

数字图像处理

频域滤波器

背景

- 法国数学家傅里叶(生于1768年)在1822年出版的《热分析理论》一书中指出：任何周期函数都可以表达为不同频率的正弦和或余弦和的形式，即傅里叶级数。
- 20世纪50年代后期，快速傅里叶变换算法出现，得到了广泛的应用。

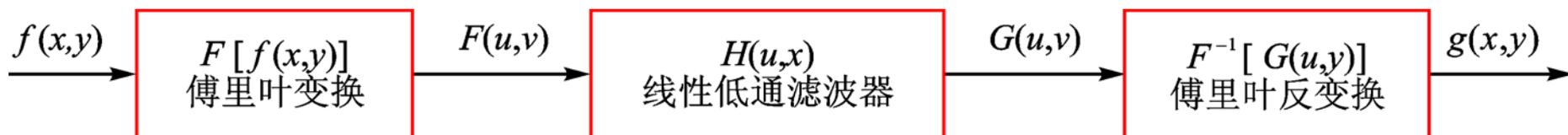
频域低通滤波

- 在分析一幅图像信号的频率特性时
 - 直流分量表示了图像的平均灰度；
 - 大面积的背景区域和缓慢变化部分则代表图像的低频分量；
 - 而它的边缘、细节、跳跃部分以及颗粒噪声都代表图像的高频分量。
- 因此，在频域中对图像采用滤波器函数**衰减高频信息，使低频信息畅通无阻**的过程称为低通滤波。

