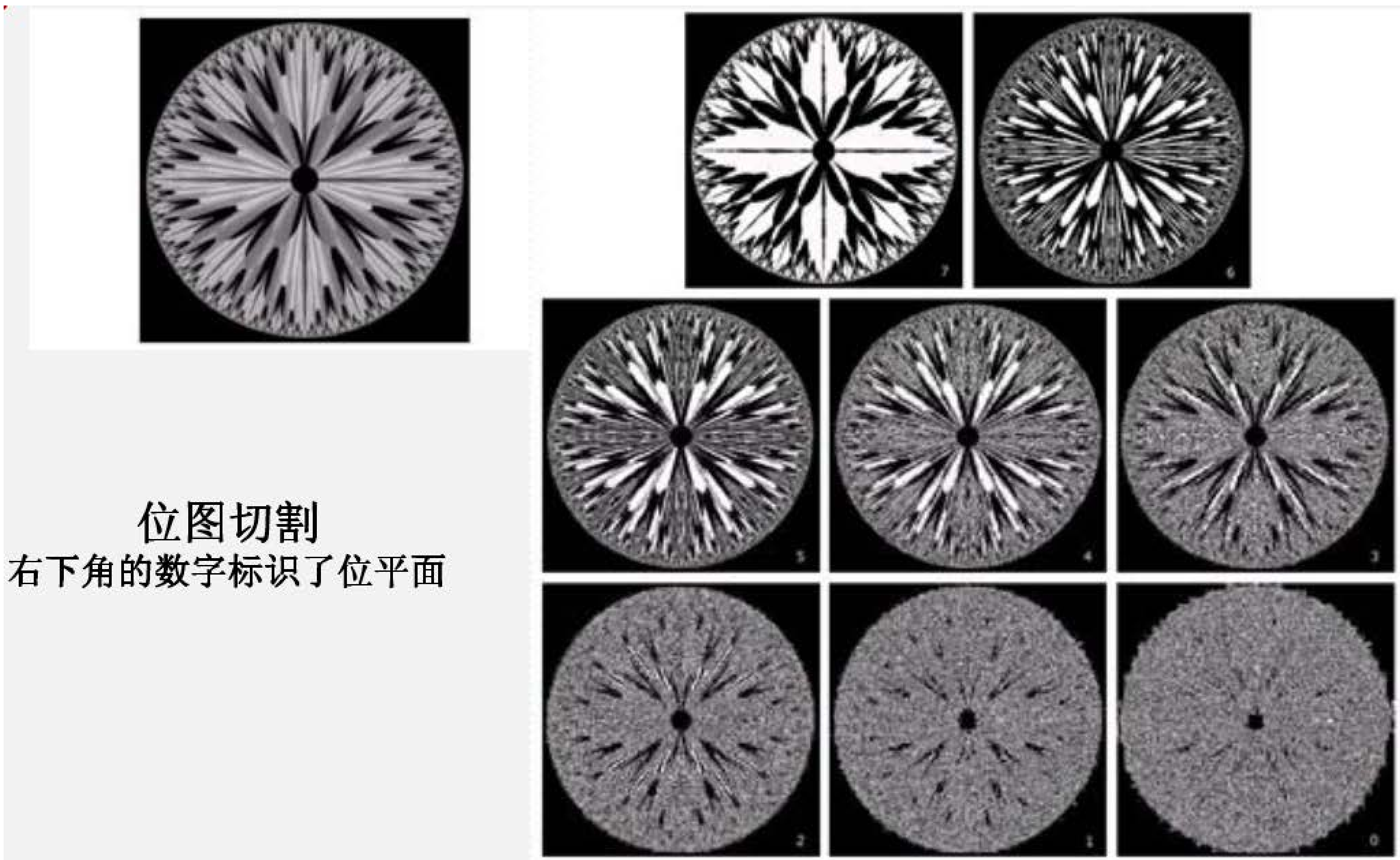
(b) 加亮 [A, B] 范围，其他灰度级不变

(c) 原图像

(d) 使用 (a) 变换的结果

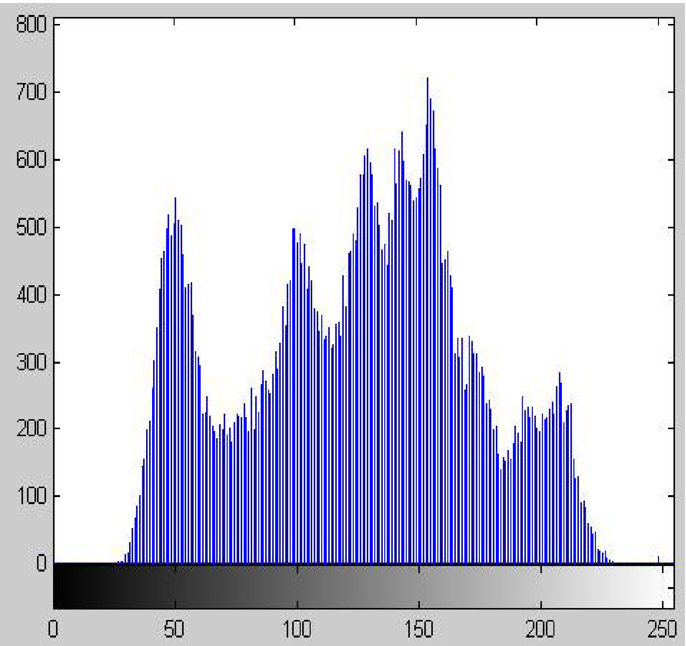
分段线性变换应用

- 位平面



直方图处理

Lena图像



Lena图像的直方图

反映图像灰度级与出现该灰度概率之间的关系

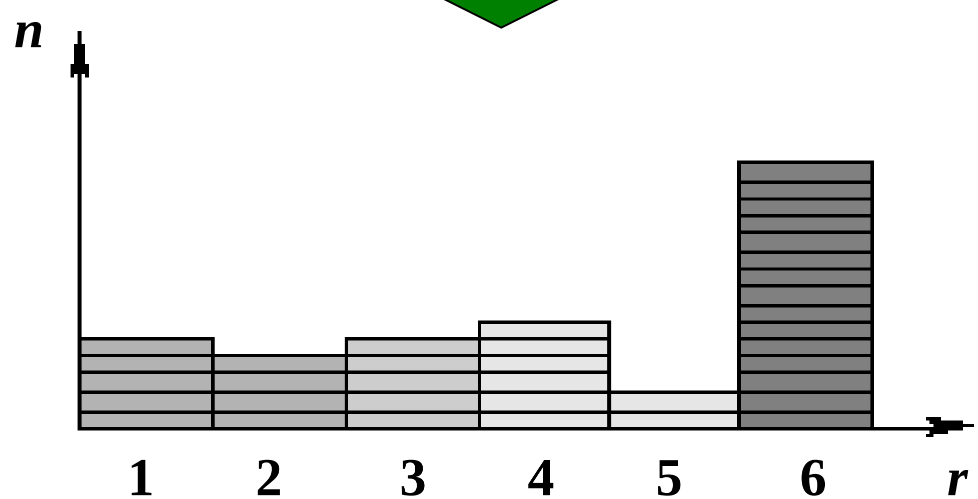
横坐标：灰度级r

纵坐标：为某一灰度值r_i的像素个数n_i或是灰度出现概率$P(r)$

直方图处理

1	2	3	4	5	6
6	4	3	2	2	1
1	6	6	4	6	6
3	4	5	6	6	6
1	4	6	6	2	3
1	3	6	4	6	6

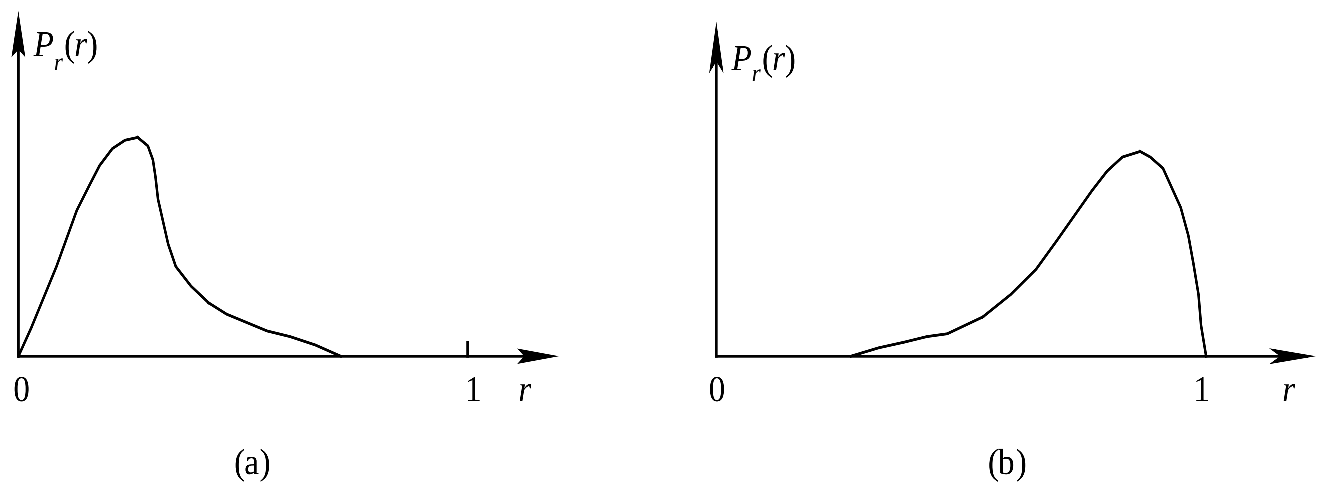
1	2	3	4	5	6
5	4	5	6	2	14



灰度直方图

直方图处理

- 对于一幅给定的图像来说，每一个像素取得[0,1]区间内的灰度级是随机的，也就是说 r 是一个随机变量。
- 假定它们是连续的随机变量，那么，就可以用概率密度函数$p(r)$来表示原始图像的灰度分布。



