

数字图像处理

图像复原及锐化

概述

- **图像复原与图像增强**的目的都是对图像进行改进，改善图像的视觉效果，但两者使用的方法和评价标准不同。
 - 图像增强技术一般基于人的视觉特性，**目的是取得较好的视觉效果**，不需要考虑图像退化的真实物理过程，增强后的图像也不一定要逼近原始图像。
 - 图像复原技术需要针对图像的退化原因设法进行补偿，因此需要对图像的退化过程有一定的先验知识，**利用图像退化的逆过程去恢复原始图像**，使复原后的图像尽可能的接近原图像。

概述

- 图像增强：旨在改善图像质量。
- 图象复原：力求保持图像的本来面目，以保真原则为前提找出图像降质的原因，描述其物理过程，提出数学模型。
- 复原的过程是沿着质量降质的逆过程来重现原始图像。复原技术是把退化模型化，并且采用相反的过程进行处理，以便复原出原图像。

概述

	图像增强	图像复原
技术特点	* 不考虑图像降质的原因，只将图像中感兴趣的特征有选择地突出（增强），而衰减其不需要的特征。 * 改善后的图像不一定要去逼近原图像。 * 主观过程	* 要考虑图像降质的原因，建立“降质模型”。 * 要建立评价复原好坏的客观标准。 * 客观过程
主要目的	提高图像的 可懂度	提高图像的 逼真度
方法	空间域法和频率域法 空间域法主要是对图像的灰度进行处理； 频率域法主要是滤波。	重点介绍 线性复原方法

图像退化

- 图像在形成、记录、处理和传输过程中，由于成像系统、记录设备、传输介质和处理方法的不完善，会导致图像质量下降。这一过程称为**图像的退化**。
- **图像的复原**就是要尽可能恢复退化图像的本来面目，它是沿图像降质的逆向过程进行。
- 典型的图像复原是根据图像退化的先验知识建立一个退化模型，**以此模型为基础，采用各种逆退化处理方法进行恢复**，使图像质量得到改善。

图像退化

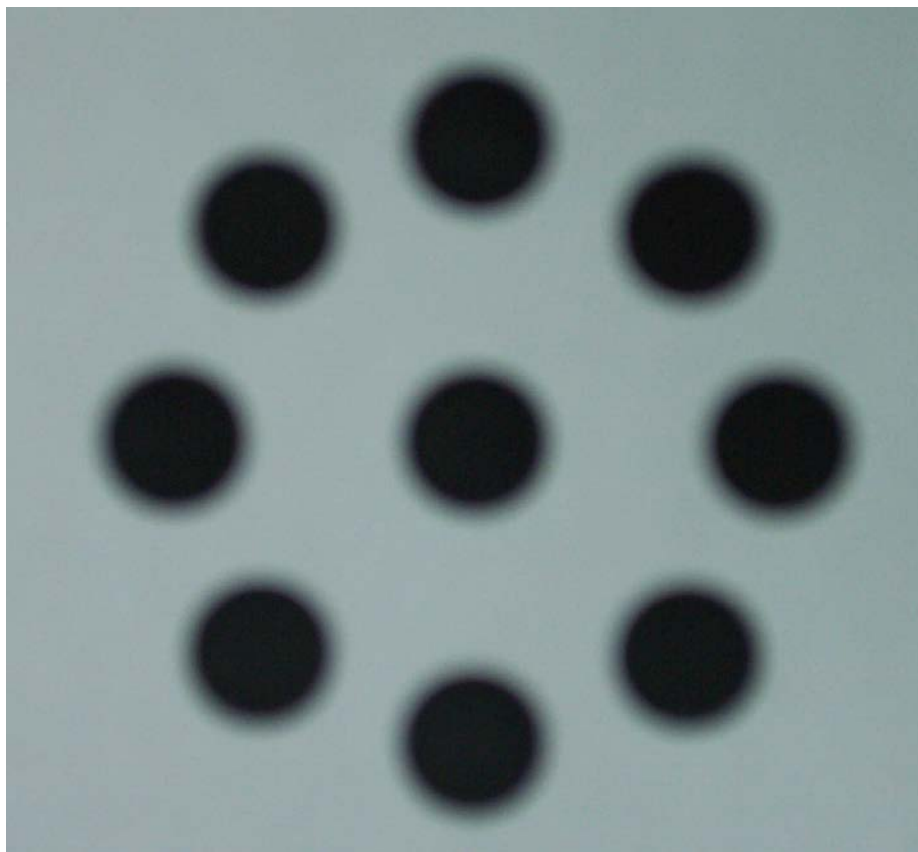
- 什么是图像退化？
 - 图像的质量下降叫做退化。
 - 退化的形式有模糊、失真、有噪声等
- 图像退化的原因
 - 无论是由光学、光电或电子方法获得的图像都会有不同程度的退化；退化的形式多种多样。

常见退化图像



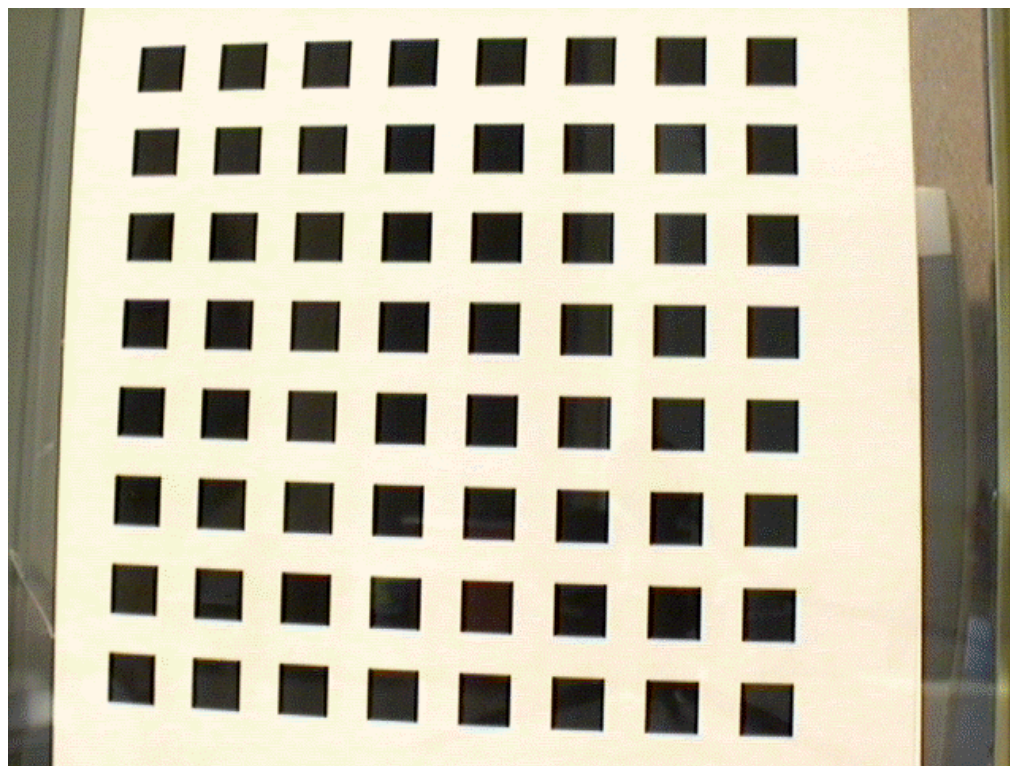
由于镜头聚焦不好引起的模糊

常见退化图像



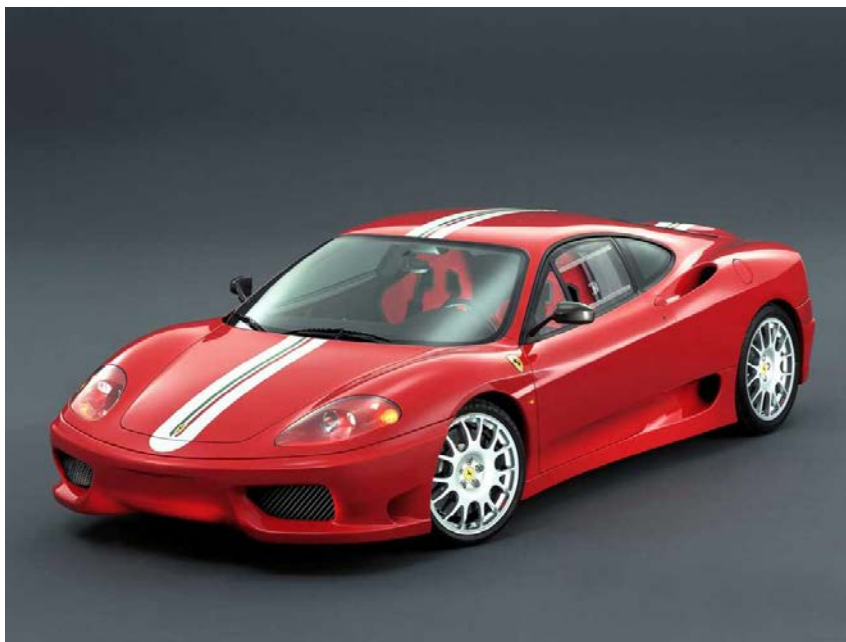
由于镜头聚焦不好引起的模糊

常见退化图像



由于镜头畸变引起图像的几何失真

常见退化图像

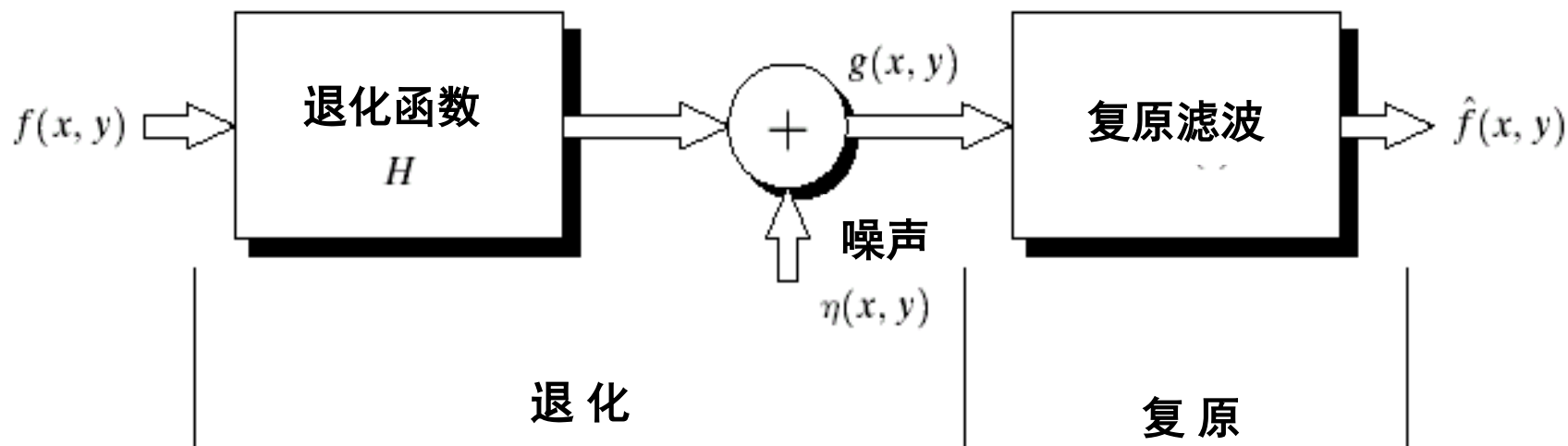


由于物体运动产生的模糊

图像退化/复原过程的模型

- 退化过程可以被模型化为一个退化函数和一个加性噪声项，处理一幅输入图像 $f(x, y)$ 产生一幅退化图像 $g(x, y)$ 。
- 给定 $g(x, y)$ 和关于退化函数 H 的一些知识以及外加噪声项 $\eta(x, y)$ ，图像复原的目的是获得关于原始图像的近似估计 $\hat{f}(x, y)$

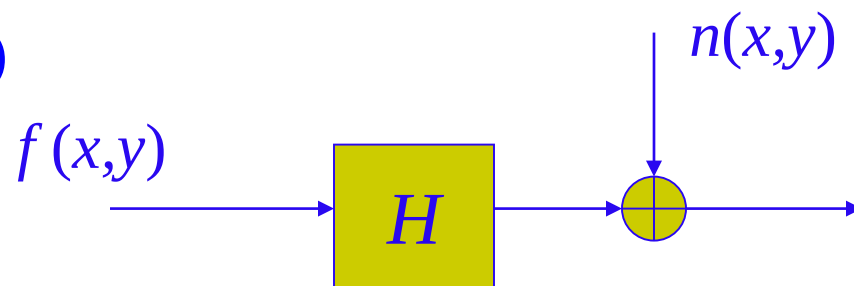
图像退化/复原过程的模型



降质过程可看作对原图像 $f(x, y)$ 作线性算。

$$g(x, y) = H \cdot f(x, y) + n(x, y)$$

↓ ↓ ↓
降质后 降质模型 噪声



图像退化/复原过程的模型

- 如果系统 H 是一个线性、位置不变性的过程，那么在空间域中给出的退化图像可由下式给出：

$$g(x, y) = h(x, y) \cdot f(x, y) + \eta(x, y)$$

有噪声情况下的图像复原

- 必须知道噪声的统计特性以及噪声和图像信号的相关情况。在实际应用中，往往假设噪声是白噪声，即它的频谱密度为常数，且与图像不相关。
- 不同的复原技术需要不同的有关噪声的先验信息