频域低通滤波

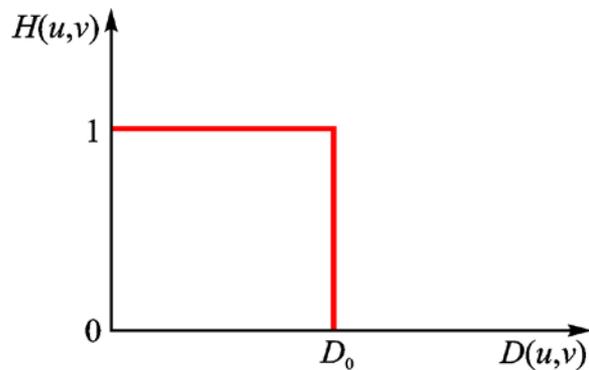
- 在频域实现线性低通滤波器输出的表达式为

$$G(u, v) = H(u, v)F(u, v)$$

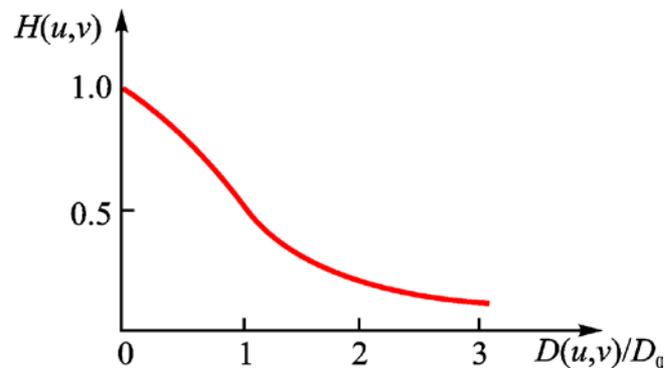


图像频域低通滤波流程框图

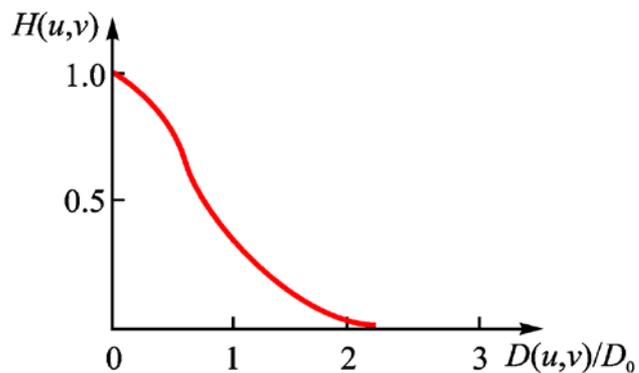
频域低通滤波



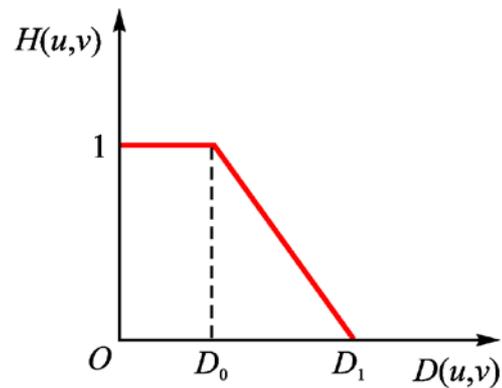
(a) 理想低通滤波器特性曲线



(b) 巴特沃斯低通滤波器特性曲线



(c) 指数型低通滤波器特性曲线



(d) 梯形低通滤波器特性曲线

四种频域低通滤波器传递函数 $H(u,v)$ 的剖面图

理想低通滤波器

- 理想的二维低通滤波器的传递函数由下式表示：

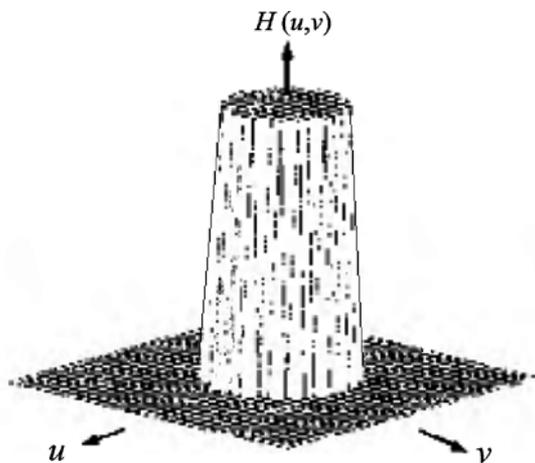
$$H(u, v) = \begin{cases} 1 & D(u, v) \leq D_0 \\ 0 & D(u, v) > D_0 \end{cases}$$

式中 D_0 是一个规定的非负的量，叫做理想低通滤波器的截止频率。 $D(u, v)$ 是从频率域的原点到 (u, v) 点的距离，即：

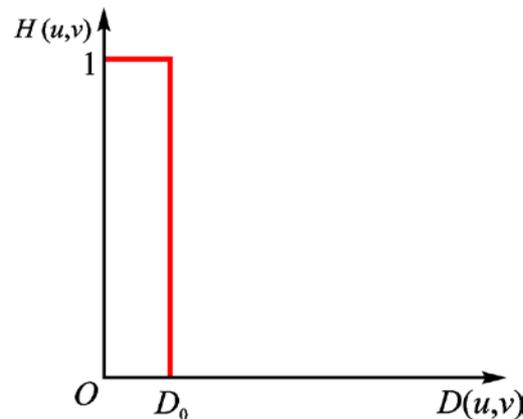
$$D(u, v) = \sqrt{(u - M/2)^2 + (v - N/2)^2}$$

理想低通滤波器

- $H(u, v)$ 对 u, v 来说是一幅三维图形。 $H(u, v)$ 特性如下图,



(a) $H(u, v)$ 的透视图



(b) $H(u, v)$ 的剖面图

- 理想低通滤波器，是指以截频 D_0 为半径的圆内的所有频率都能无损地通过，而在截频之外的频率分量完全被衰减。
- 理想低通滤波器可以用计算机模拟实现，但却不能用电子元器件来实现。