图像灰度分布概率密度函数

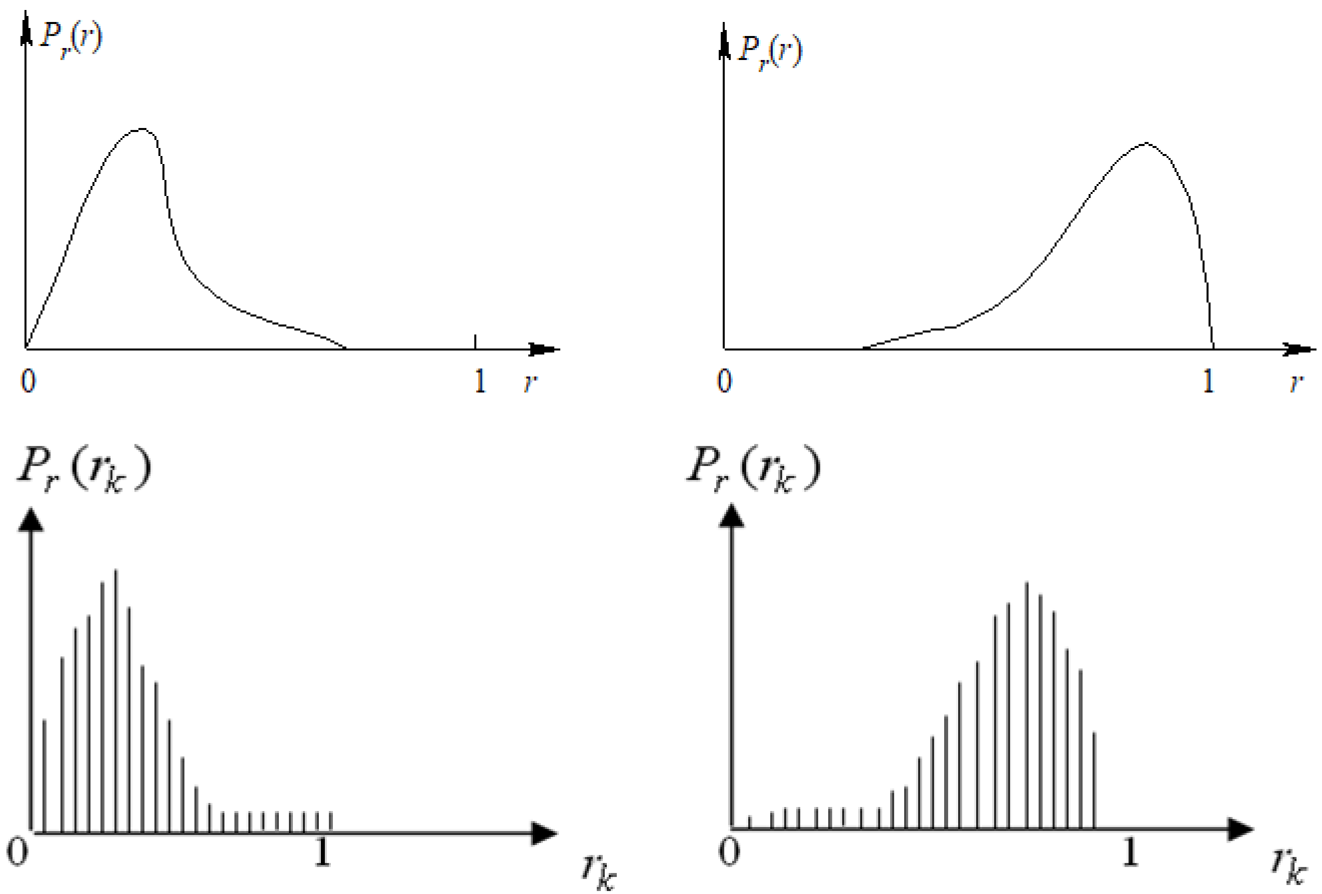
直方图处理

- 为了有利于数字图像处理，必须引入离散形式。
- 离散化：用r_k代表离散灰度级，则：

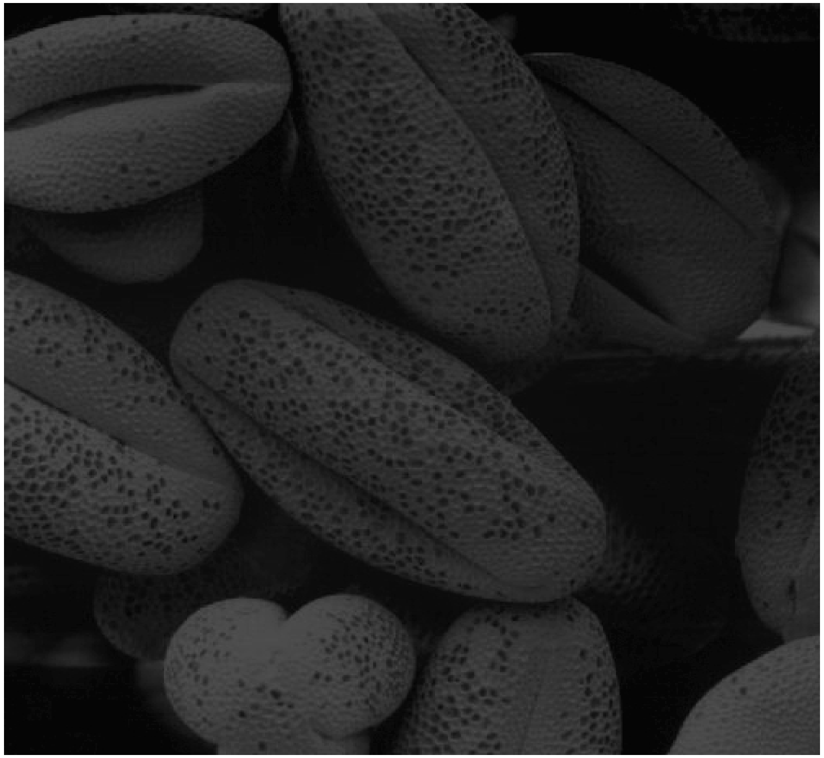
$$P_r(r_k)=\frac{n_k}{n} \qquad 0\le r_k\le 1$$