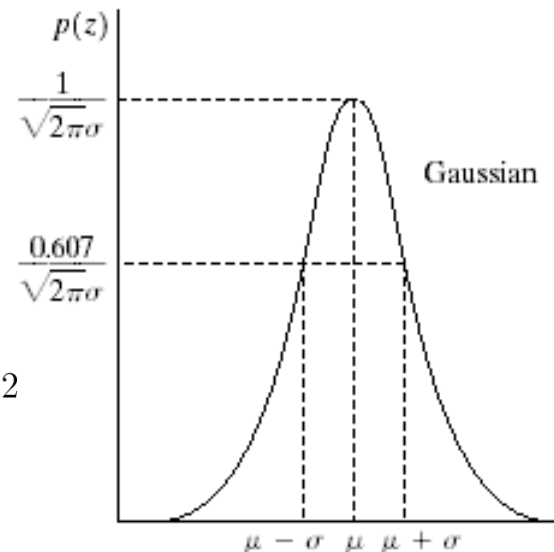
噪声模型

- 数字图像的噪声主要来源于图像的获取和传输过程。图像传输器的工作情况受各种因素的影响，如图像获取中的环境条件和传感器件自身的质量
- 存在的一些重要的噪声类型：高斯噪声、瑞利噪声、伽马噪声、指数分布噪声、均匀分布噪声、脉冲噪声等
- 由于空间周期噪声的异常，假设噪声独立于空间坐标，并且它与图像本身无关联

高斯噪声

- 概率密度函数 (PDF)

$$p(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-(z-\mu)^2/\sigma^2}$$



- 当 z 服从上式分布时，其值有70%落在 $[\mu - \sigma, \mu + \sigma]$ ，有95%落在 $[\mu - 2\sigma, \mu + 2\sigma]$ 范围内。

高斯噪声的产生源于电子电路噪声和由低照明度或高温带来的传感器噪声

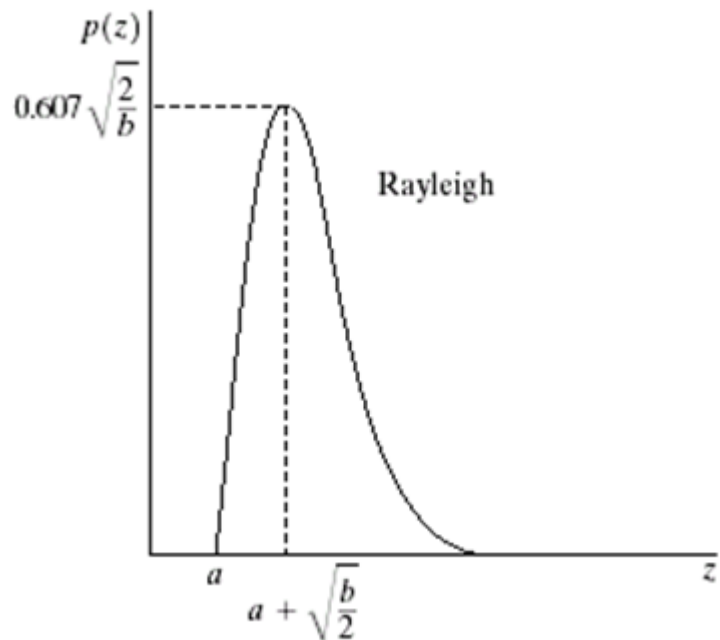
瑞利噪声

- 概率密度函数 (PDF)

$$p(z) = \begin{cases} \frac{2}{b}(z - a)e^{-(z-a)^2/b}, & z \geq a; \\ 0, & z < a. \end{cases}$$

均值: $\mu = a + \sqrt{\pi b}/4$

方差: $\sigma^2 = b(4 - \pi)/4$



伽马噪声

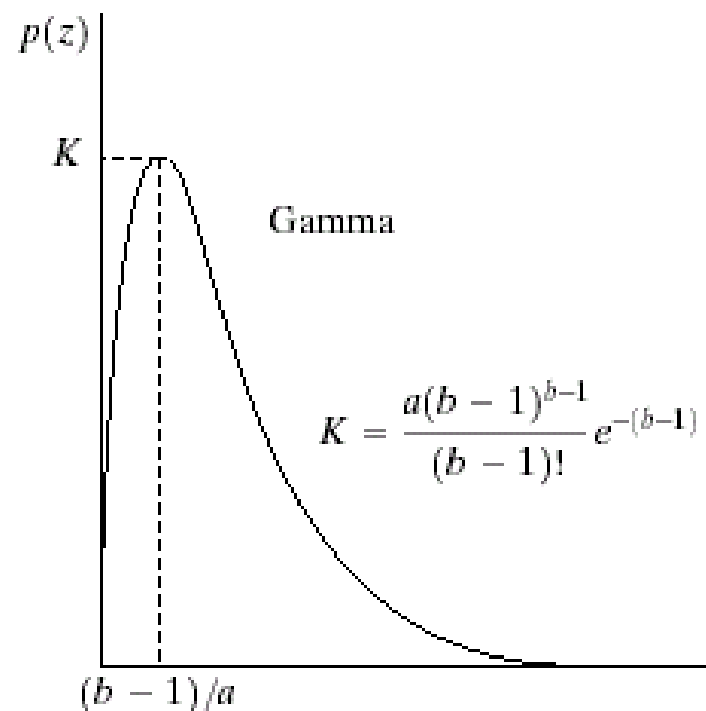
- 概率密度函数 (PDF)

$$p(z) = \begin{cases} \frac{a^b z^{b-1}}{(b-1)!} e^{-az}, & z \geq 0; \\ 0, & z < 0. \end{cases}$$

$a > 0, b$ 为正整数

均值: $\mu = b / a$

方差: $\sigma^2 = b / a^2$



- 伽马噪声可以应用于激光成像中

指数噪声

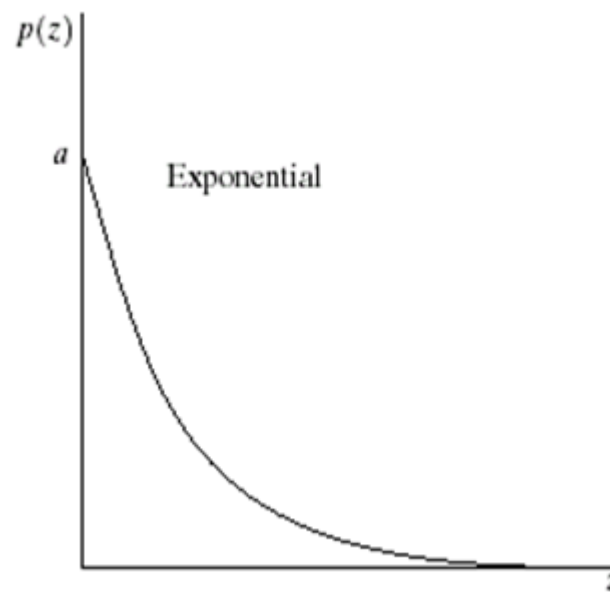
- 概率密度函数 (PDF)

$$p(z) = \begin{cases} ae^{-az}, & z \geq 0; \\ 0, & z < 0. \end{cases}$$

其中 $a > 0$

均值: $\mu = 1/a$

方差: $\sigma^2 = 1/a^2$



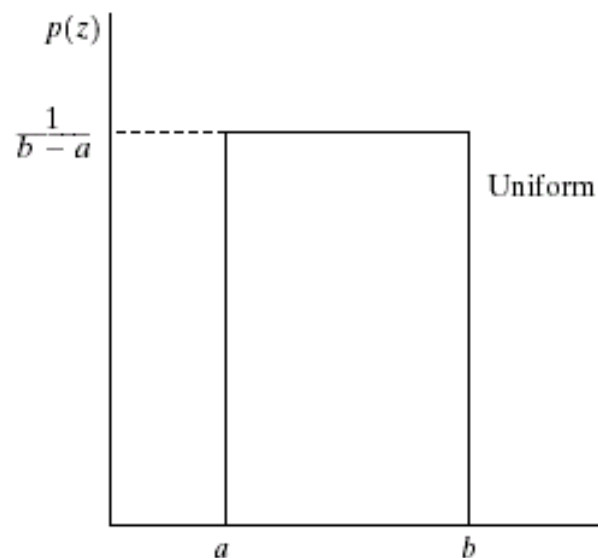
均匀噪声

- 概率密度函数 (PDF)

$$p(z) = \begin{cases} \frac{1}{b-a}, & a \leq z \leq b; \\ 0, & \text{otherwise.} \end{cases}$$

均值: $\mu = (a + b)/2$

方差: $\sigma^2 = (b - a)^2/12$

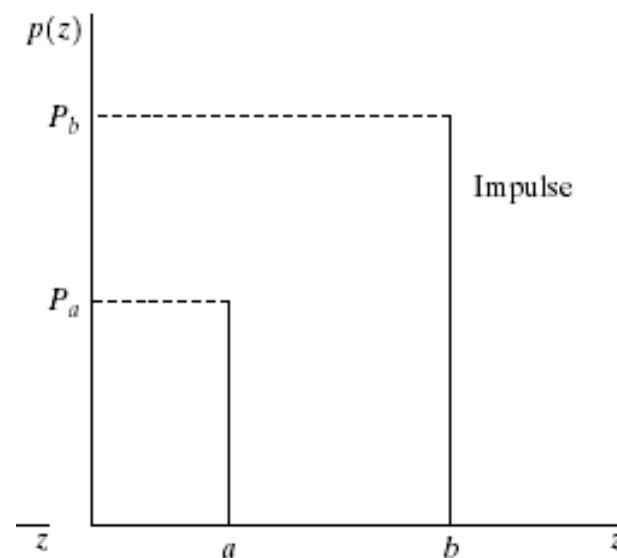


脉冲噪声(椒盐噪声)

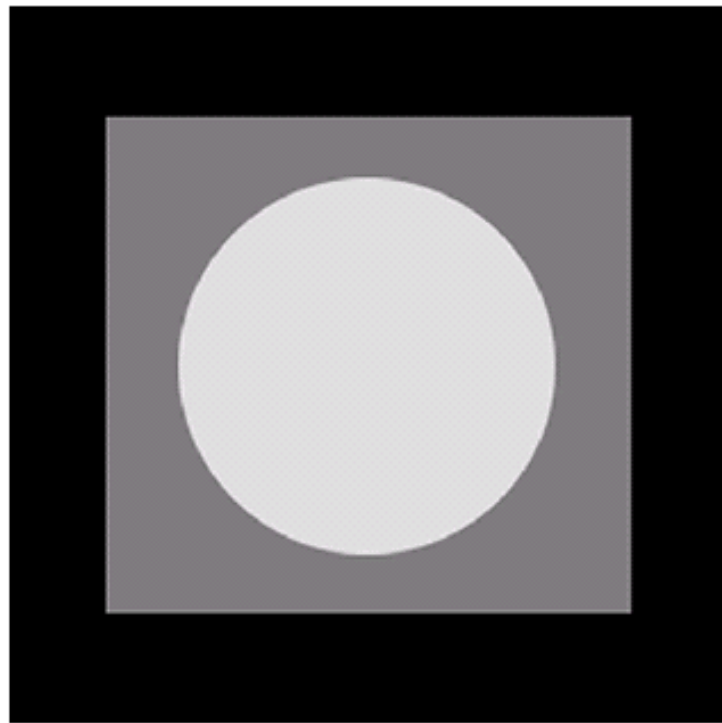
- 概率密度函数 (PDF)

$$p(z) = \begin{cases} p_a, & z = a; \\ p_b, & z = b; \\ 0, & \text{otherwise.} \end{cases}$$