图像的功率

- 通过基于截止频率的函数对LPF性能比较。
- 标示截止频率位置的方法是：计算截止频率以内的图像功率占图像总功率值 P_T 的百分比。

图像的功率

- 图像总功率值 P_T 是频域全部点 (u, v) 的功率谱成份之和

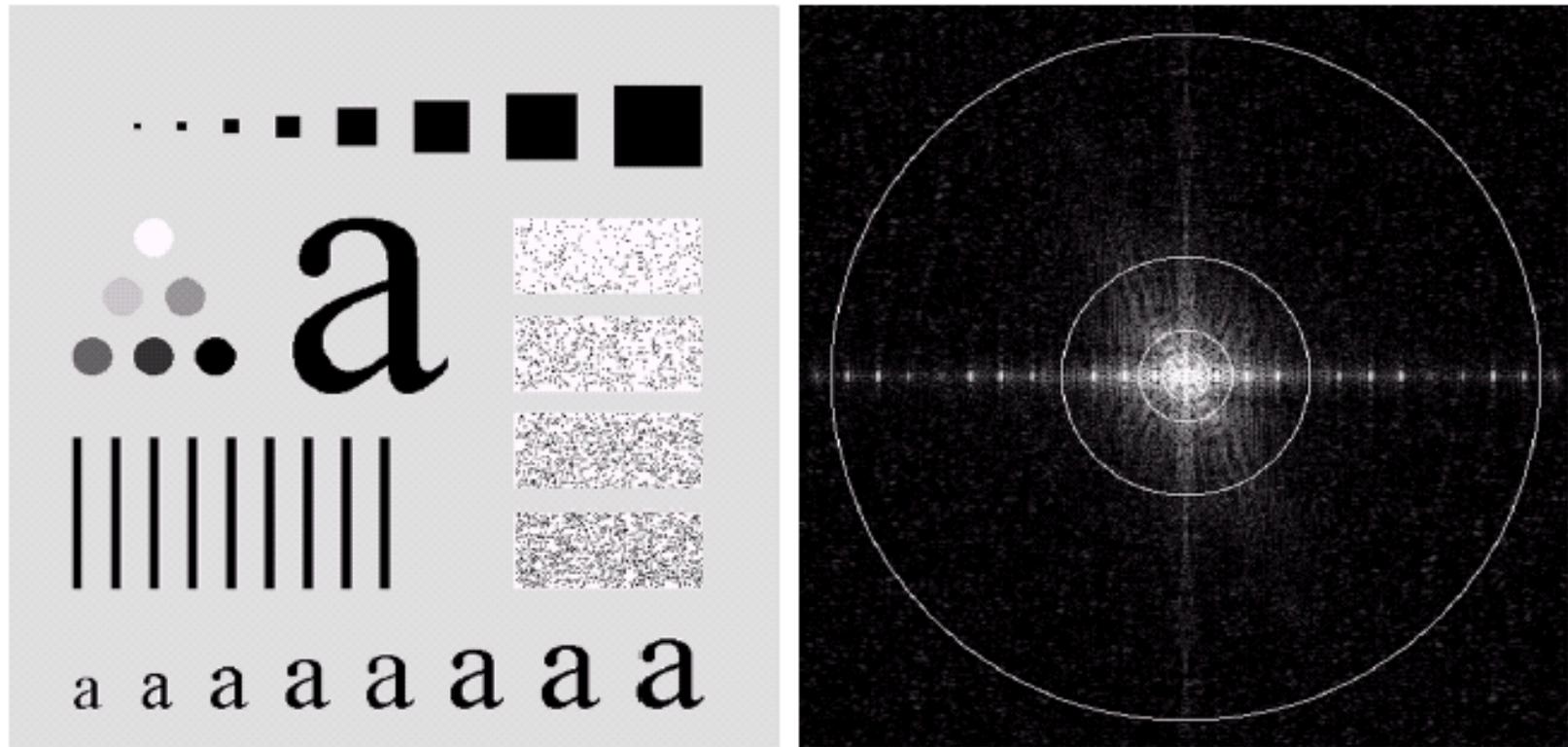
$$P_T = \sum_{u=0}^{M-1} \sum_{v=0}^{N-1} P(u, v)$$

其中 $P(u, v)$ 是傅立叶变换功率谱:

$$P(u, v) = |F(u, v)|^2 = R^2(u, v) + I^2(u, v)$$

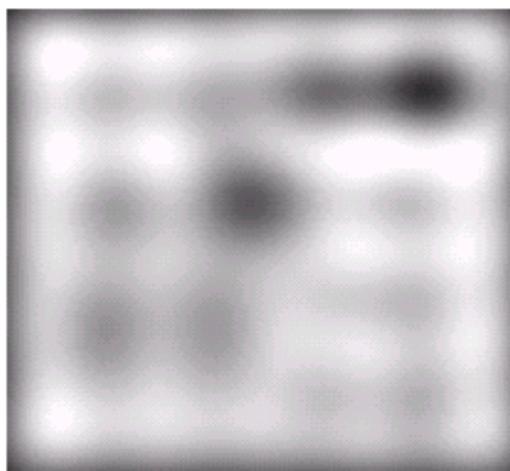
通过的功率为原点在频率矩形的中心、半径为 r 的圆包含 $\alpha\%$ 的功率

理想低通滤波器



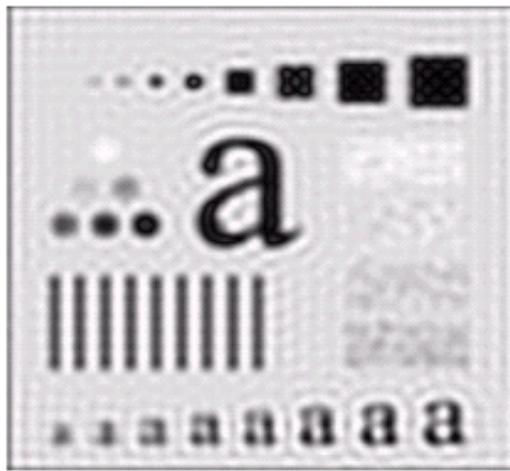
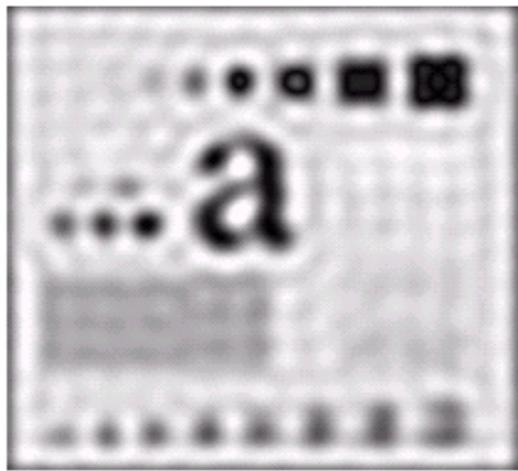
a b

FIGURE 4.11 (a) An image of size 500×500 pixels and (b) its Fourier spectrum. The superimposed circles have radii values of 5, 15, 30, 80, and 230, which enclose 92.0, 94.6, 96.4, 98.0, and 99.5% of the image power, respectively.