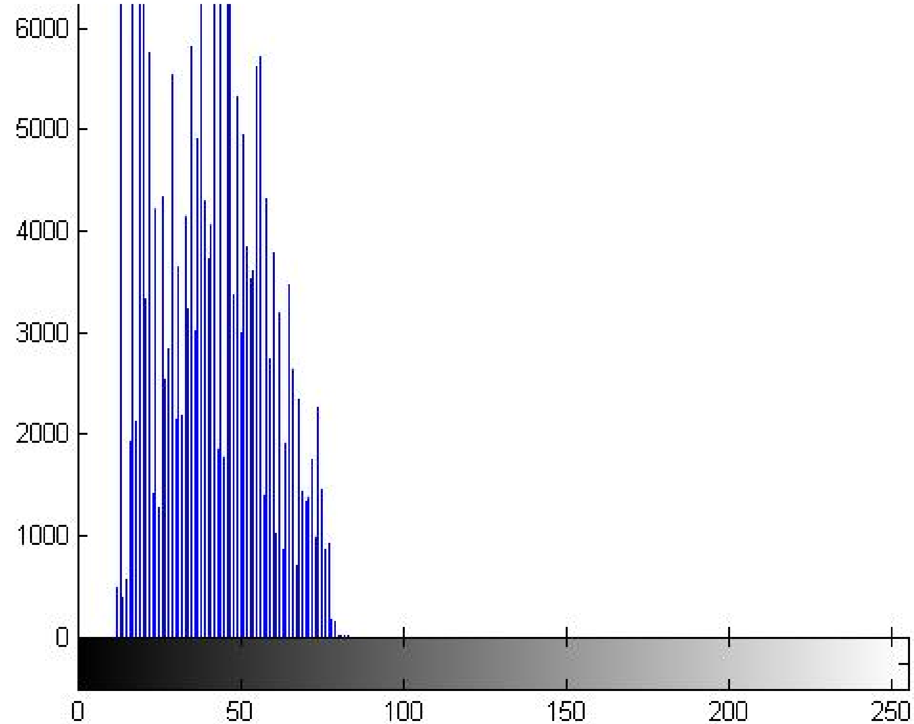
$$k=0,1,2,\cdots\cdots,l-1$$

直方图的计算

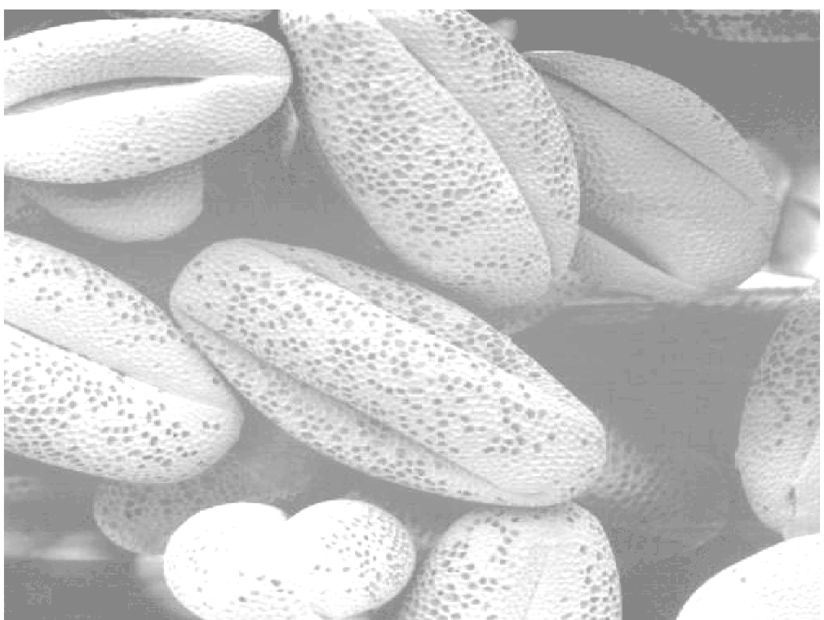


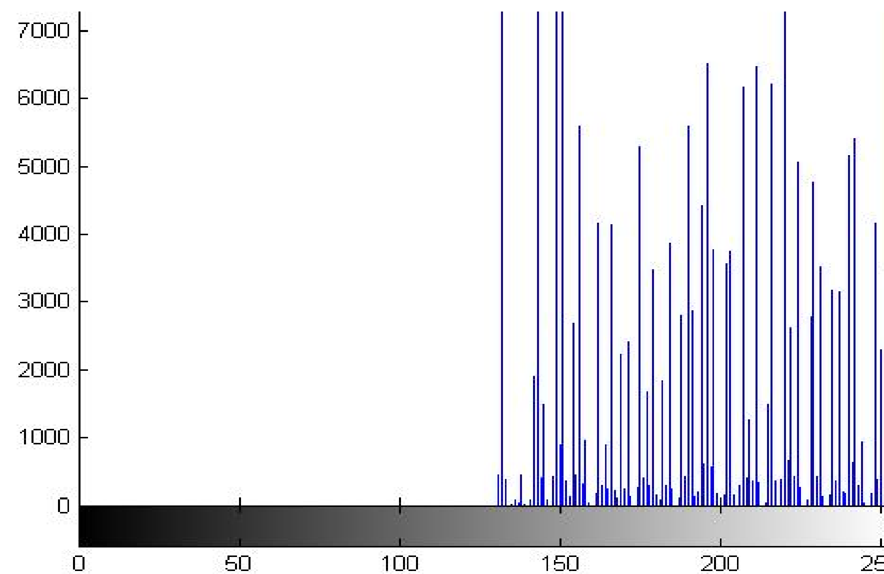
灰度级的直方图



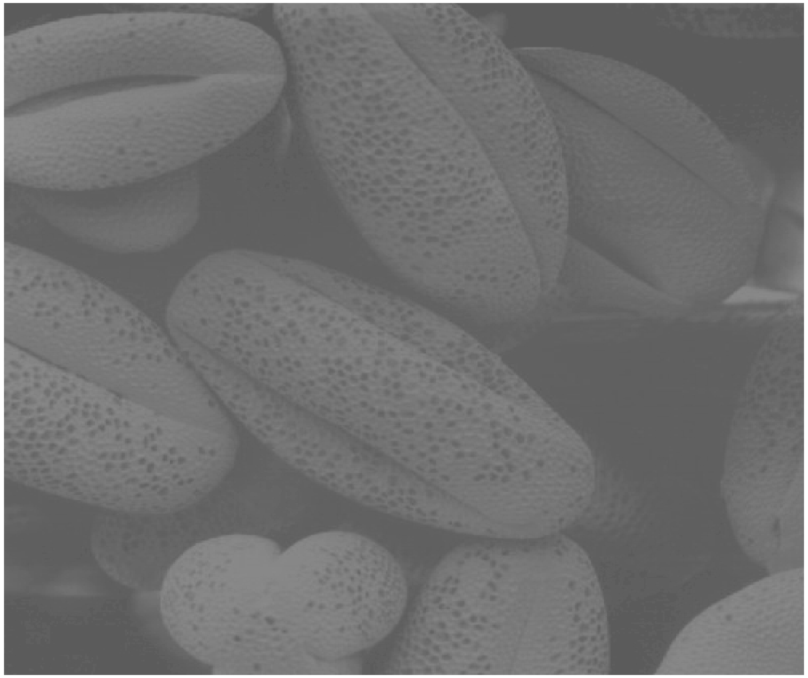


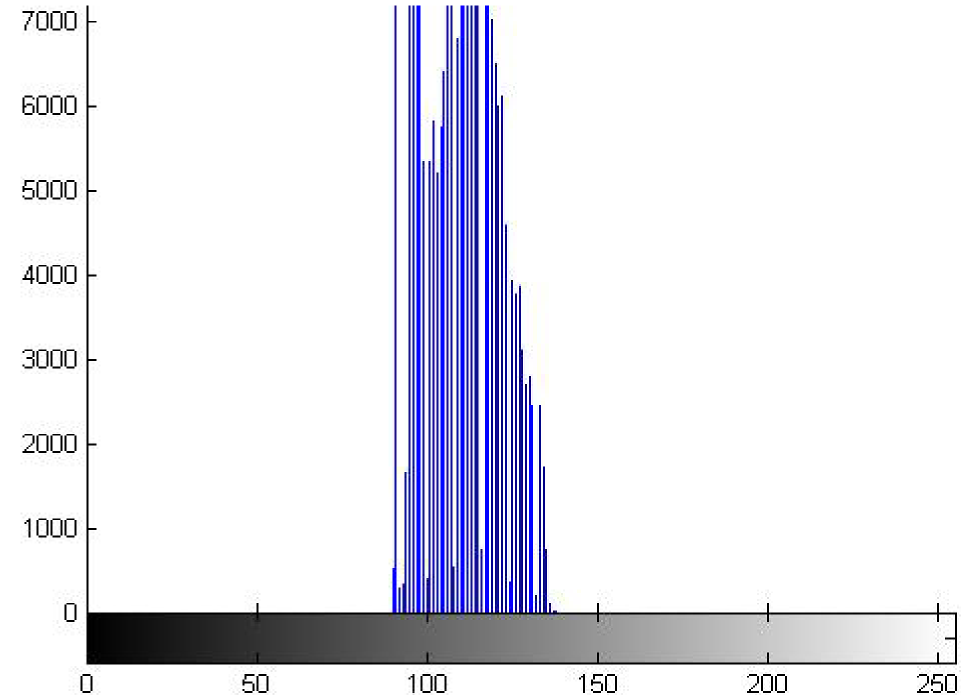
6000
5000
4000
3000
2000
1000
0
0
50
100
150
200
250