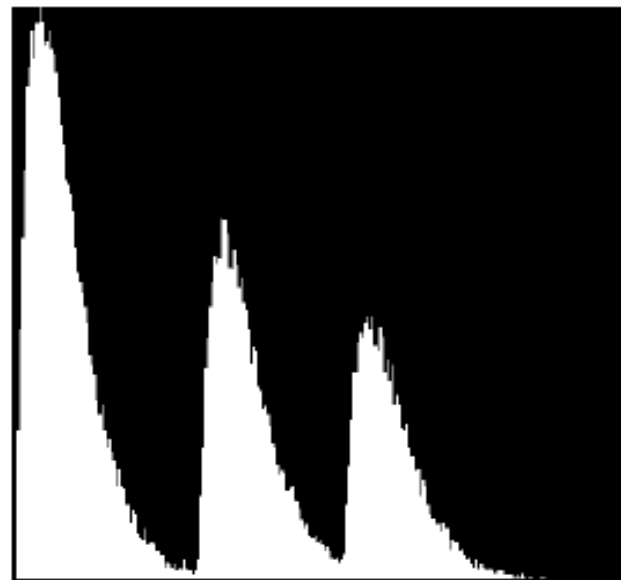
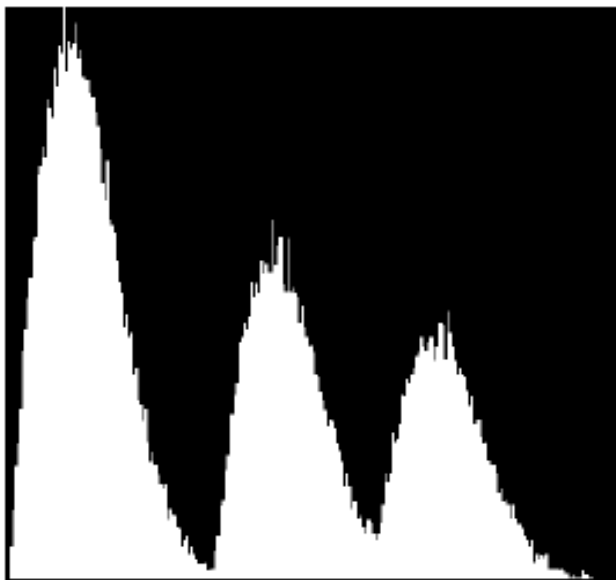
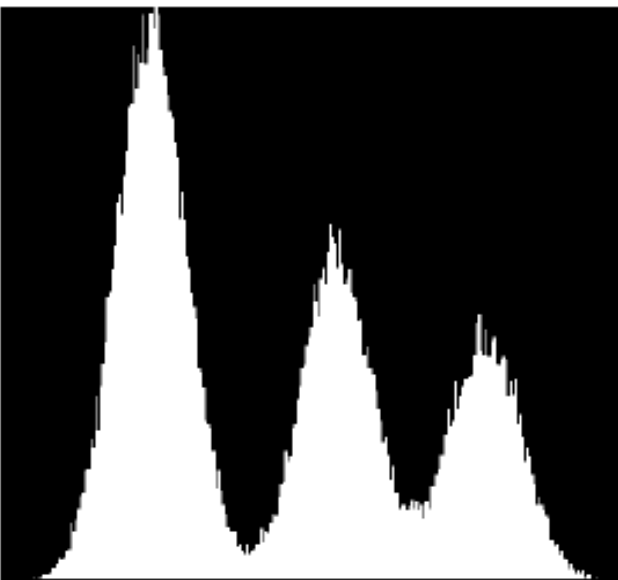
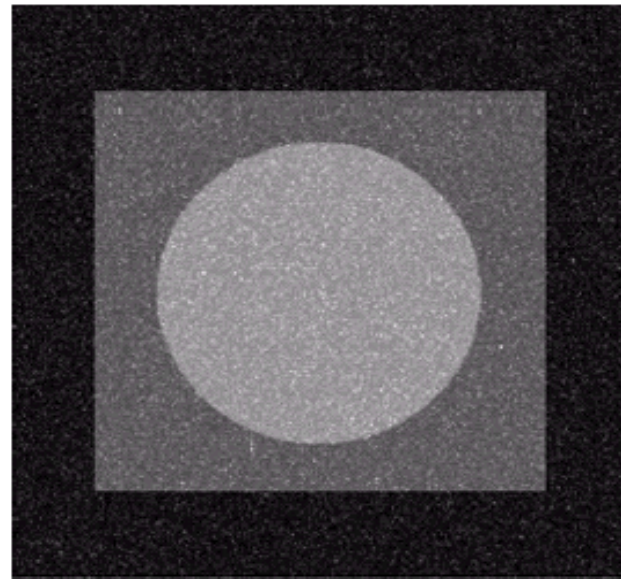
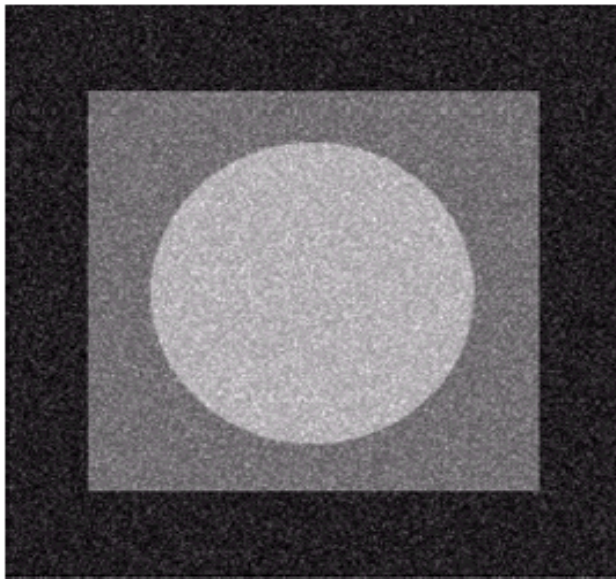
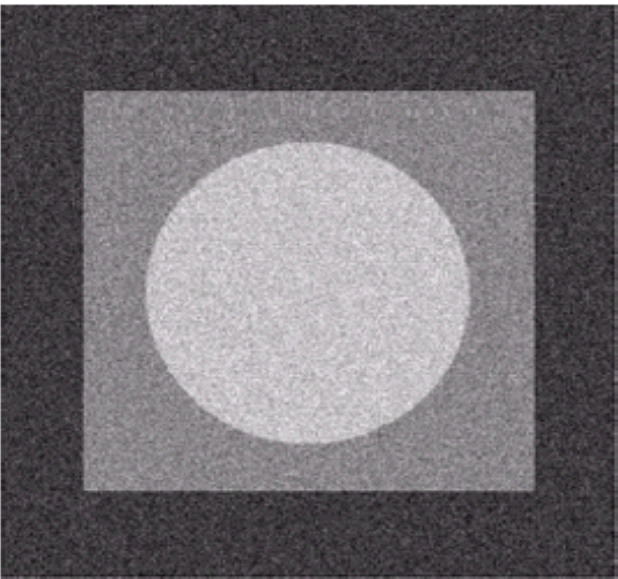
- 双极脉冲噪声也叫椒盐噪声，在图像上表现为孤立的亮点或暗点
- 脉冲噪声表现在成像中的短暂停留中，例如，错误的开关操作
- 由于脉冲干扰通常与图像信号的强度相比较强，因此，脉冲噪声总是被数字化为最大值或最小值



测试图像



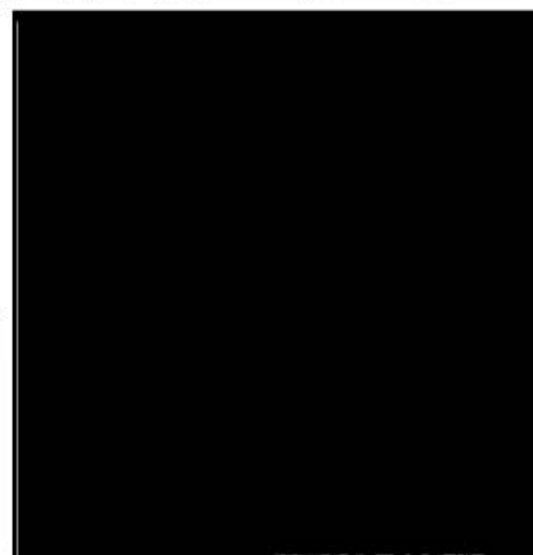
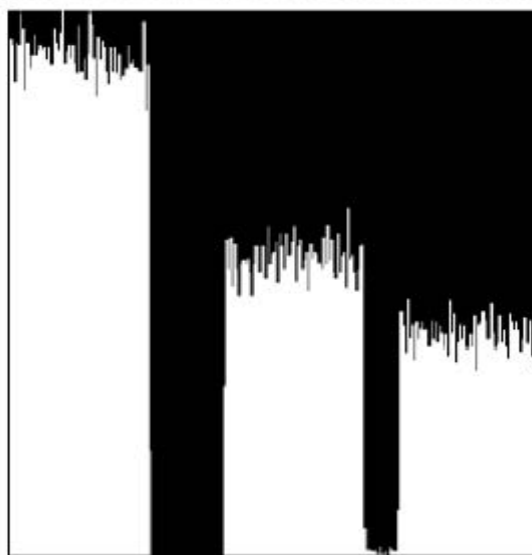
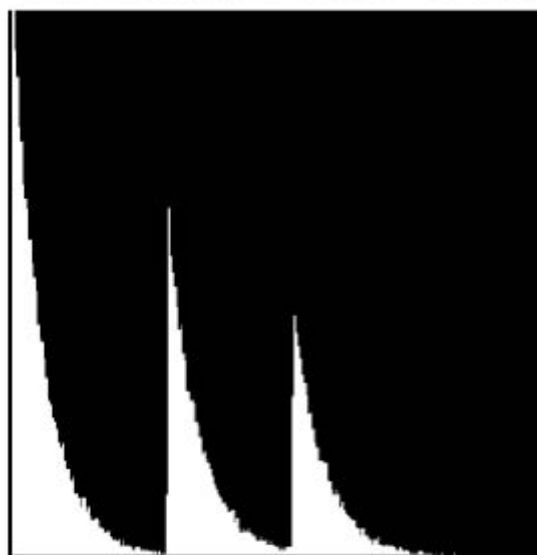
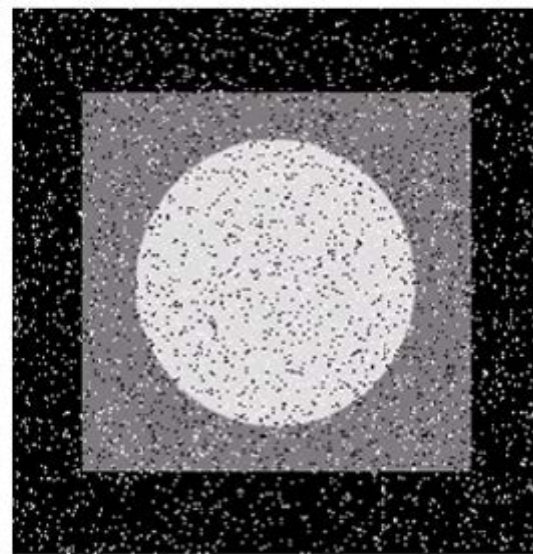
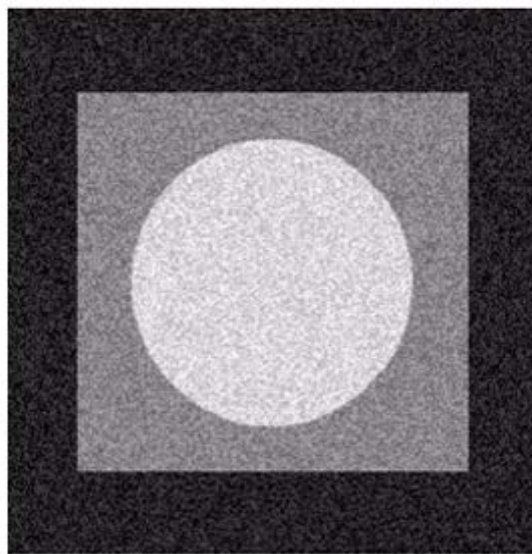
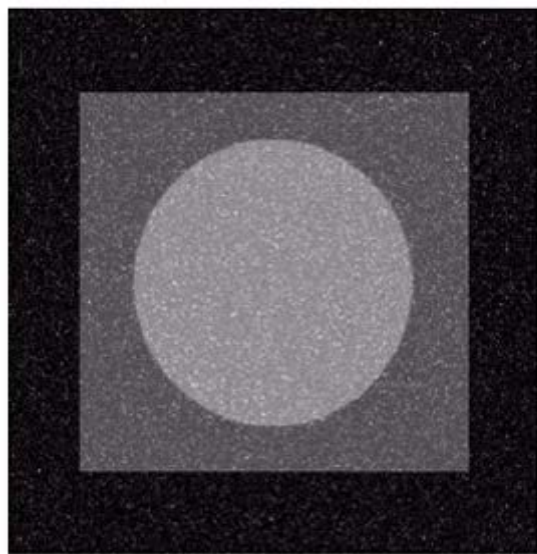
用以描述各种噪声PDF特性的测试图