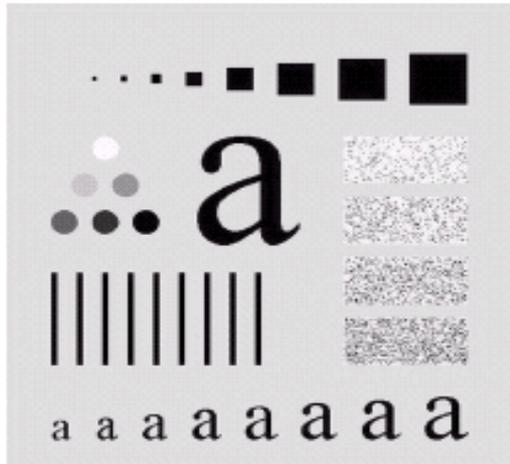
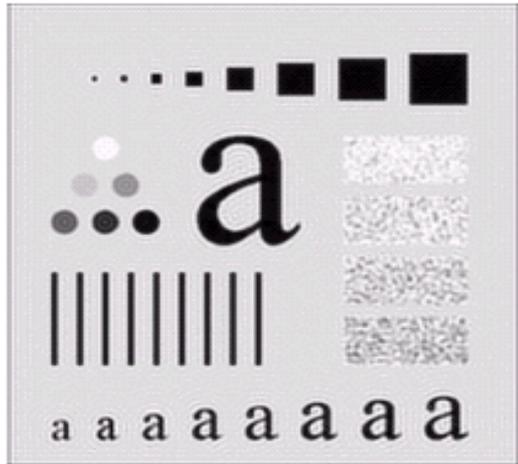
$D_0 = 5, \alpha = 92\%$
 消除所有图像细节，
 只剩大物体的“斑点”。
 细节在滤除的8%
 功率中

$D_0 = 15,$
 $\alpha = 94.6\%$
 严重的振铃现象



$D_0 = 30,$
 $\alpha = 96.4\%$
 标准低通振铃现象

$D_0=80,$
 $\alpha=98\%$

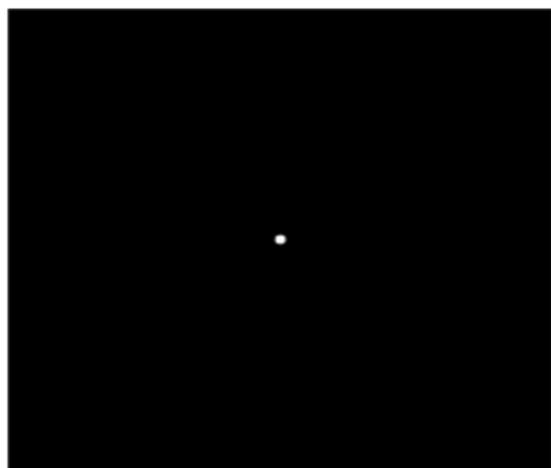


$D_0=230,$
 $\alpha=99.5\%$

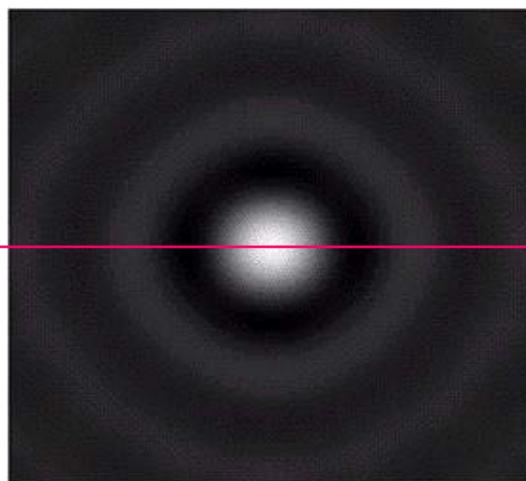
理想低通滤波器

如 $r = 5$ 的ILPF，空间滤波器单位脉冲响应 $h(x, y)$

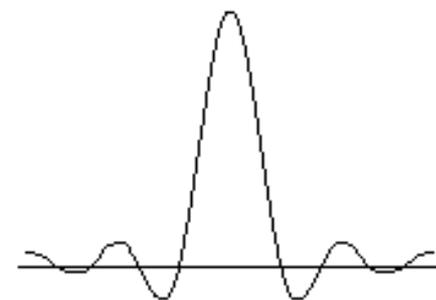
- 使用关于中心对称的函数可以显著简化 $H(u, v)$ 的技术条件，这要求 $F(u, v)$ 也被中心化。
 - 可以通过乘以 $(-1)^{u+v}$ 来实现中心化；
 - 反傅里叶变换IDFT 的实部乘以 $(-1)^{x+y}$ 得到 $h(x, y)$.