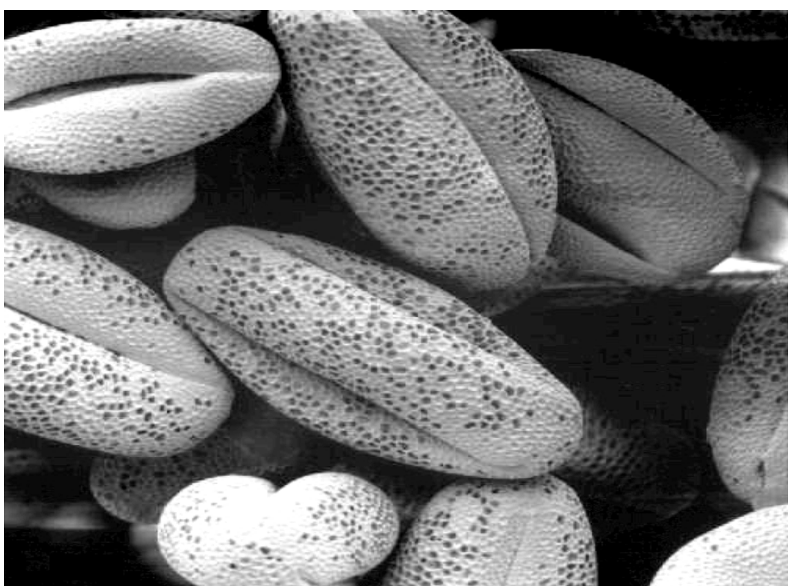


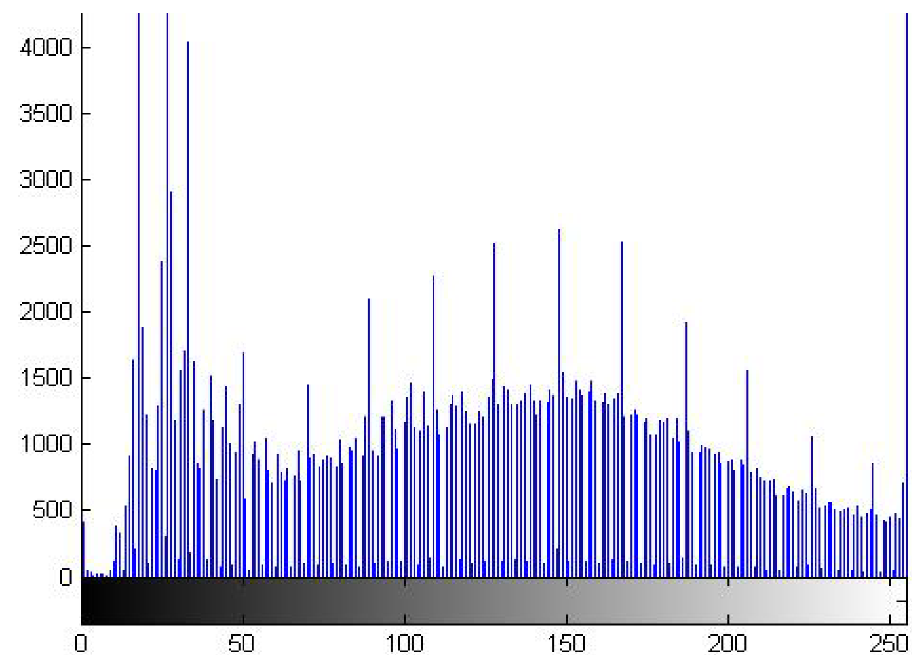


7000
6000
5000
4000
3000
2000
1000
0
0
50
100
150
200
250




7000
6000
5000
4000
3000
2000
1000
0
0
50
100
150
200
250




4000
3500
3000
2500
2000
1500
1000
500
0
0
50
100
150
200
250

直方图均衡化

- 一幅给定的图像的灰度级分布在$0 \le r \le 1$范围内。可以对[0, 1]区间内的任一个 r 值进行如下变换

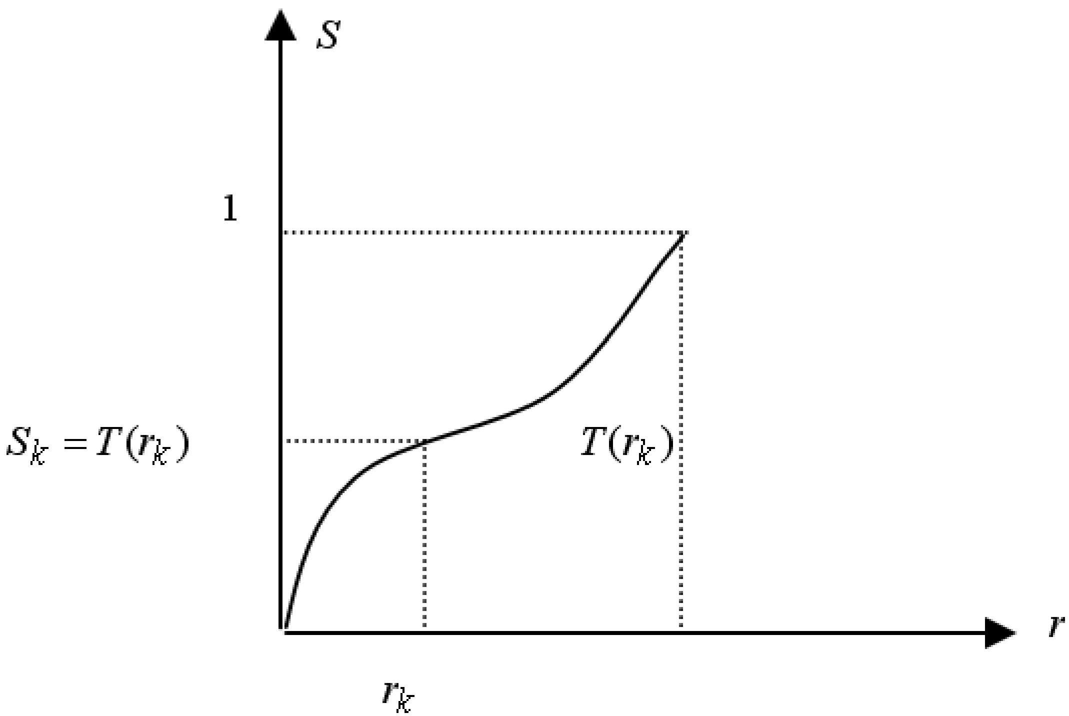
$$s = T(r)$$

- 通过上述变换，每个原始图像的像素灰度值r都对应产生一个s值。

- 变换函数$T(r)$应满足下列条件：
  - 单调性：在$0 \le r \le 1$区间内，$T(r)$单值单调增加；
  - 有界性：对于$0 \le r \le 1$，有$0 \le T(r) \le 1$。

直方图均衡化

- 满足这两个条件的变换函数的一个例子如图所示



灰度变换函数

直方图均衡化

- 从 s 到 r 的反变换可用式下表示

$$r = T^{-1}(s) \qquad 0 \le s \le 1$$

- 一副图像的灰度级可被视为区间[0,1]的随机变量
  - 随机变量变量的一个最重要的基本描述是其概率密度函数（PDF）

直方图均衡化

令$p_r(r)$和$p_s(s)$分别代表随机变量r和s的概率密度函数。由基本概率论可知：如果$p_r(r)$和$T^{-1}(s)$已知,且$T^{-1}(s)$满足条件(1), 那么变换变量s的概率密度函数$p_s(s)$可由下式得到：

$$p_s(s) = p_r(r)\left|\frac{dT^{-1}(s)}{ds}\right| = p_r(r)\left|\frac{dr}{ds}\right|$$

直方图均衡化

- 直方图均衡化处理是以累积分布函数变换法为基础的直方图修正法。假定变换函数为：

$$s = T(r) = \int_0^r p_r(\omega)d\omega$$

- 对r进行求导得：

$$\frac{ds}{dr} = \frac{dT(r)}{dr} = \frac{d}{dr}[\int_0^r p_r(\omega)d\omega] = p_r(r)$$

- 用这个结果代替dr/ds，得到:

$$p_s(s) = \left[p_r(r) \cdot \frac{dr}{ds} \right]_{r=T^{-1}(s)} = \left[p_r(r) \cdot \frac{1}{ds/dr} \right]_{r=T^{-1}(s)}$$

$$= \left[p_r(r) \cdot \frac{1}{p_r(r)} \right] = 1$$

直方图均衡化

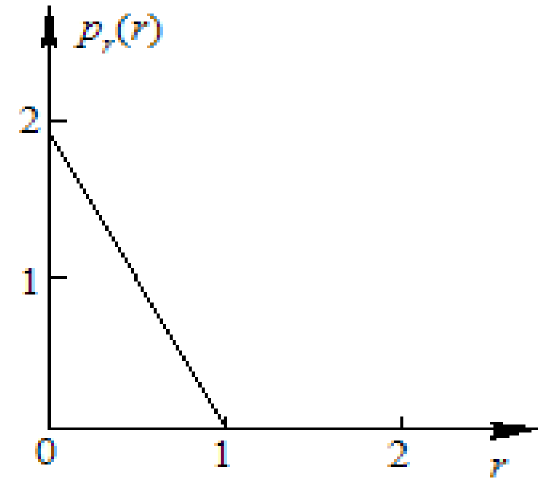
- 由上面的推导可见，在变换后的变量s的定义域内的概率密度是均匀分布的。

- 用r的累积分布函数作为变换函数，可产生一幅灰度级分布具有均匀概率密度的图像，其结果扩展了像素取值的动态范围。

直方图均衡化

例题：给定一幅图像的灰度分布概率密度函数为:

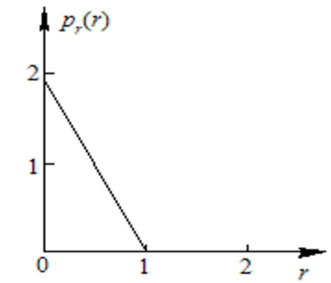
$$p_r(r)=\begin{cases}-2r+2 & 0\le r\le 1\\ 0 & 其他\end{cases}$$



对其进行均衡化处理。

例题：给定一幅图像的灰度分布概率密度函数为:

$$p_r(r)=\begin{cases}-2r+2 & 0\le r\le 1\\ 0 & 其他\end{cases}$$



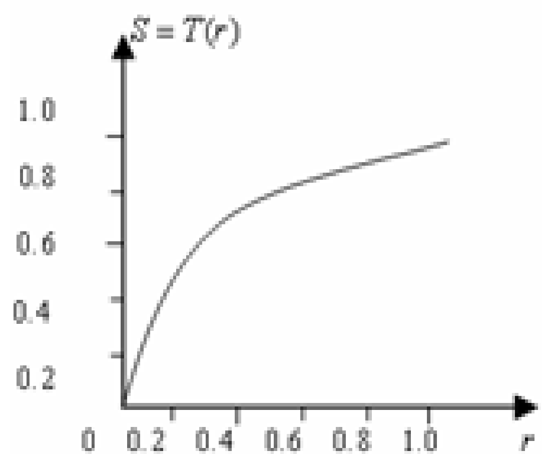
对其进行均衡化处理。

解：用累积分布函数原理求变换函数

$$s=T(r)=\int_0^r p_r(\omega)d\omega=\int_0^r(-2\omega+2)d\omega=-r^2+2r$$

变换后的s值与r值的关系为

$$s=-r^2+2r=T(r)$$



试证明：变换后的灰度级概率密度是均匀分布的。

$$\because \quad s = T(r) = -r^2 + 2r$$

$$\therefore \quad r = T^{-1}(r) = 1 \pm \sqrt{1-s}$$

由于 r 取值在[0, 1]区间内，所以

$$r = 1 - \sqrt{1-s}$$

$$\frac{dr}{ds} = \frac{d}{ds}\left[1 - \sqrt{1-s}\right] = \frac{1}{2\sqrt{1-s}}$$

而 $p_r(r) = -2r + 2 = -2(1 - \sqrt{1-s}) + 2 = 2\sqrt{1-s}$

所以 $p_S(s) = \left[p_r(r) \cdot \dfrac{dr}{ds} \right]_{r=T^{-1}(S)} = \left[2\sqrt{1-s} \cdot \dfrac{1}{2\sqrt{1-s}} \right] = 1$

这说明在希望的灰度级范围内，它的概率密度是均匀的

直方图均衡化

上述方法是以连续随机变量为基础进行讨论的。当灰度级是离散值时，可用频数近似代替概率值，即

$$p_r(r_k)=\frac{n_k}{n}\quad 0\le r_k\le 1\quad k=0,1,\cdots,L-1$$

式 $s=T(r)=\int_0^r p_r(\omega)d\omega$ 中变换函数的离散形式为

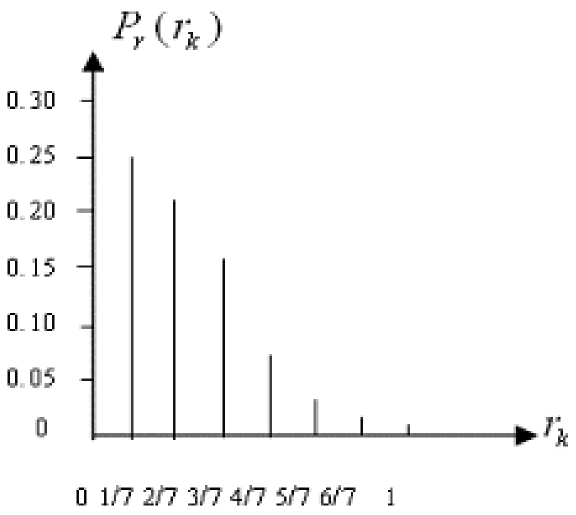
$$s_k=T(r_k)=\sum_{j=0}^{k}\frac{n_j}{n}=\sum_{j=0}^{k}p_r(r_j)\quad 0\le r_j\le 1\quad k=0,1,\cdots,L-1$$

其反变换式为：$r_k=T^{-1}(s_k)$

例题

假定有一幅总像素为n＝64×64的图像，灰度级数为8，各灰度级分布列于下表中。试对其进行直方图均衡化。

r_k	n_k	$P_r(r_k)=\frac{n_k}{n}$
r0 =0	790	0.19
r1=1/7	1023	0.25
r2=2/7	850	0.21
r3=3/7	656	0.16
r4=4/7	329	0.08
r5=5/7	245	0.06
r6=6/7	122	0.03
r7=1	81	0.02



解答

处理过程如下：

$$s_0 = T(r_0) = \sum_{j=0}^{0} P_r(r_j) = P_r(r_0) = 0.19$$

$$s_1 = T(r_1) = \sum_{j=0}^{1} P_r(r_j) = P_r(r_0) + P_r(r_1) = 0.44$$

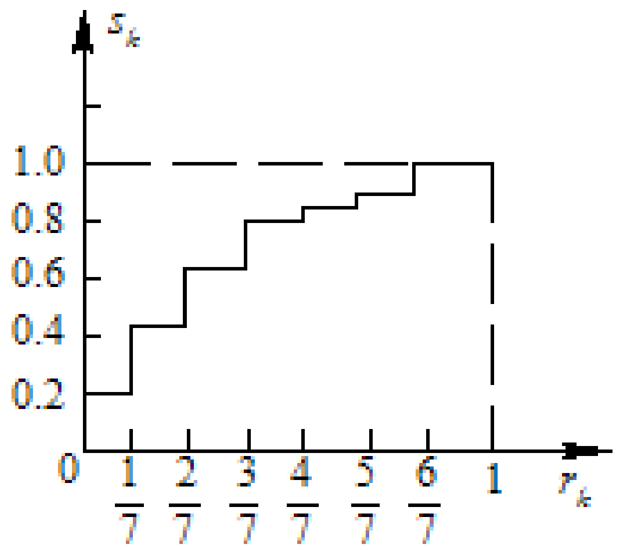
$$s_2 = T(r_2) = \sum_{j=0}^{2} P_r(r_j) = P_r(r_0) + P_r(r_1) + P_r(r_2) = 0.65$$

$$s_3 = T(r_3) = \sum_{j=0}^{3} P_r(r_j) = P_r(r_0) + P_r(r_1) + P_r(r_2) + P_r(r_3) = 0.81$$