Gaussian

Rayleigh

Gamma



Exponential

Uniform

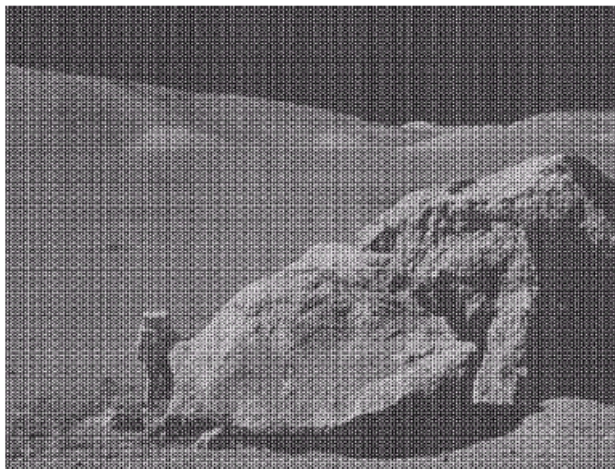
Salt & Pepper

周期噪声

在图像获取中从电力或机电干扰中产生

惟一一种空间依赖型噪声

周期噪声可以通过频率域滤波显著减少

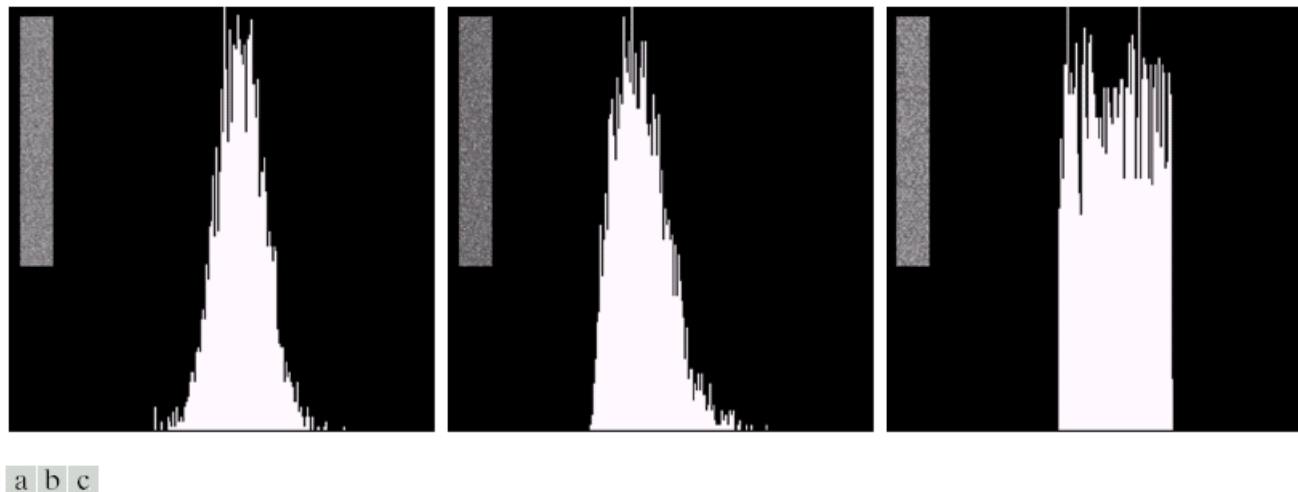


被不同频率的正弦噪声干扰了的图像



呈圆形分布的亮点为噪声频谱

噪声参数的估计



计算一小块带有(a)高斯 (b)瑞利 (c)均匀噪声的图像的直方图

计算小块图像的灰度值的均值和方差
考虑由S定义的一条子带(子图像)

$$\mu = \sum_{z_i \in S} z_i p(z_i)$$
$$\sigma^2 = \sum_{z_i \in S} (z_i - \mu)^2 p(z_i)$$

其中 z_i 值是像素的灰度值， $p(z_i)$ 表示相应的归一化直方图。

空间滤波复原

- 当仅有加性噪声存在时，可以选择空间滤波方法。事实上，在这一特殊情况下，图像的增强和复原几乎是不可区别的。
 - 均值滤波器
 - 顺序统计滤波器
 - 自适应滤波器

空间滤波

- 滤波器
 - 某些邻域处理工作是操作领域的图像像素值以及相应的与邻域有相同维数的子图像的值。这些子图像被称为滤波器、掩模、模板或窗口。
 - 在滤波器子图像中的值是系数值，而不是像素值。
- 滤波器在 (x, y) 的响应通过事先定义的关系来计算
 - 线性滤波器的响应 R

$$R = w(-1, -1)f(x - 1, y - 1) + w(-1, 0)f(x - 1, y) + \cdots \\ + w(0, 0)f(x, y) + \cdots + w(1, 0)f(x + 1, y) + w(1, 1)f(x + 1, y + 1)$$

$$R = w_1 z_1 + w_2 z_2 + \cdots + w_{mn} z_{mn} = \sum_{i=1}^{mn} w_i z_i$$

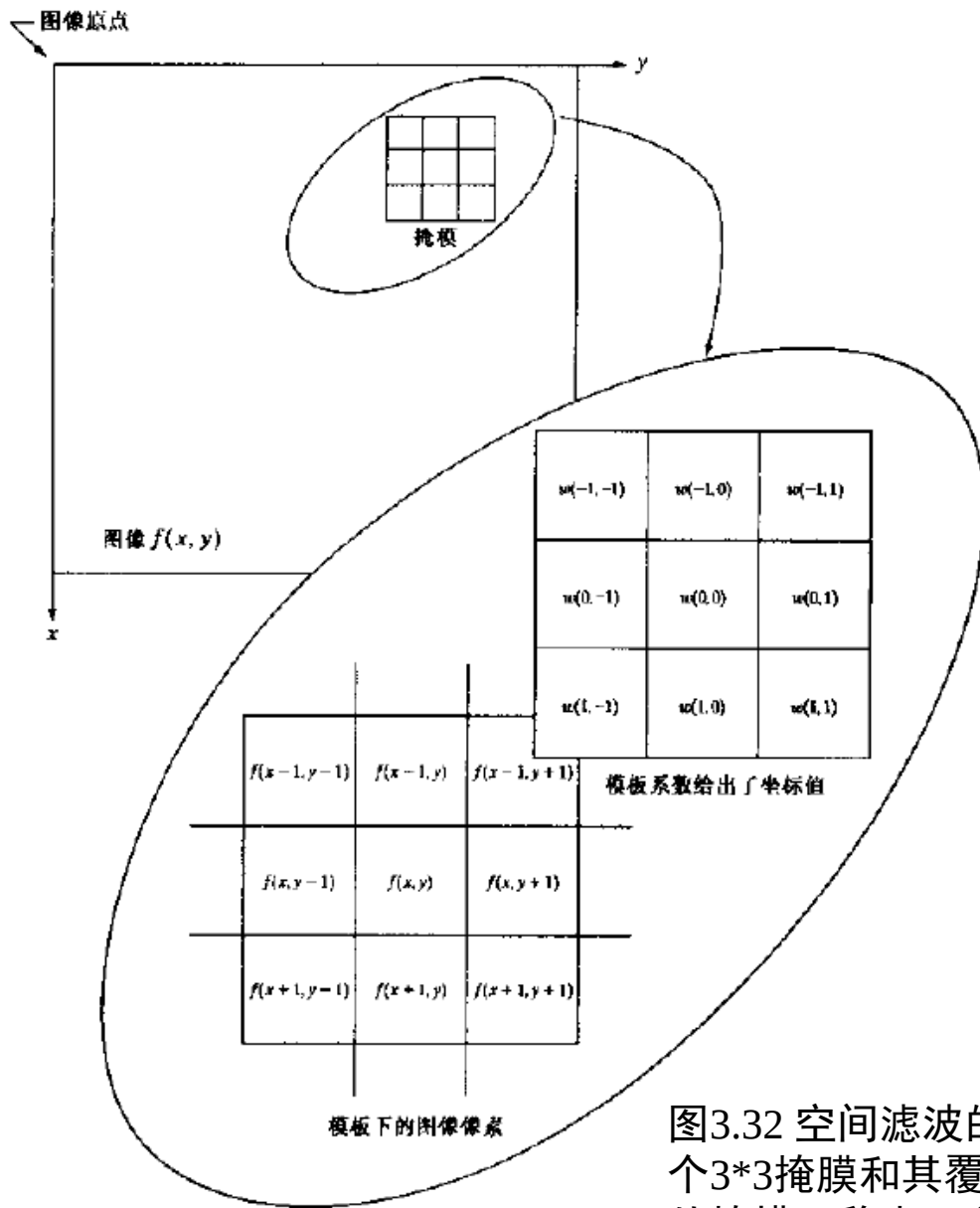


图3.32 空间滤波的机理。放大的图显示了一个3*3掩膜和其覆盖的图像部分。图像部分从掩膜下移出，以便于观看。

空间滤波

- 3×3 滤波器

w_1	w_2	w_3
w_4	w_5	w_6
w_7	w_8	w_9

$$R = w_1 z_1 + w_2 z_2 + \cdots + w_9 z_9 = \sum_{i=1}^9 w_i z_i$$

平滑滤波器

- 用掩模确定的领域内像素的平均灰度值代替图像每个像素点的值，减小图像灰度的尖锐变化。
 - 噪声由灰度级的尖锐变化组成
- 用途
 - 减小噪声
 - 模糊处理

均值滤波器

- 算术均值滤波器
- 几何均值滤波器
- 谐波均值滤波器
- 逆谐波均值滤波器

算术均值滤波器

- 算术均值滤波器是最简单的均值滤波器。
- 令 S_{xy} 表示中心在 (x, y) 点，尺寸为 $m \times n$ 的矩形子图像窗口的坐标组。计算由 S_{xy} 定义的区域中被干扰图像 $g(x, y)$ 的平均值。在任意点 (x, y) 处复原图像就是用 S_{xy} 定义区域的像素计算出来的算术均值。即：

$$\hat{f}(x, y) = \frac{1}{mn} \sum_{(s,t) \in S_{xy}} g(s, t)$$

用系数为 $1/mn$ 的模板来实现。

算术均值滤波器

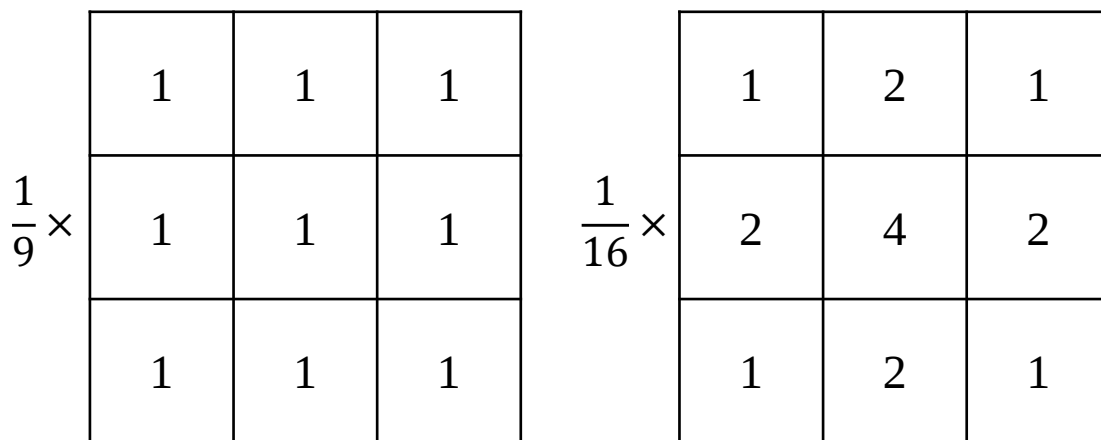


图3.34 两个 3×3 平滑（均值）滤波器掩模。每个掩模前边的乘数等于其系数值之和，以计算平均值。

算术均值滤波器

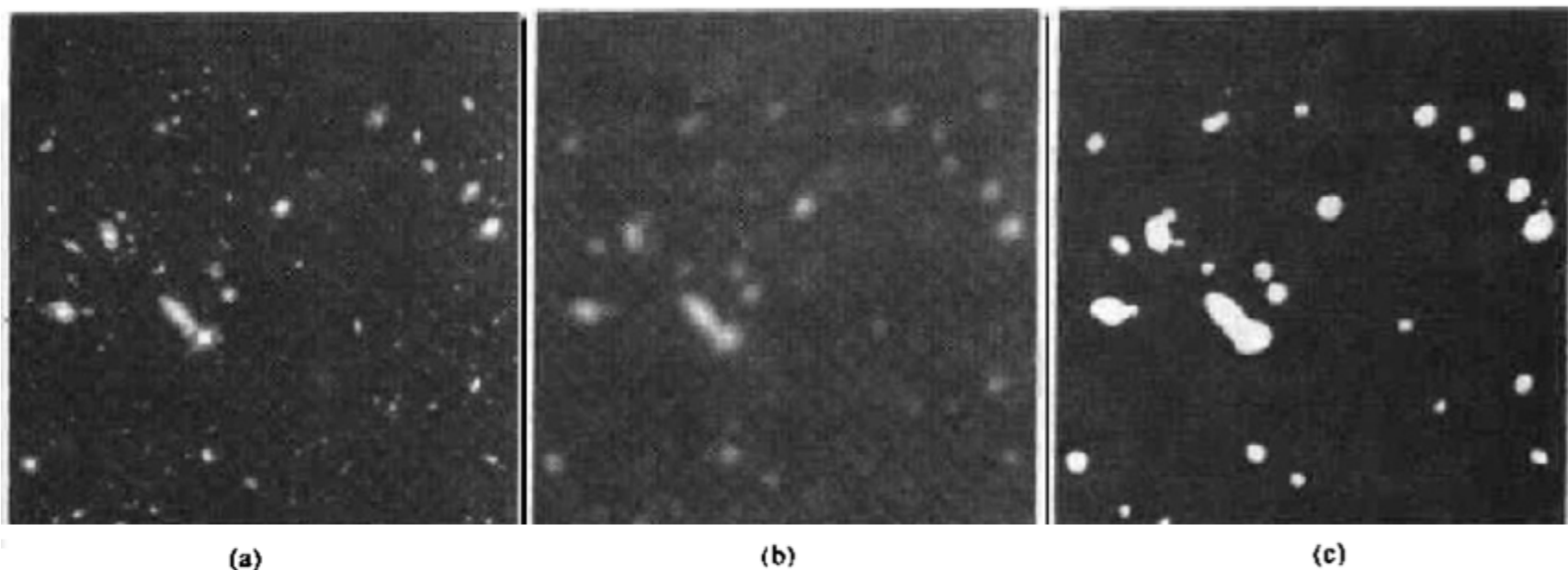


图 3.36 (a)取自 Hubble 空间望远镜的图像,(b)由 15×15 均值掩模处理过的图像,(c)对图(b)进行阈值处理的结果(原图像由 NASA 提供)