$r = 5$ 的频域ILPF的 $H(u, v)$



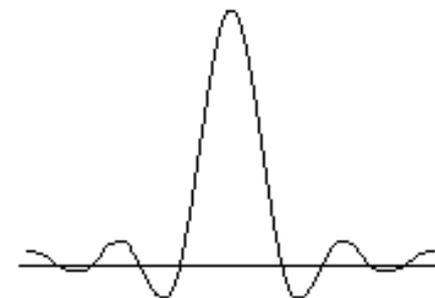
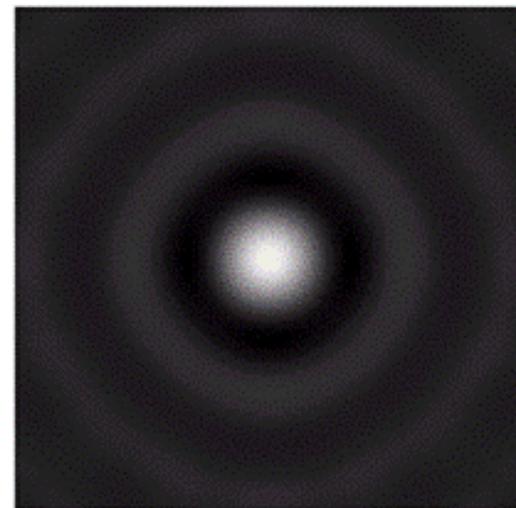
$h(x, y)$



中心水平扫描线的
灰度级剖面线

理想低通滤波器

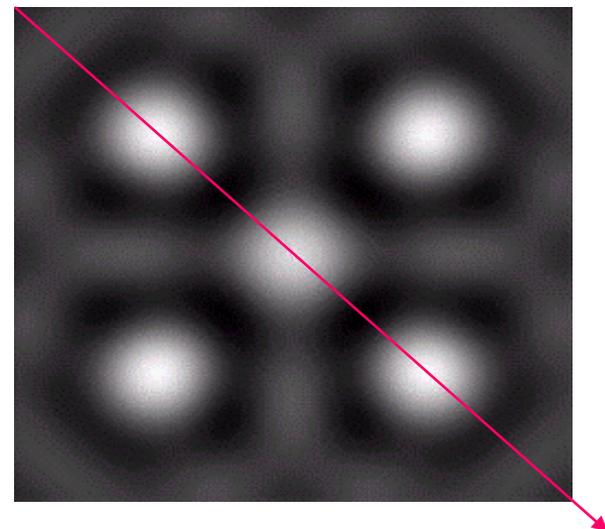
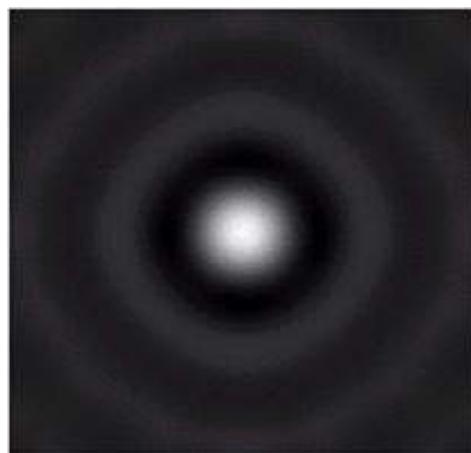
- 空间域单位脉冲响应 $h(x, y)$ 两个主要特性
 - 原点处有一个主要的中心成份，其主要决定模糊；
 - 中心成份周围集中、呈周期性的成份，其主要决定理想滤波器振铃现象。
- $h(x, y)$ 中同心振铃的半径与 D_0 成反比；
 - 小的 D_0 在 $h(x, y)$ 中产生稍微宽的振铃，并且在 $g(x, y)$ 产生模糊；
 - 大的 D_0 产生更多(增加数目) 细微的振铃和较少的模糊。