解答

依此类推：s_4=0.89，s5=0.95， s_6=0.98， s_7=1.0

变换函数如图所示。



补充说明

这里只对图像取8个等间隔的灰度级， 变换后的值也只能选择**最靠近的一个灰度级的值**。因此，对上述计算值加以修正：

$$s_0 = 0.19 \approx \frac{1}{7} \qquad s_1 = 0.44 \approx \frac{3}{7}$$

$$s_2 = 0.65 \approx \frac{5}{7} \qquad s_3 = 0.81 \approx \frac{6}{7}$$

$$s_4 = 0.89 \approx \frac{6}{7} \qquad s_5 = 0.95 \approx 1$$

$$s_6 = 0.98 \approx 1 \qquad s_7 = 1.00$$

补充说明

由上述数值可见，新图像将只有5个不同的灰度级别，可以重新定义一个符号。

$$s_0' = \frac{1}{7} \qquad s_3' = \frac{6}{7}$$

$$s_1' = \frac{3}{7} \qquad s_4' = 1$$

$$s_2' = \frac{5}{7}$$

补充说明

$$r_0 = 0 \longrightarrow s_0 = \frac{1}{7}$$

$$r_1 = \frac{1}{7} \longrightarrow s_1 = \frac{3}{7}$$

$$r_2 = \frac{2}{7} \longrightarrow s_2 = \frac{5}{7}$$

$$r_3 = \frac{3}{7} \longrightarrow s_3 = \frac{6}{7}$$

$$r_4 = \frac{4}{7} \longrightarrow s_4 = \frac{6}{7}$$

$$r_5 = \frac{5}{7} \longrightarrow s_5 = 1$$

$$r_6 = \frac{6}{7} \longrightarrow s_6 = 1$$

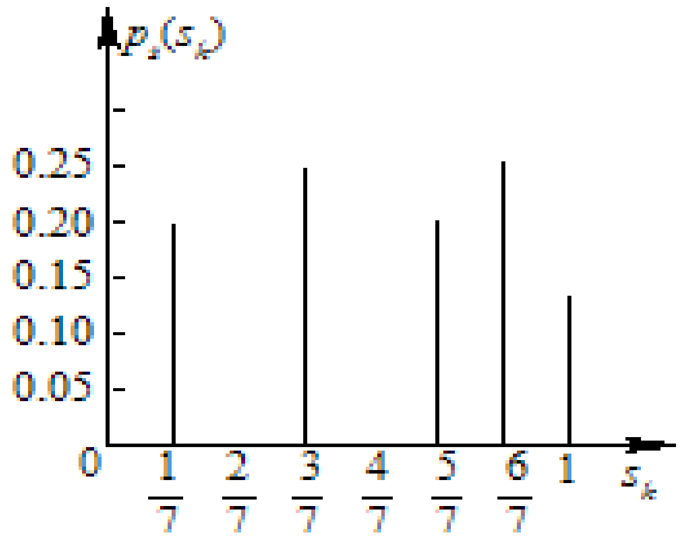
$$r_7 = 1 \longrightarrow s_7 = 1$$

补充说明

原象灰级 k	归一化灰级 (r_k)	第k像素级像素个数	$n_r(r_k)$	$s_k=\sum_{j=0}^{k}n_r(r_k)$	变换后灰度级
0	0/7=0	790	0.19	0.19	S1
1	1/7=0.1428	1023	0.25	0.44	S3
2	2/7=0.2856	850	0.21	0.65	S5
3	3/7=0.4285	656	0.16	0.81	S6
4	4/7=0.5714	329	0.08	0.89	S6
5	5/7=0.7142	245	0.06	0.95	S7
6	6/7=0.8571	122	0.03	0.98	S7
7	7/7=1	81	0.02	1	S7

因为$r_0 = 0$，经变换得$s_0 = 1/7$，所以有790个像素取s_0这个灰度值。r_1映射到$s_1 = 3/7$，所以有1023个像素取$s_1 = 3/7$这一灰度值。依次类推，有850个像素取$s_2 = 5/7$这个灰度值。但是，因为r_3和r_4均映射到$s_3 = 6/7$这一灰度级，所以有656+329=985个像素取这个值。同样，有245+122+81= 448个像素取$s_4 = 1$这个新灰度值。

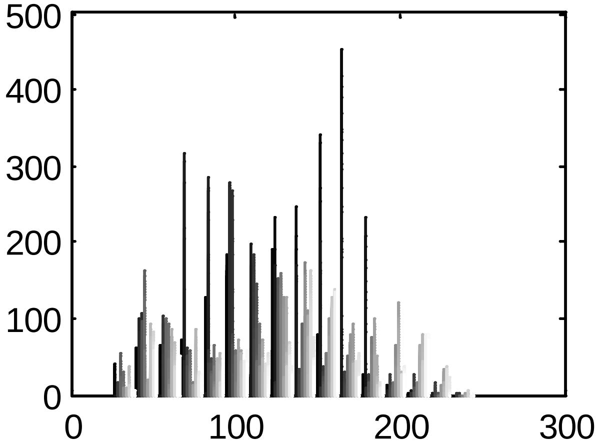
用$n = 4096$来除上述这些n_k值，便可得到新的直方图

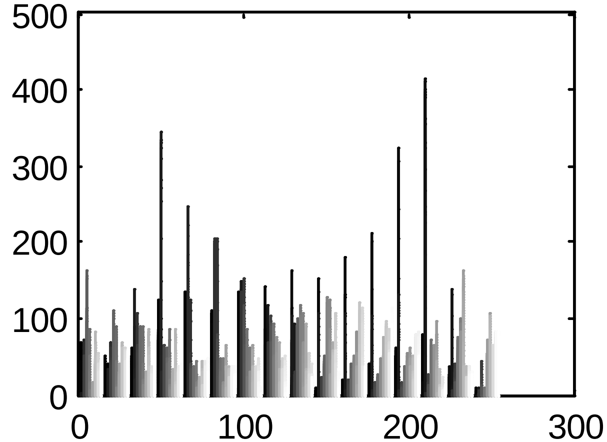


离散直方图均衡化

- 由上面的例子可见，利用累积分布函数作为灰度变换函数，经变换后得到的新灰度的直方图虽然不很平坦，但新的灰度直方图比原始图像的直方图已经要平坦得多，而且其动态范围也大大地扩展了。

- 因此这种方法对于对比度较弱的图像进行处理是很有效的。


500
400
300
200
100
0
0
100
200
300


500
400
300
200
100
0
0
100
200
300

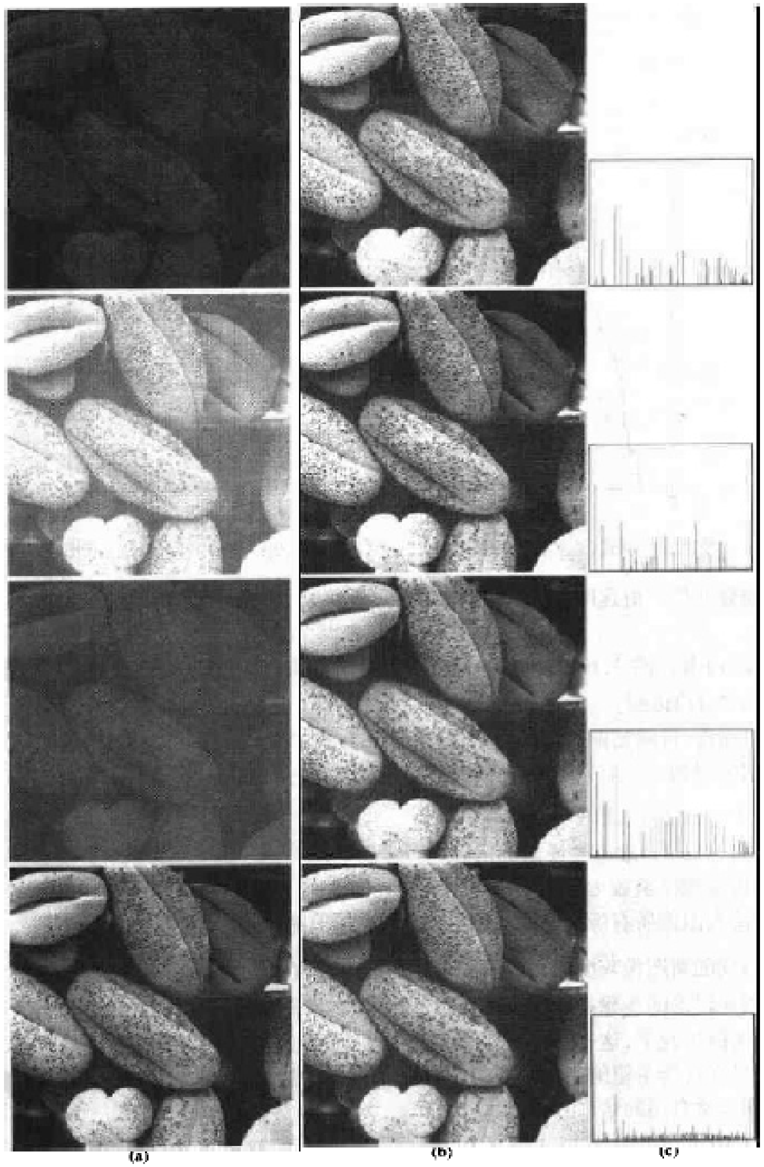
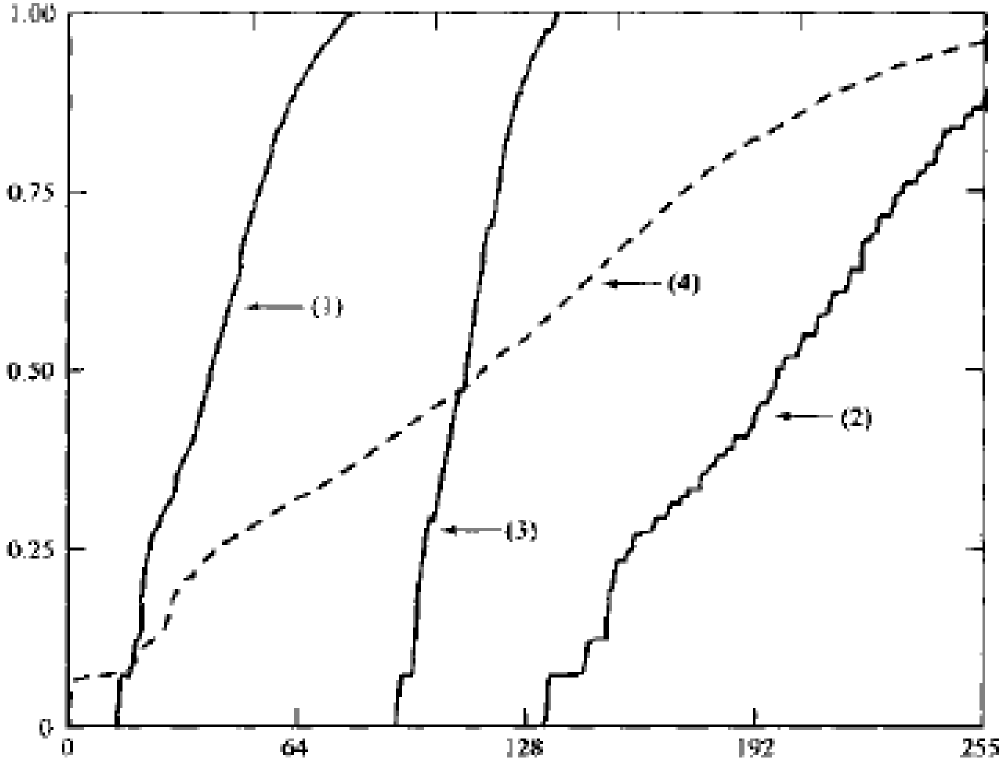