几何均值滤波器

- 用几何均值滤波器复原的一幅图像由如下表达式给出：

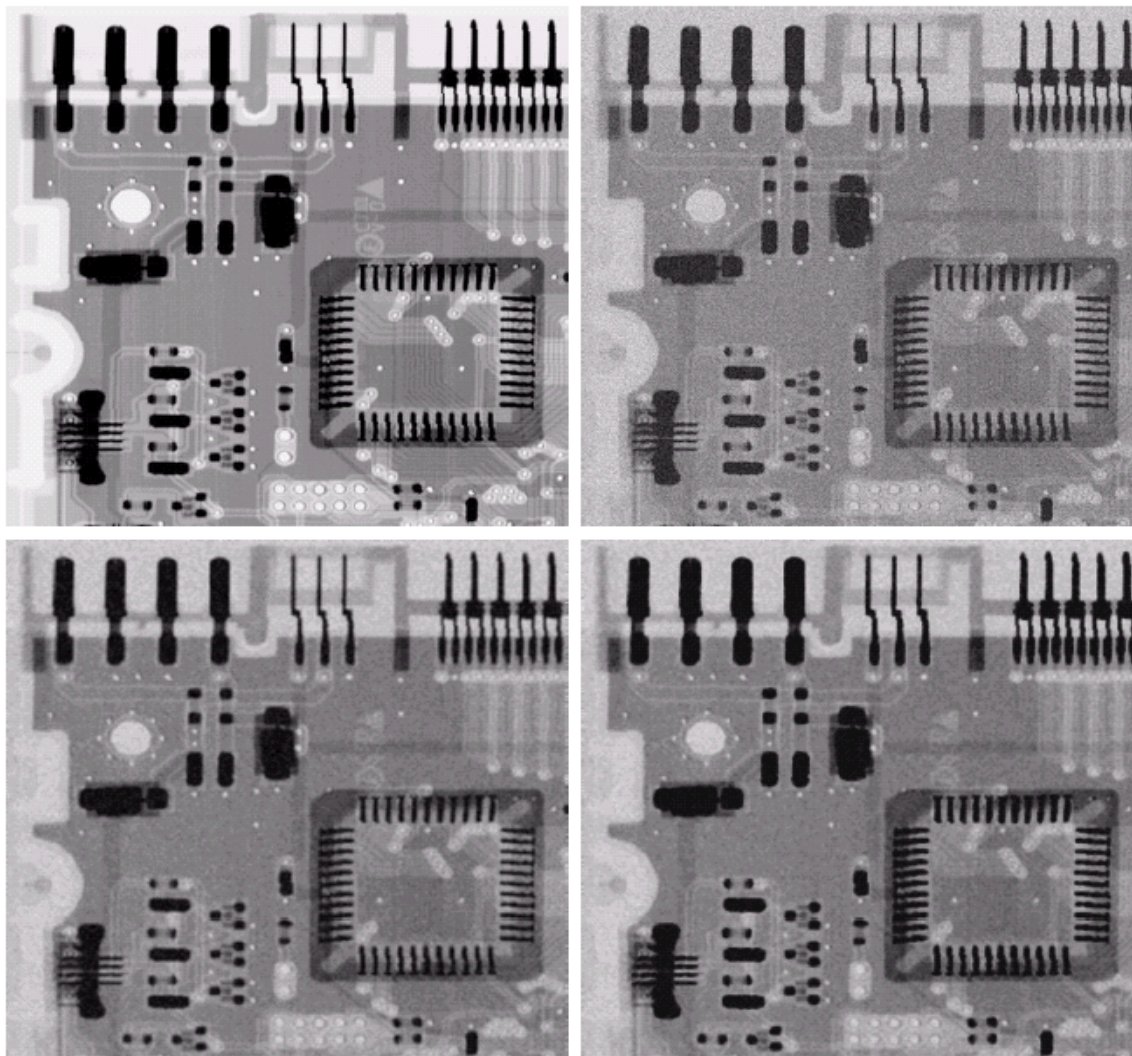
$$\hat{f}(x, y) = \left[\prod_{(s, t) \in S_{xy}} g(s, t) \right]^{\frac{1}{mn}}$$

其中，每一个被复原像素由子图像窗口中像素点的乘积并自乘到 $1/mn$ 次幂给出

- 几何均值滤波器达到的平滑度可以与算术均值滤波器相比，但在滤波过程中**丢失更少的图像细节**

滤波效果对比

- a) 原图
- b) 叠加了高斯噪声的图像
- c) 3×3 算术均值滤波
- d) 3×3 几何均值滤波



两种均值滤波对噪声衰减都有作用。
但几何均值滤波比算术均值滤波减少了对图像的模糊

谐波均值滤波器

- 使用谐波均值滤波器的操作由如下表达式给出：

$$\hat{f}(x, y) = \frac{mn}{\sum_{(s,t) \in S_{xy}} \frac{1}{g(s,t)}}$$

- 谐波均值滤波器对于“盐”噪声效果较好，但不适于“胡椒”噪声。它善于处理高斯噪声。

逆谐波均值滤波器

- 逆谐波均值滤波操作对一幅图像的复原基于表达式：

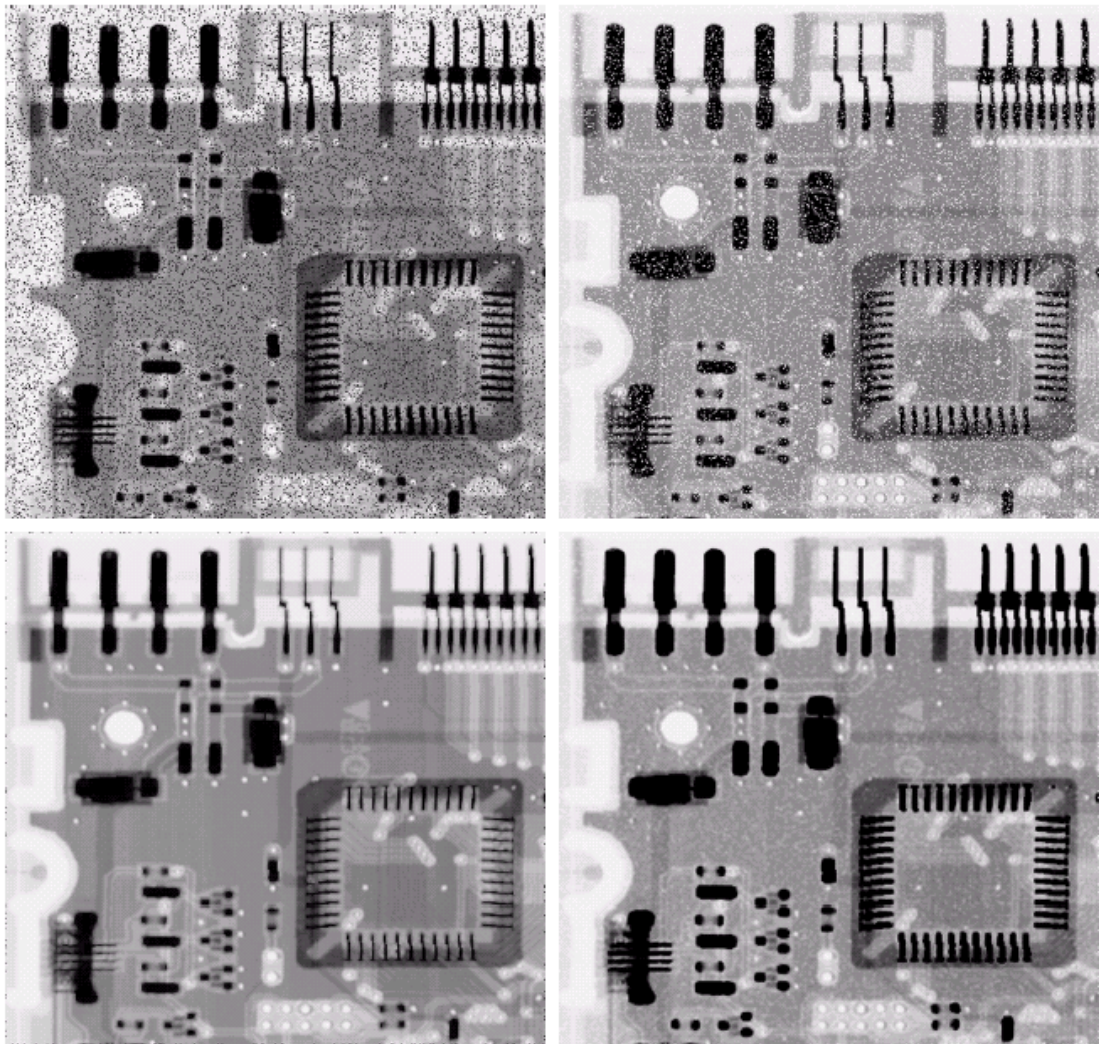
$$\hat{f}(x, y) = \frac{\sum_{(s,t) \in S_{xy}} g(s, t)^{Q+1}}{\sum_{(s,t) \in S_{xy}} g(s, t)^Q}$$

其中 Q 称为滤波器的阶数。

逆谐波均值滤波器

- 逆谐波均值滤波器适合减少或是在实际中消除椒盐噪声的影响。
 - 当 Q 值为正数时，滤波器用于消除“胡椒”噪声；
 - 当 Q 值为负数时，滤波器用于消除“盐”噪声。
- 但它不能同时消除这两种噪声。
 - 注意，当 $Q = 0$ 时，逆谐波均值滤波器退变为算术均值滤波器；
 - 当 $Q = -1$ 时，逆谐波均值滤波器退变为谐波均值滤波器。

滤波效果对比



a) 叠加了胡椒噪声的图像

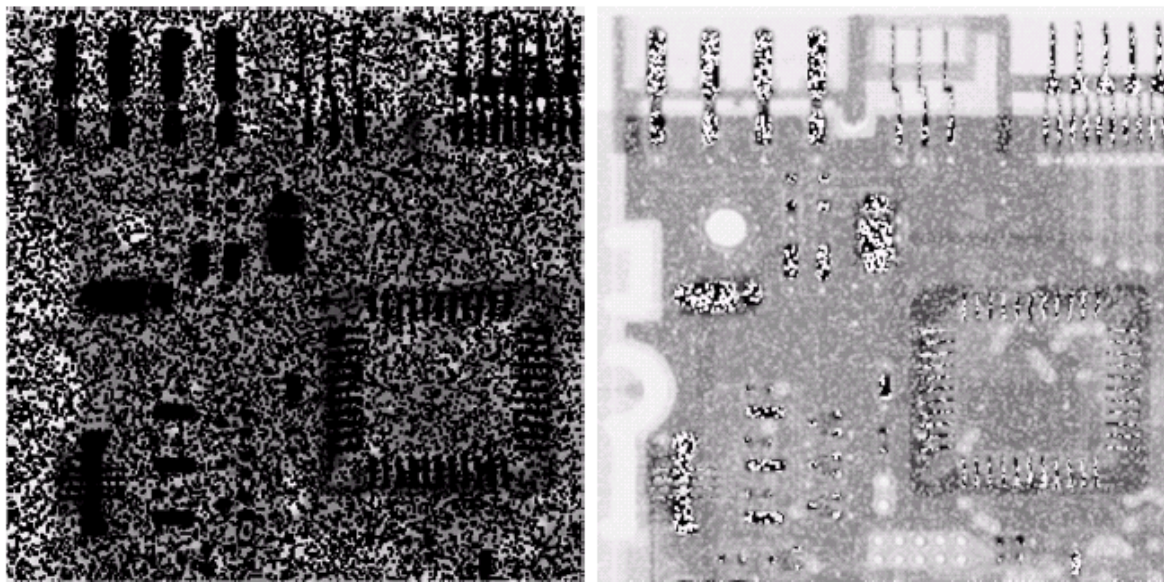
b) 叠加了盐噪声的图像

c) 对a) 3×3 $Q = 1.5$ 逆谐波滤波

d) 对b) 3×3 $Q = -1.5$ 逆谐波滤波

正阶滤波器在使暗区模糊的损失下，使背景较为清晰。负阶相反。

滤波效果对比



逆谐波滤波中 Q 值选择错误时造成的结果

统计排序滤波器

- 统计滤波器是空间域滤波器，它们的响应基于由滤波器包围的图像区域中像素点的排序。滤波器在任何点的响应由排序结果决定。
 - 中值滤波器
 - 最大值和最小值滤波器
 - 中点滤波器
 - 修正后的阿尔法均值滤波器

中值滤波器

- 中值滤波器

- 最著名的顺序统计滤波器是中值滤波器，用该像素的相邻像素的灰度中值来替代该像素的值：

$$\hat{f}(x, y) = \operatorname{median}_{(s, t) \in S_{xy}} \{g(s, t)\}$$

- 中值滤波器的应用非常普遍，对于很多种随机噪声，它都有良好的去噪能力，且在相同尺寸下比起线性平滑滤波器引起的模糊较少。
- 中值滤波器尤其对单极或双极脉冲噪声非常有效。

中值滤波的设计思想

- 因为噪声的出现，使该点像素比周围像素亮(暗)许多，给出滤波用的模板，如图所示是一个一维的模板，对模板中的像素值由小到大排列，最终待处理像素的灰度取这个模板中的灰度的中值。