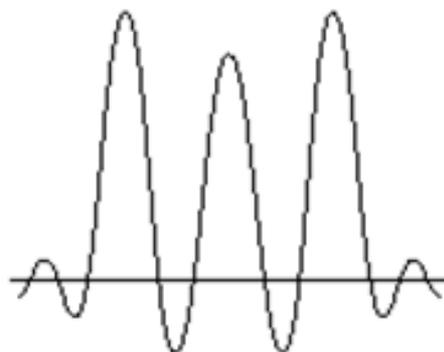
理想低通滤波器



*

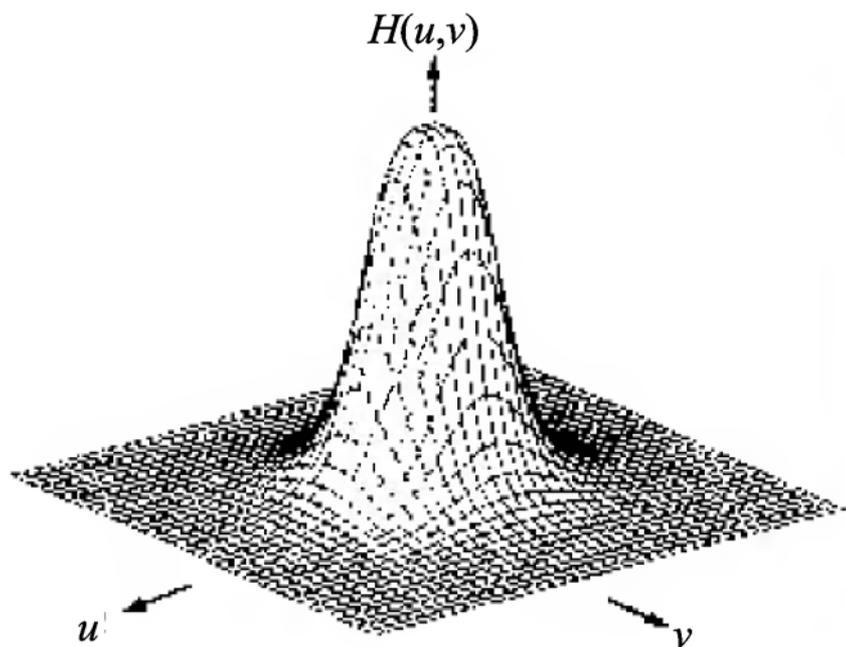


原始图像 $f(x, y)$ 黑色背景下五个明亮的像素组成，明亮的点可以近似为冲激。

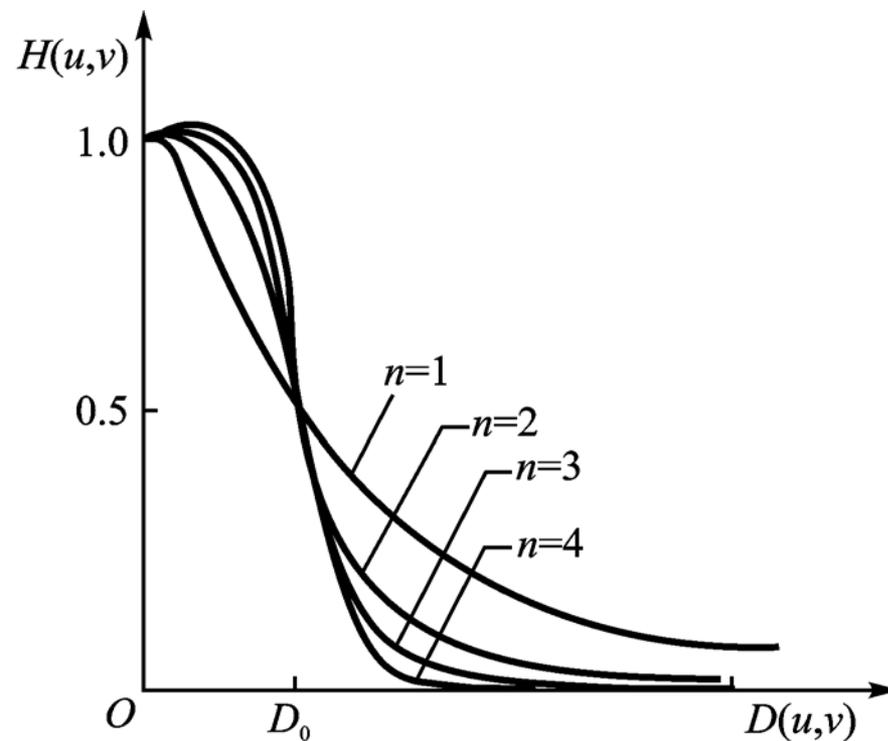


结果图像 $g(x, y)$ 原始亮点通过卷积而发生模糊，振铃现象在此种情况下非常严重，以至于相互之间的干扰而发生畸变。

Butterworth低通滤波器



(a) $H(u,v)$ 的透视图



(b) $H(u,v)$ 的剖面图

Butterworth低通滤波器

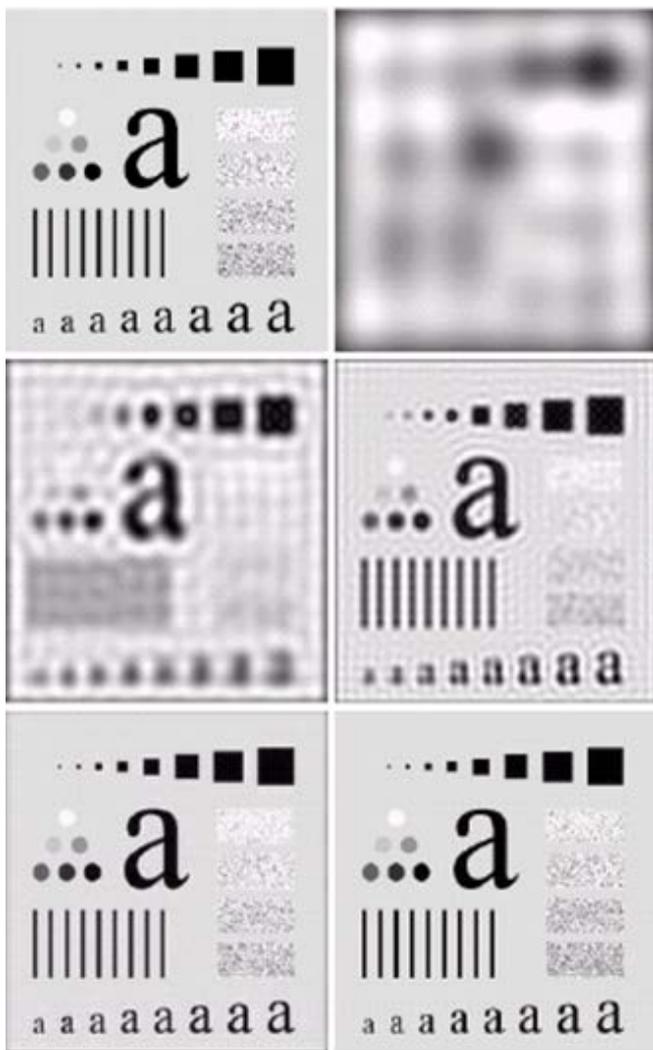