图 3.17 (a)图 3.15 的图像,(b)直方图均衡化的结果,(c)相应的直方图

与连续形式不同，一般不能证明离散变换能产生均匀概率密度函数的离散值(为均匀直方图)


1.00
0.75
0.50
0.25
0
0
64
128
192
255
(1)
(2)
(3)
(4)

离散直方图均衡化

因为直方图是近似的概率密度函数，所以用离散灰度级作变换一般得不到完全平坦的结果。另外，从上例可以看出，变换后的灰度级减少了，这种现象叫做“简并”现象。

由于简并现象的存在，处理后的灰度级总是要减少的，这是像素灰度有限的必然结果。由于上述原因，数字图像的直方图均衡只是近似的。

直方图规定化

- 目的
  - 使处理的图像具有指定的直方图形状。
- 研究思路
- 步骤

直方图规定化

- 假设z表示变化后的连续灰度级，$p_r(r)$和$p_z(z)$表示对应的概率密度函数，其中$p_r(r)$表示输入图像的，$p_z(z)$表示输出图像的。令

$$s = T(r) = \int_0^r p_r(u)du$$

- 假设对于输出图像，有

$$G(z) = \int_0^z p_z(w)dw$$

- 由直方图均衡化可知

$$G(z) = s$$

- 从而 $z = G^{-1}(s) = G^{-1}[T(r)]$

$p_r(r)$和$T(r)$由输入图像求出，$G(z)$由输出图像的直方图求出。

直方图规定化

- 步骤
  - 求得变换函数$T(r)$
  - 求得变化函数$G(z)$
  - 求得反变换函数$G^{-1}(z)$
  - 根据输入图像所有像素求得输出图像

  尽管理论上可行，但在实际中很难求出$T(r)$和 G^{-1}

直方图规定化

$A(x,y)$

$C(x,y)$

- 问题1：在给定A图像和C图像的情况下，如何选取灰度变换函数？
- 问题2：判断A图像和C图像是否为同一物理图像？（请思考）

直方图规定化

$A(x, y)$

$B(x, y)$

$C(x, y)$

- 问题1：在给定A图像和C图像的情况下，如何选取灰度变换函数？
- 问题2：判断A图像和C图像是否为同一物理图像？（请思考）

思考题

- 理解什么是灰度直方图
- 能从灰度直方图判断照片是否曝光过度（过曝）和曝光不足（欠曝）
- 理解点运算和直方图之间的关系
- 理解直方图变换的原理
- 了解直方图均衡化的过程

空间域滤波增强

定义：空间域滤波增强采用模板处理方法对图像进行滤波，去除图像噪声或增强图像的细节。

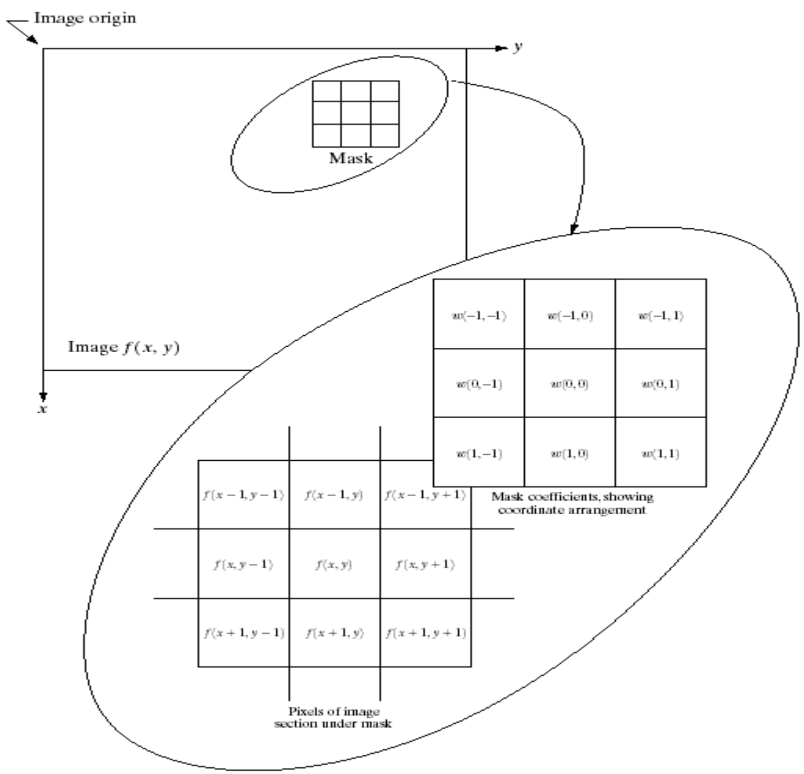
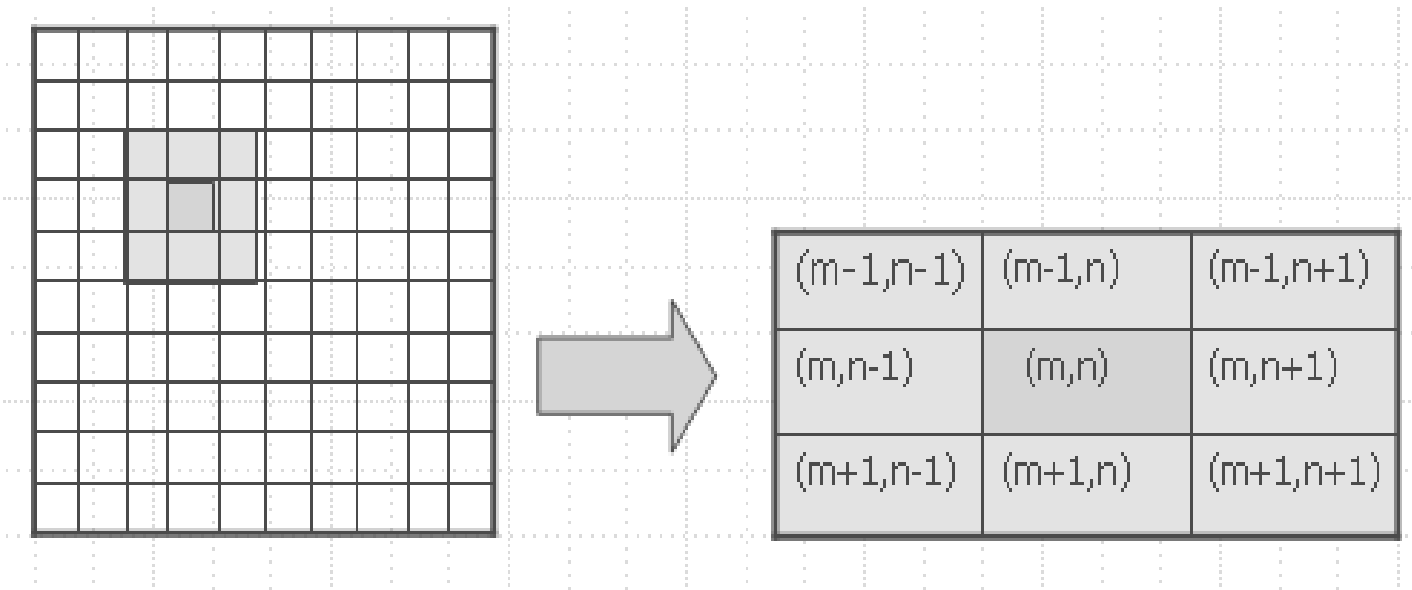


FIGURE 3.32 The mechanics of spatial filtering. The magnified drawing shows a 3 × 3 mask and the image section directly under it; the image section is shown displaced out from under the mask for ease of readability.