$m - 2$	$m - 1$	m	$m + 1$	$m + 2$
---------	---------	-----	---------	---------

中值滤波器

- 二维中值滤波：做 3×3 的模板，对9个数排序，取第5个数替代原来的像素值。

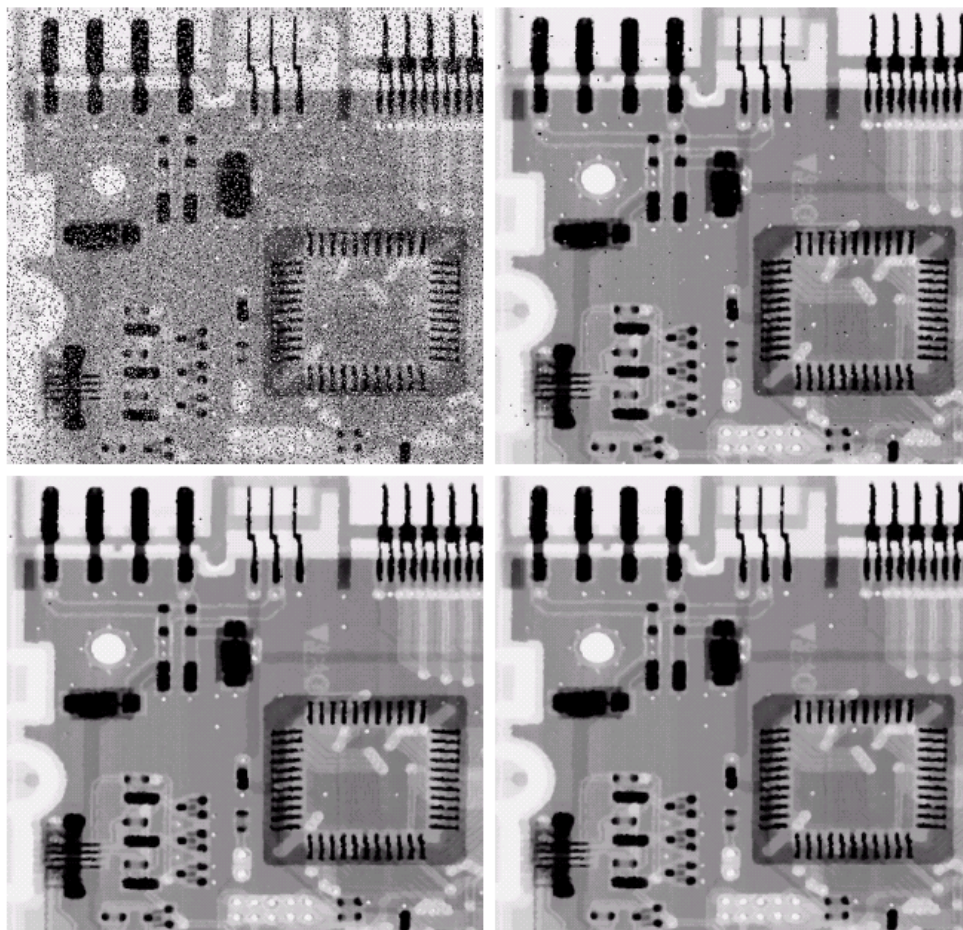
1	2	1	4	3
1	2	2	3	4
5	7	6	8	9
5	7	6	8	8
5	6	7	8	9



1	2	1	4	3
1	2	3	4	4
5	5	6	6	9
5	6	7	8	8
5	6	7	8	9

中值滤波结果

- a) 被 $P_a = P_b = 0.1$ 的椒盐噪声污染后图像；
- b) 经过 3×3 中值滤波处理后图像；
- c) 用同样的滤波器处理b)的结果；
- d) 用同样的滤波器处理c)的结果。



过度重复使用中值滤波可能会对图像造成模糊

最大值滤波器

- 使用序列中最后一个数值，得出最大值滤波器，由下式给出：

$$\hat{f}(x, y) = \max_{(s,t) \in S_{xy}} \{g(s, t)\}$$

- 最大值滤波器在发现**图像中最亮点**时非常有用。同样，因为“胡椒”噪声是非常低的值，作为子图像区域 S_{xy} 的最大值选择结果，它可以通过这种滤波器消除。

最小值滤波器

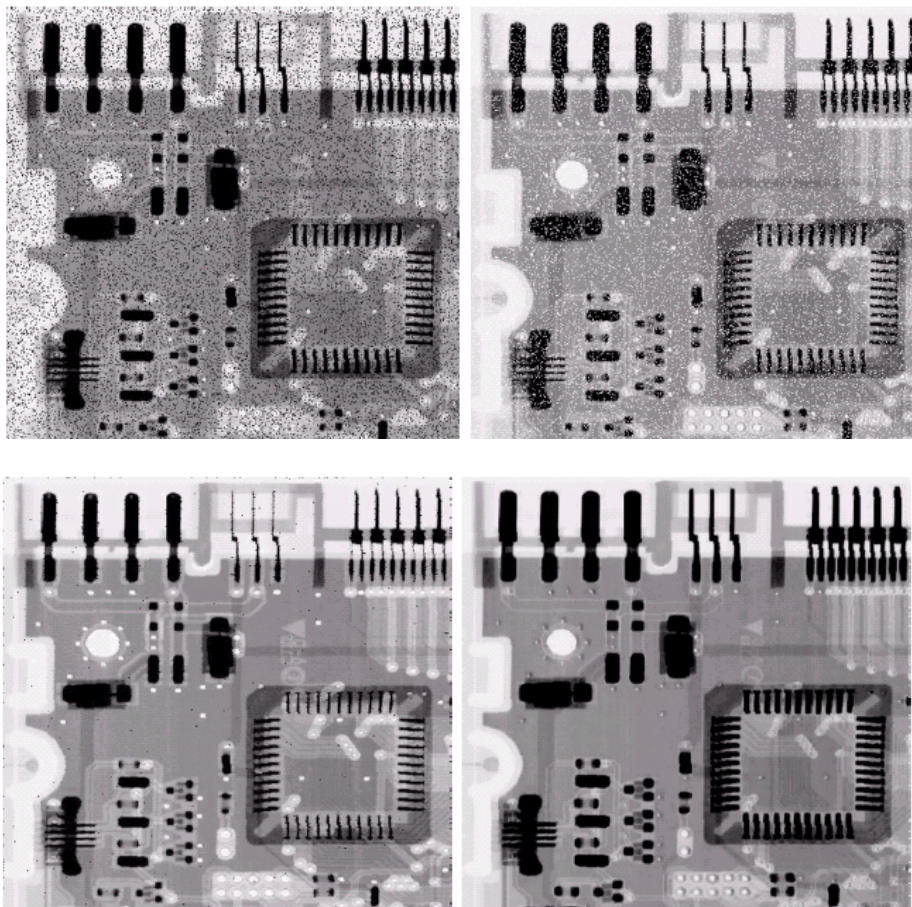
- 使用序列中起始位置的数值，得出最小值滤波器，由下式给出：

$$\hat{f}(x, y) = \min_{(s, t) \in S_{xy}} \{g(s, t)\}$$

- 这种滤波器对发现图像中的最暗点非常有用。
- 作为最小值操作的结果，它可以用来消除“盐”噪声。

最大值与最小值滤波结果

- a) 经 $P_a = 0.1$ 的胡椒噪声污染后图像
- b) 经 $P_b = 0.1$ 的盐噪声污染后图像
- c) 经 3×3 最大值滤波处理后图像
- d) 经 3×3 最小值滤波处理后图像



- 最大值滤波器移除了一些暗像素
- 最小值滤波器则移除一些亮像素

中点滤波器

- 中点滤波器是在滤波器涉及范围内计算最大值和最小值之间的中点：

$$\hat{f}(x, y) = \frac{1}{2} \left[\max_{(s,t) \in S_{xy}} \{g(s, t)\} + \min_{(s,t) \in S_{xy}} \{g(s, t)\} \right]$$

- 这种滤波器结合了顺序统计和求平均，对于高斯和均匀随机分布这类噪声有最好的效果。

修正后的阿尔法均值滤波器

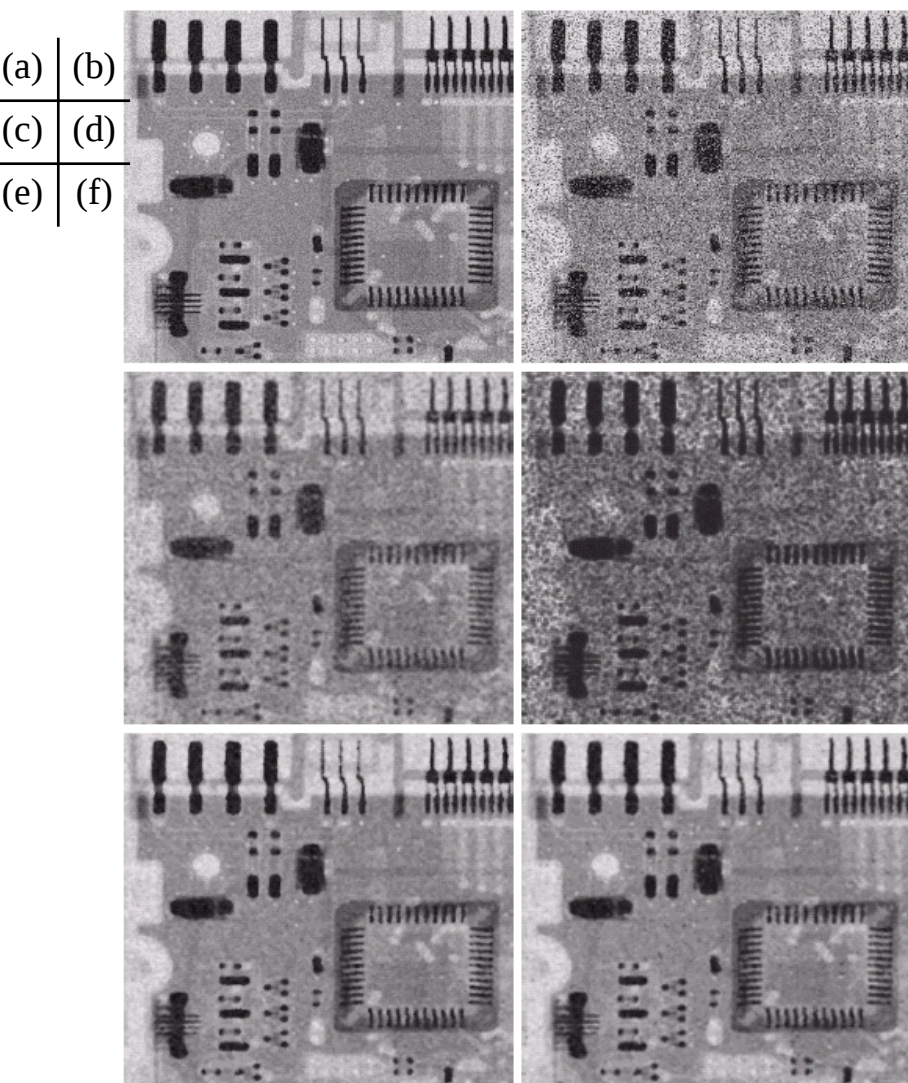
- 假设在 S_{xy} 邻域内去掉 $g(s, t)$ 最高灰度值的 $d/2$ 和最低灰度值的 $d/2$ 。用 $g_r(s, t)$ 来代表剩余的 $mn - d$ 个像素。由这些剩余像素点的平均值形成的滤波器称为修正后的阿尔法均值滤波器。

$$\hat{f}(x, y) = \frac{1}{mn - d} \sum_{(s, t) \in S_{xy}} g_r(s, t)$$

其中， d 值可以取0到 $mn - 1$ 之间的任意数。

- 修正后的阿尔法均值滤波器在包括多种噪声的情况下非常适用，例如高斯噪声和椒盐噪声混合的情况。

修正后的阿尔法均值滤波器



(a) 由加性均匀噪声污染的图像

均值为0,方差为800的高斯噪声

(b) 图(a)加上椒盐噪声污染的图像

$P_a=P_b=0.1$ 的椒盐噪声

(c) 5×5 的算术均值滤波处理图(b)

(d) 几何均值滤波器处理图(b)

(e) 中值滤波器处理图(b)

(f) $d=5$ 的修正后的阿尔法均值滤波器

由于脉冲噪声的存在，算术均值滤波器和几何均值滤波器没有起到良好作用。
中值滤波器和阿尔法滤波器效果更好，
阿尔法滤波器最好。

自适应滤波器

- 迄今为止讨论过的滤波器被选择应用于图像中后，并没有考虑图像中的一点对于其他点的特征有什么不同。自适应滤波器的行为变化基于由 $m \times n$ 矩形窗口 S_{xy} 定义的区域内存像的统计特性。
- 自适应滤波器要优于迄今为止讨论过的所有滤波器的性能
 - 处理退化图像为原始图像加噪声，而并没有考虑其他的退化类型

自适应滤波器

- 自适应滤波器是基于 $m \times n$ 矩形窗区域图像的统计特性而变化的；但作为提高滤波能力的代价是滤波器的复杂度增加了
- 随机变量最简单的统计量是均值和方差，这些适当的参数是自适应滤波器的基础

$$\mathbb{E}[x(\xi)] = \mu_x = \begin{cases} \sum_k x_k p_k \\ \int_{-\infty}^{\infty} x f_x(x) dx \end{cases}$$

$$\sigma_x^2 = \mathbb{E}[(x(\xi) - \mu_x)^2]$$

- 均值给出了计算均值的区域中灰度平均值的度量；
- 方差给出了这个区域的平均对比度的度量。

自适应滤波器

- 作用于局部区域 S_{xy} 的滤波器在中心化区域中任何点 (x, y) 上的滤波器响应基于以下4个量：
 - (a) $g(x, y)$: 噪声图像在点 (x, y) 上的值;
 - (b) σ_η^2 : 干扰 $f(x, y)$ 以形成 $g(x, y)$ 的噪声方差;
 - (c) m_L : 在 S_{xy} 上像素点的局部均值;
 - (d) σ_L^2 : 在 S_{xy} 上像素点的局部方差。