- 一个 n 阶Butterworth低通滤波器的传递函数由下式表示：

$$H(u, v) = \frac{1}{1 + [D(u, v) / D_0]^{2n}}$$

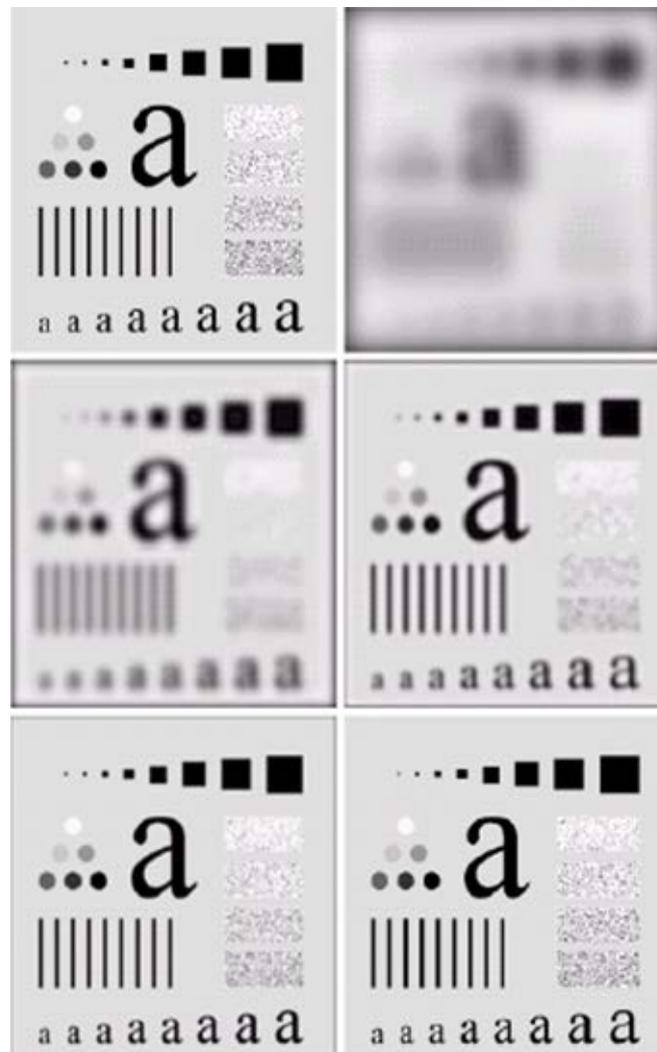
式中 D_0 为截止频率， $D(u, v)$ 的值由下式决定：

$$D(u, v) = \sqrt{(u - M/2)^2 + (v - N/2)^2}$$

- Butterworth低通滤波器又称最大平坦滤波器。它与理想低通滤波器不同，**它的通带与阻带之间没有明显的不连续性。**
- 也就是说，在通带和阻带之间有一个平滑的过渡带。通常把 $H(u, v)$ 下降到某一值的那一点定为截止频率 D_0 。