空间域滤波增强

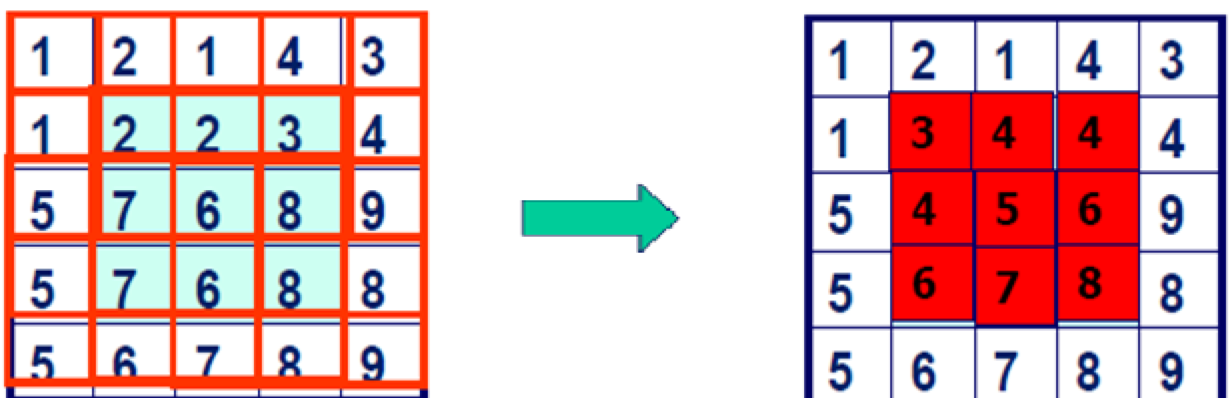
设当前待处理像素为$f(m,n)$，给出一个大小为3×3的处理模板。



空间域滤波增强

以模块运算系数表示即：

$$H = \frac{1}{9}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

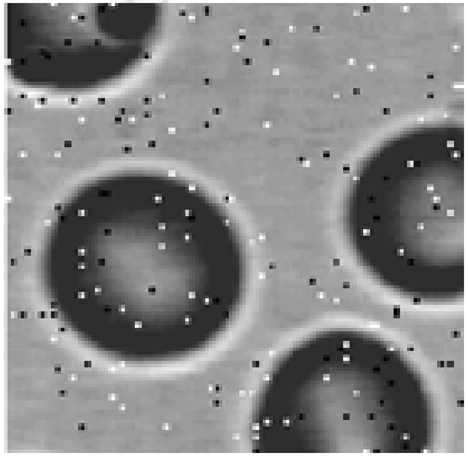


空间域滤波增强

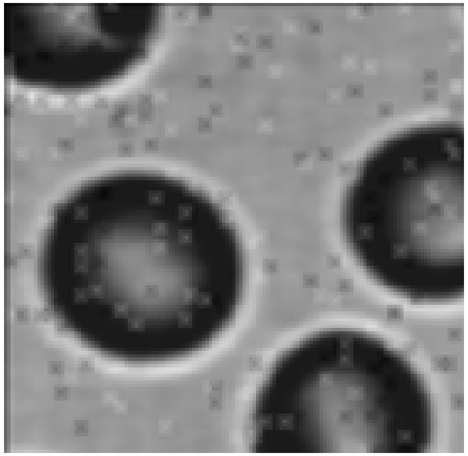
常用的模板：

$$H_1 = \frac{1}{10}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \qquad H_2 = \frac{1}{16}\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

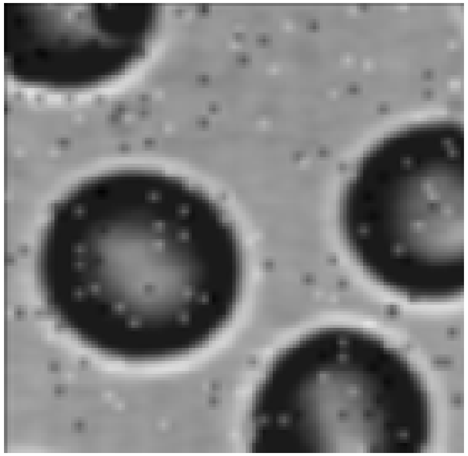
$$H_3 = \frac{1}{8}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \qquad H_4 = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{4} & 0 \\ \frac{1}{4} & 1 & \frac{1}{4} \\ 0 & \frac{1}{4} & 0 \end{bmatrix}$$



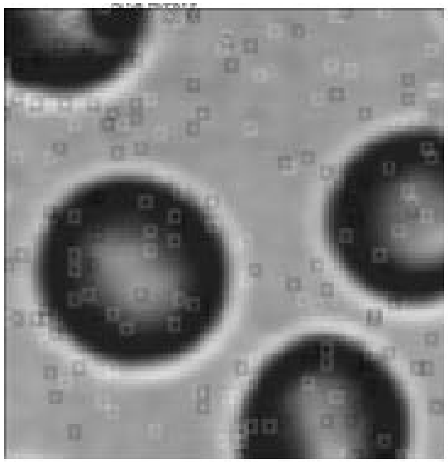
（a）有噪声的图像



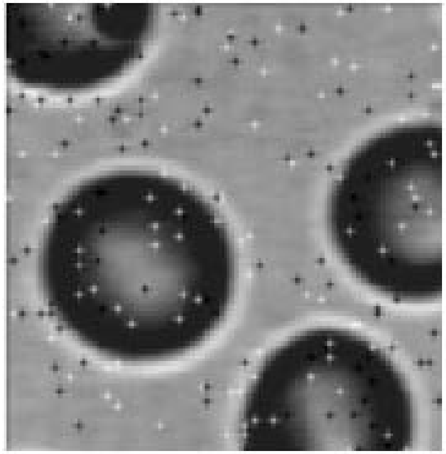
（b）模板1处理的结果图



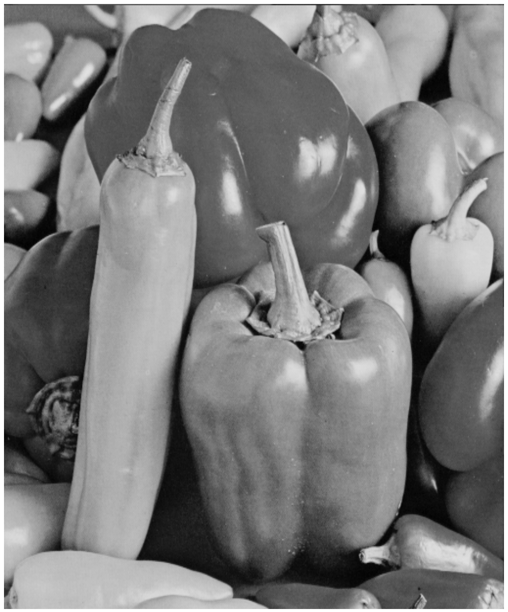
（c）模板2处理的结果图



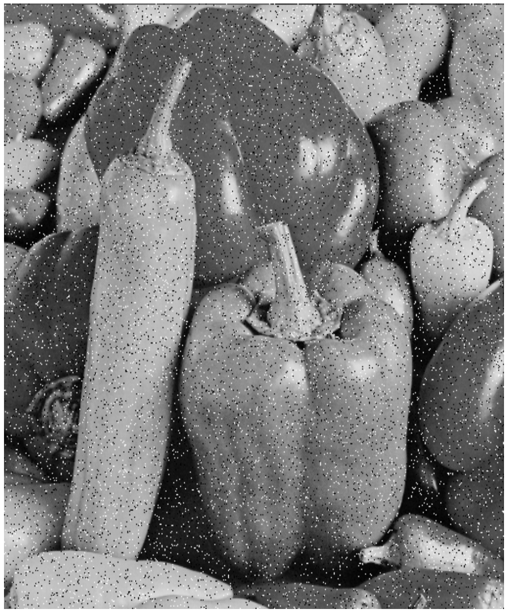
（d）模板3处理的结果图



（e）模板4处理的结果图



(a)原图像



(b) 椒盐噪声

(c) 平滑