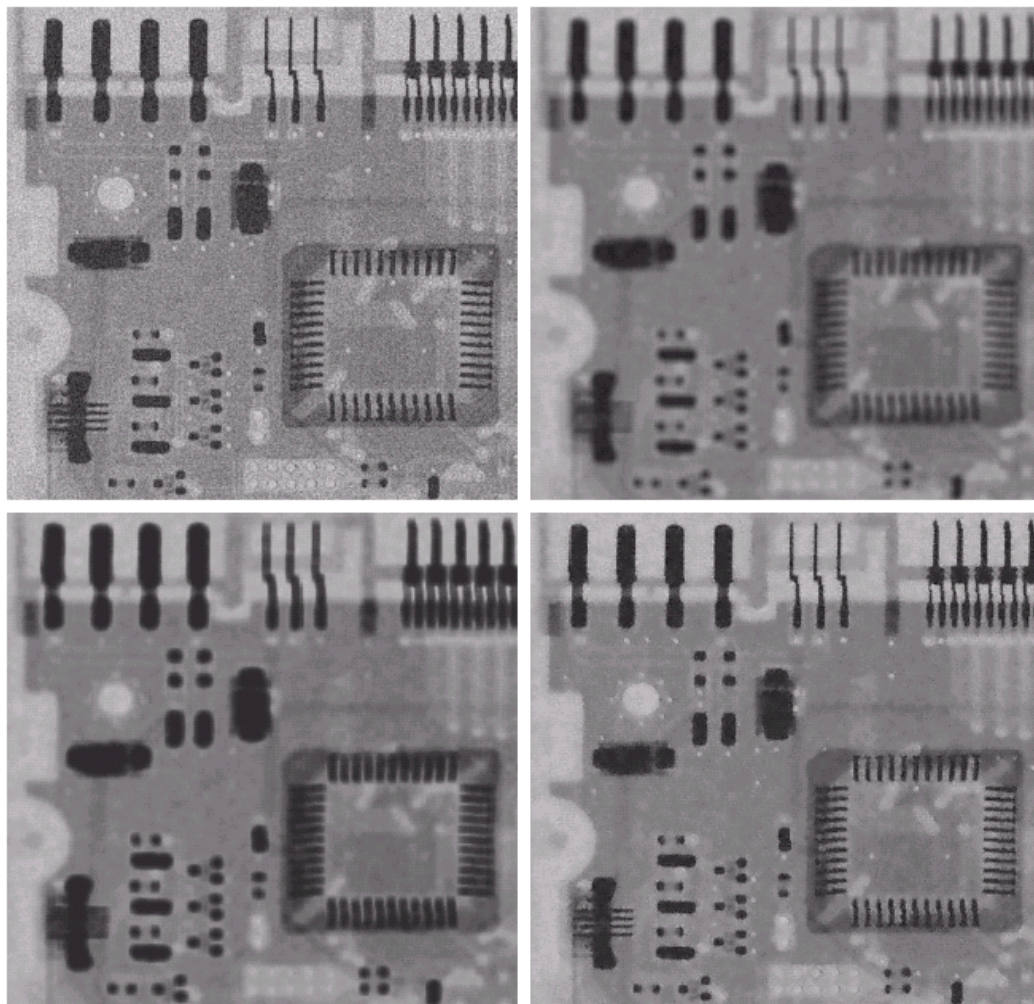
自适应滤波器

- 滤波器的预期性能如下：
 - 如果 $\sigma_\eta^2 = 0$ ，滤波器返回 $g(x, y)$ ；因为零噪声时 $g(x, y) = f(x, y)$ ；
 - 如果局部方差与 σ_η^2 是高相关的，那么滤波器要返回一个 $g(x, y)$ 的近似值；
 - 如果两个方差相等，返回区域 S_{xy} 上像素的算术均值。
- 自适应表达式可以写成：

$$\hat{f}(x, y) = g(x, y) - \frac{\sigma_\eta^2}{\sigma_L^2} [g(x, y) - m_L]$$

自适应局部噪声消除滤波器

- a) 由0均值和方差为1000的加性高斯噪声污染的图像
- b) 7*7算术均值滤波处理;
- c) 7*7几何均值滤波处理;
- d) 7*7自适应噪声消除滤波器处理。



滤波效果与算术、几何均值滤波器相近，但图像更尖锐些

自适应中值滤波器

- 中值滤波器只要冲激噪声的空间密度不大，性能将会很好。
- 自适应中值滤波器可以处理具有更大概率的冲激噪声。
- 自适应中值滤波器的另一个优点是，平滑非冲激噪声时可以保存细节，这是传统中值滤波器做不到的。

自适应中值滤波器

- 如下标记符号：

- $z_{min} = S_{xy}$ 中灰度级的最小值
- $z_{max} = S_{xy}$ 中灰度级的最大值
- $z_{med} = S_{xy}$ 中灰度级的中值
- z_{xy} 在坐标(x,y)上的灰度级
- $S_{max} = S_{xy}$ 允许的最大尺寸

自适应中值滤波器

- 自适应中值滤波器算法工作在两个层次，定义为A层和B层，如下所示

A层:

$$A_1 = z_{med} - z_{min}$$

$$A_2 = z_{med} - z_{max}$$

- 如果 $A_1 > 0$ 且 $A_2 < 0$ ，转到B层；否则增大窗口尺寸
- 如果窗口尺寸 $\leq S_{max}$ 则重复A层；否则输出 z_{xy}

判断是否为脉冲

B层:

$$B_1 = z_{xy} - z_{min}$$

$$B_2 = z_{xy} - z_{max}$$

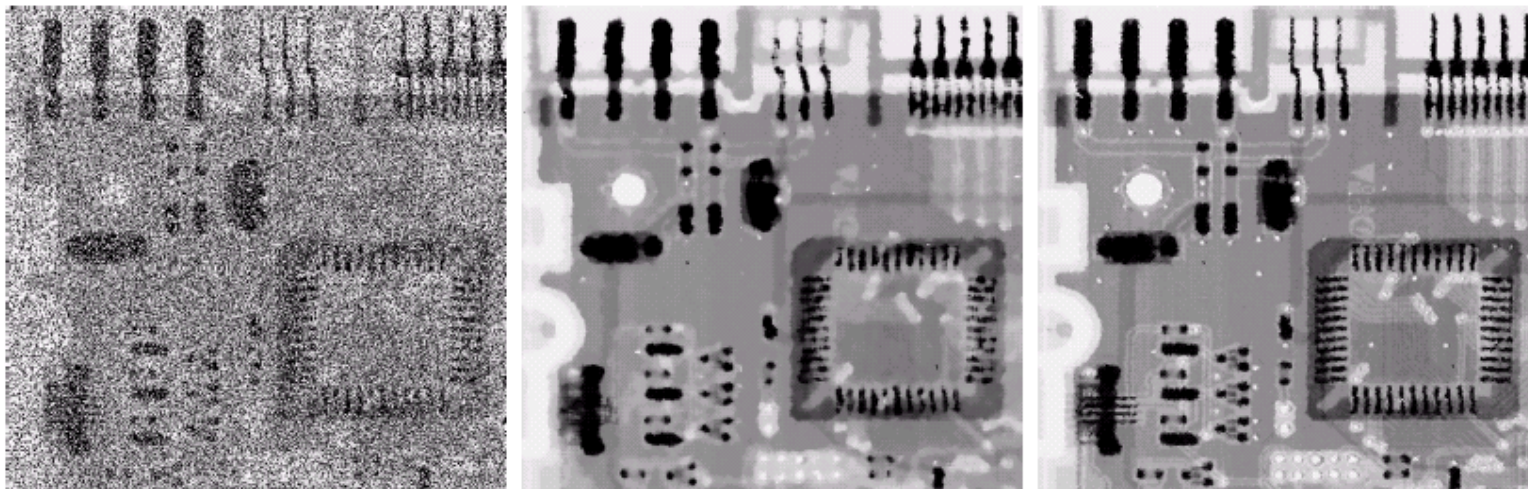
- 如果 $B_1 > 0$ 且 $B_2 < 0$ ，输出 z_{xy} 重复A层；
- 否则输出 z_{med}

去噪

自适应中值滤波器

- 该算法有3个主要目的：
 - 除去“椒盐”噪声(冲激噪声)；
 - 平滑其他非冲激噪声；
 - 并减少如物体边界细化或粗化等失真。
- z_{min} 和 z_{max} 的值进行统计后被算法认为是类冲激式的噪声成分，即使它们在图像中并不是最低和最高的可能像素值。

自适应中值滤波效果



a b c

- a) $P_a = P_b = 0.25$ 的椒盐噪声污染的图像；
- b) 7×7 中值滤波处理后图像；
- c) $S_{max} = 7$ 的自适应中值滤波处理后图像。

噪声去除水平与中值滤波效果相近，但图像保持了点的尖锐性及其细节。

图像锐化

- 图像锐化处理的目的是为了**突出图像的边缘信息**，加强图像的轮廓特征，以便于人眼的观察和机器的识别。
- **边缘模糊**是图像中常出现的质量问题，由此造成的轮廓不清晰，线条不鲜明使图像特征提取、识别和理解难以进行，增强图像边缘和线条，使图像边缘变得清晰的处理称为图像锐化。

图像锐化的基本思想

- 使灰度反差增强，从而增强图像中边缘信息，有利于轮廓抽取。
- 轮廓或边缘就是图像中灰度变化率最大的地方。因此，为了把轮廓抽取出来，就是要找一种方法把图像的最大灰度变化处找出来。

图像锐化方法

- 锐化处理目的：突出图像中的细节或者增强被模糊了的细节。
- 锐化处理可以用空间微分来完成。微分算子的响应强度与图像在该点的突变程度有关，图像微分增强了边缘和其他突变(如噪声)而消弱了灰度变化缓慢的区域。
- 人们最感兴趣的微分性质是恒定灰度区域(平坦段)、突变的开头与结尾(阶梯与斜坡突变)以及沿着灰度级斜坡处的特性。

图像锐化方法

- 对于一维函数,

- 一阶差分

$$\frac{\partial f}{\partial x} = f(x + 1) - f(x)$$

- 二阶差分

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = f(x + 1) + f(x - 1) - 2f(x)$$

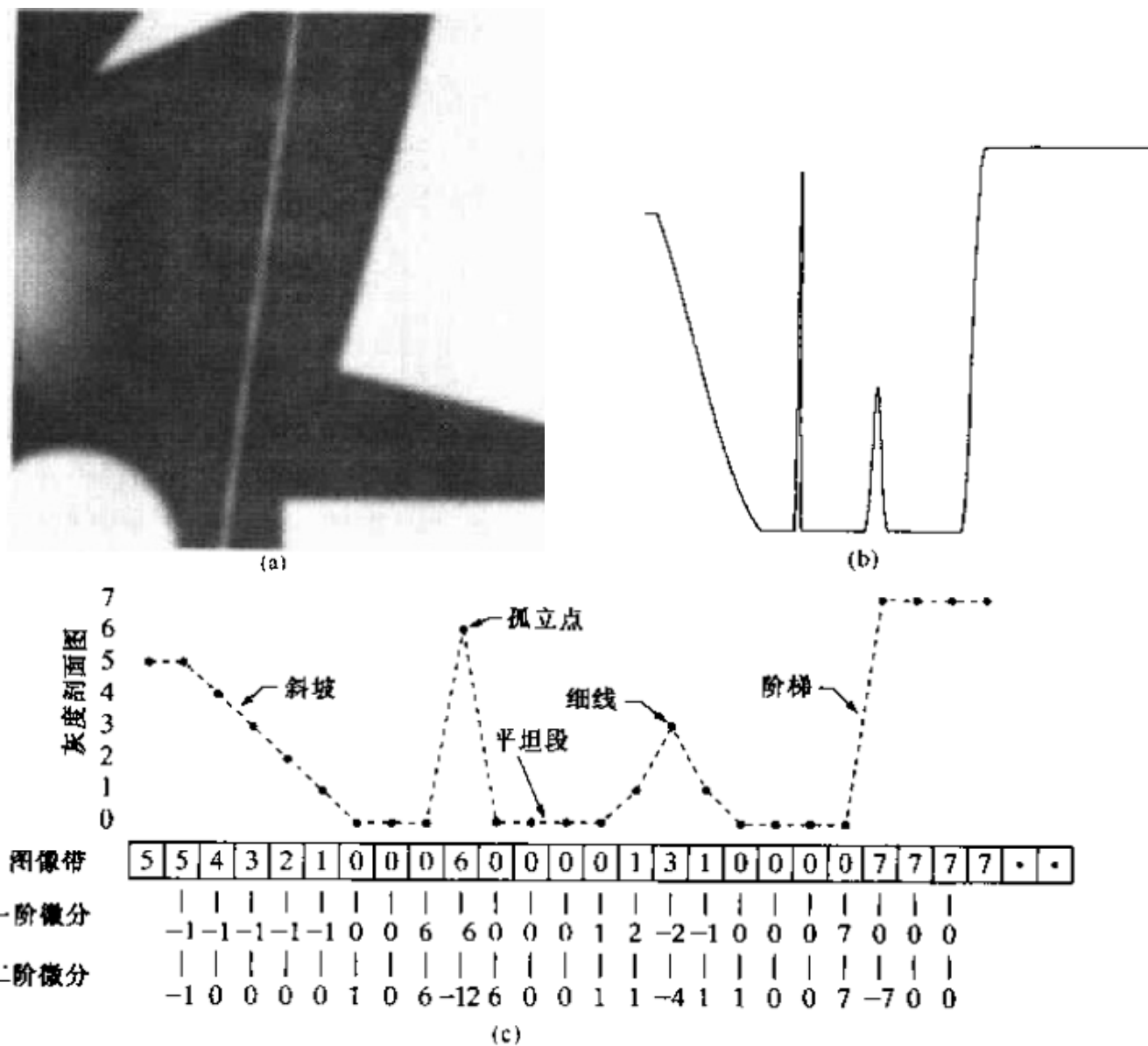


图 3.38 (a)一幅简单图像,(b)沿图像中心并且包含孤立噪声点的一维水平灰度剖面图,(c)简化的剖面图(用虚线连接点以简化描述)

梯度

- 梯度的两个重要性质是：
 - 梯度的方向在函数 $f(x, y)$ 最大变化率的方向上。
 - 梯度的幅度用 $G[f(x, y)]$ 表示，并由下式算出：

$$G[f(x, y)] = \left[\left(\frac{\partial f}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y} \right)^2 \right]^{1/2}$$

拉普拉斯算子

- 二维函数二阶微分的图像锐化方法
- 如：简单的各向同性微分算子，是一种线性操作

$$\nabla^2 f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = f(x+1, y) + f(x-1, y) - 2f(x, y)$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = f(x, y+1) + f(x, y-1) - 2f(x, y)$$

$$\nabla^2 f = [f(x+1, y) + f(x-1, y) + f(x, y+1) + f(x, y-1)] - 4f(x, y)$$

- **强调图像中灰度的突变**，并不强调灰度缓慢变化的区域，将产生一幅把图像中的浅灰色边线和突变点叠加到暗背景中的图像。

拉普拉斯算子

0	1	0	1	1	1	0	-1	0	-1	-1	-1
1	-4	1	1	-8	1	-1	4	-1	-1	8	-1
0	1	0	1	1	1	0	-1	0	-1	-1	-1
(a)			(b)			(c)			(d)		

图3.39 (a)执行公式(3.7.4)定义的离散拉普拉斯变换所用的滤波器掩模；
(b)用于执行该公式的扩展掩模，它包括对角线邻域；
(c)和(d)其他两种拉普拉斯的实现。

拉普拉斯变换

- 使用拉普拉斯变换对图像增强可表示为

$$g(x, y) = \begin{cases} f(x, y) - \nabla^2 f(x, y) & \text{如果拉普拉斯掩模中心系数为负;} \\ f(x, y) + \nabla^2 f(x, y) & \text{如果拉普拉斯掩模中心系数为正。} \end{cases}$$

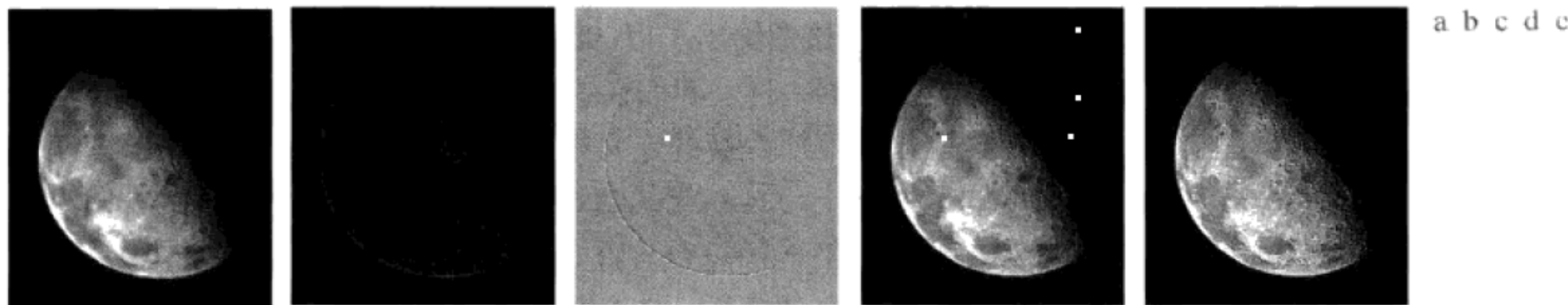


图 3.38 (a)月球北极的模糊图像；(b)未标定的拉普拉斯滤波后的图像；(c)标定的拉普拉斯滤波后的图像；(d)用图 3.37 (a) 中的模板锐化后的图像；(e)用图 3.37 (b) 中的模板锐化后的图像(原图像由 NASA 提供)

拉普拉斯变换

- 拉普拉斯增强的简化

$$\begin{aligned}g(x, y) &= f(x, y) - [f(x + 1, y) + f(x - 1, y) \\&\quad + f(x, y + 1) + f(x, y - 1)] + 4f(x, y) \\&= 5f(x, y) - [f(x + 1, y) + f(x - 1, y) \\&\quad + f(x, y + 1) + f(x, y - 1)]\end{aligned}$$

0	-1	0
-1	5	-1
0	-1	0

(a)

-1	-1	-1
-1	9	-1
-1	-1	-1

(b)



(c)



(d)



(e)

图 3.41 (a)台成拉普拉斯掩模,(b)第二种台成掩模,(c)扫描电子显微镜图像,(d)和(e)分别用(a)和(b)掩模滤波的结果,注意,(e)比(d)锐化得多(原图像由俄勒冈大学地质系的Michael Shaffer先生提供)

一阶微分图像增强

- 对于函数 $f(x, y)$

$$\nabla f = \begin{bmatrix} G_x \\ G_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial x} \\ \frac{\partial f}{\partial y} \end{bmatrix}$$

- 模值由下式给出

$$\begin{aligned} \|\nabla f\| &= [G_x^2 + G_y^2]^{\frac{1}{2}} \\ &= \left[\left(\frac{\partial f}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \end{aligned}$$

一阶微分近似

- 用绝对值来替代平方与平方根进行近似计算

$$\nabla f \approx |G_x| + |G_y|$$

其中 $G_x = (z_8 - z_5)$, $G_y = (z_6 - z_5)$.

$$G_x = (z_9 - z_5) \text{ 和 } G_y = (z_8 - z_6)$$

- 交叉差分

$$G_x = (z_9 - z_5) \text{ 和 } G_y = (z_8 - z_6).$$

$$\nabla f = [(z_9 - z_5)^2 + (z_8 - z_6)^2]^{1/2}$$

$$\nabla f \approx |z_9 - z_5| + |z_8 - z_6|$$

- 偶数尺寸的模板没有中心，换为3*3的掩模，采用如下近似

$$\nabla f \approx |(z_7 + 2z_8 + z_9) - (z_1 + 2z_2 + z_3)| + |(z_3 + 2z_6 + z_9) - (z_1 + 2z_4 + z_7)|$$

Sobel算子

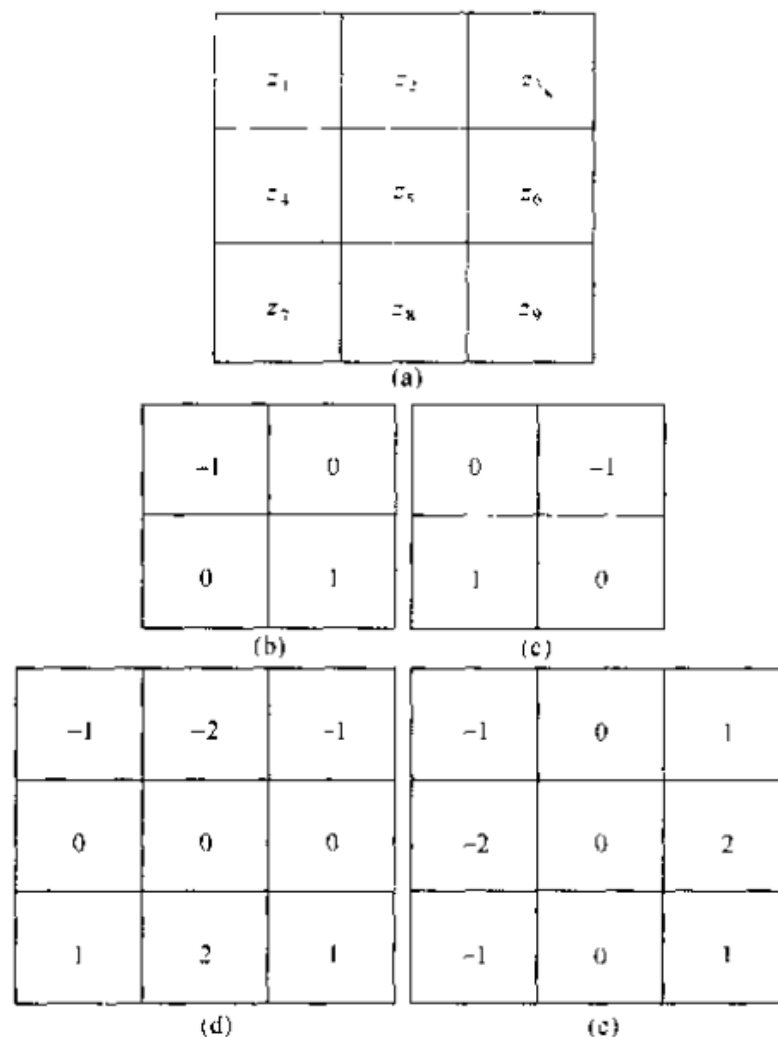


图 3.44 图像的 3×3 区域(z 是灰度值)和用来计算标记为 z_5 的点梯度的掩模。正如所期望的微分算子那样,所有掩模的系数之和为0

Sobel算子

- 边缘增强的梯度处理

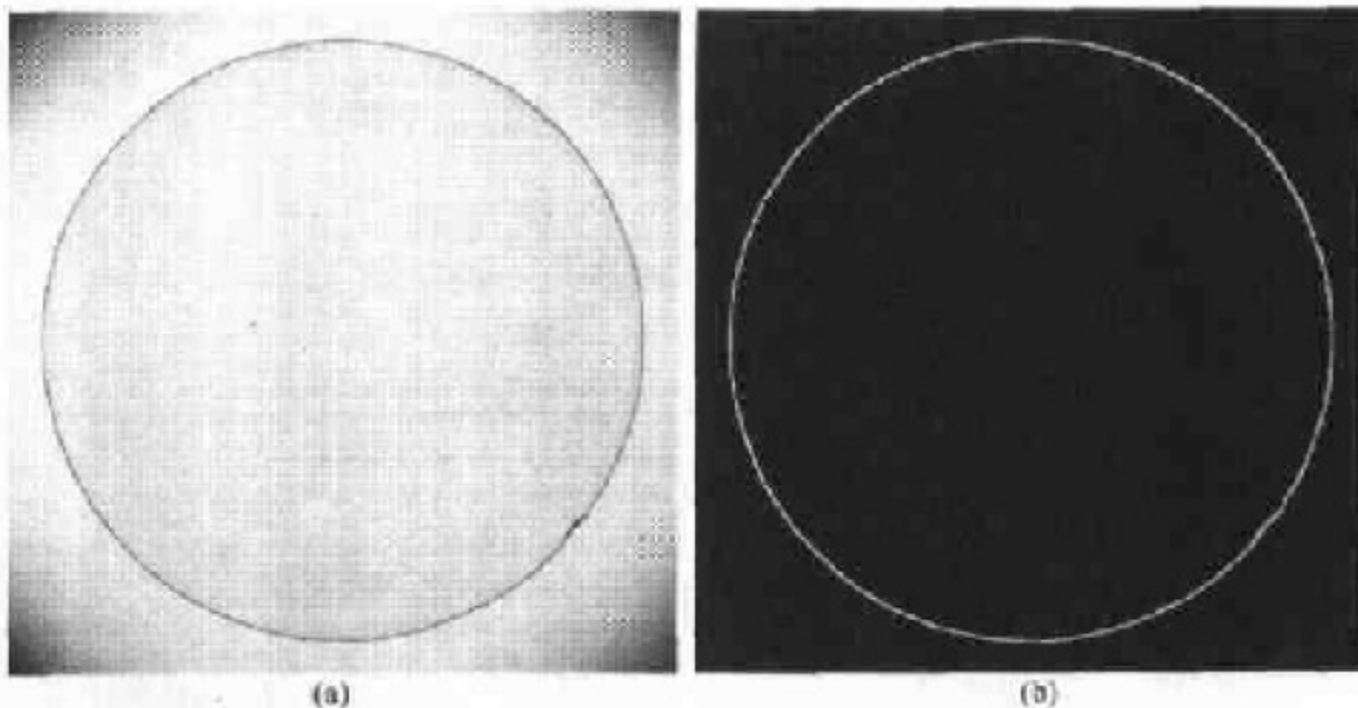


图 3.45 (a)隐形眼镜的光学图像(注意,在边缘处类似时钟 4 点和 5 点处的缺陷), (b)Sobel 梯度(原图像由 Perceptics 公司的 Pete Sites 先生提供)