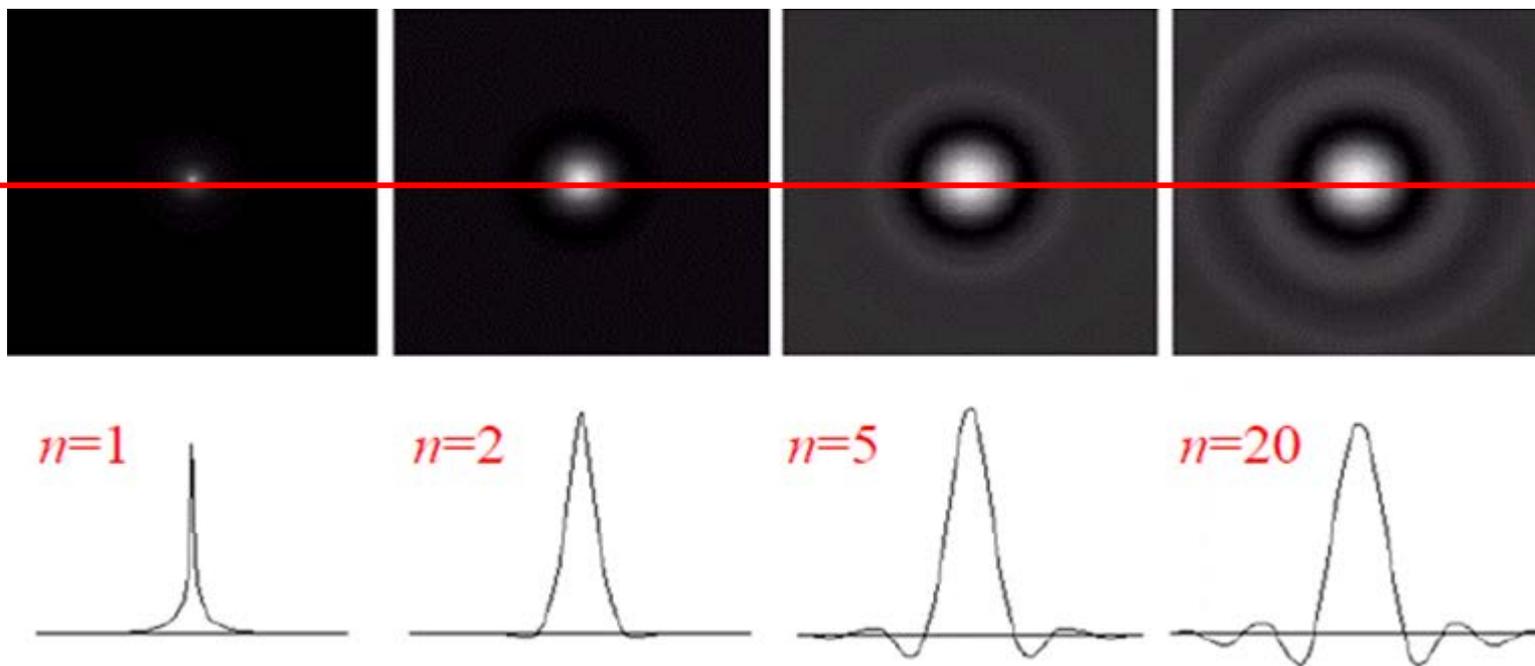
理想低通滤波器的结果



2阶Butterworth低通滤波的结果

Butterworth低通滤波器

- 不同阶数、相同截止频率(都为5个像素)的BLPF空间域 $h(x, y)$ 图像表示和剖面图:



二阶BPLF显示了轻微的振铃和较小的负值，但远没有ILPF明显，是较好的折中选择。

Butterworth低通滤波器的特性

- 一阶的Butterworth滤波器没有振铃.
- 二阶的Butterworth滤波器有很微小的振铃,但阶数增大时振铃便成为一个重要因素.
- 当阶数 n 充分大时, Butterworth滤波器就变成理想低通滤波器.

高斯低通滤波器

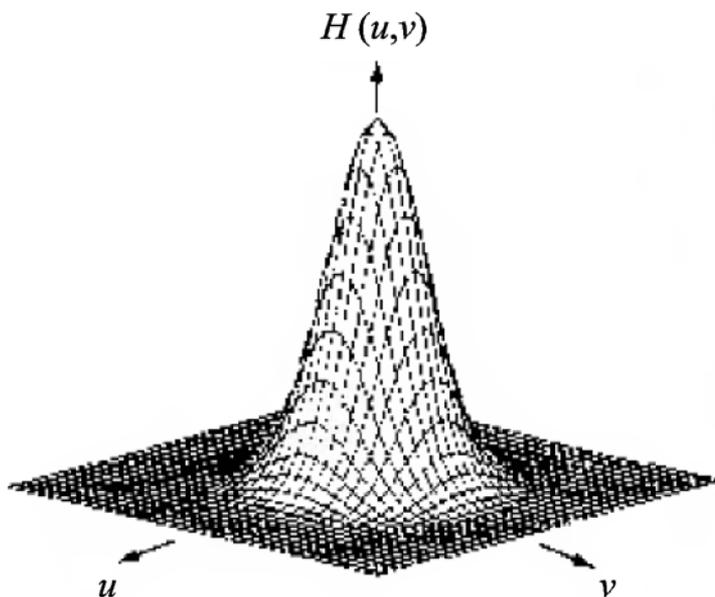
- 在图像处理中常用的另一种平滑滤波器是指数低通滤波器。它的传递函数如下式表示：

$$H(u, v) = e^{-\left[\frac{D(u, v)}{D_0}\right]^n}$$

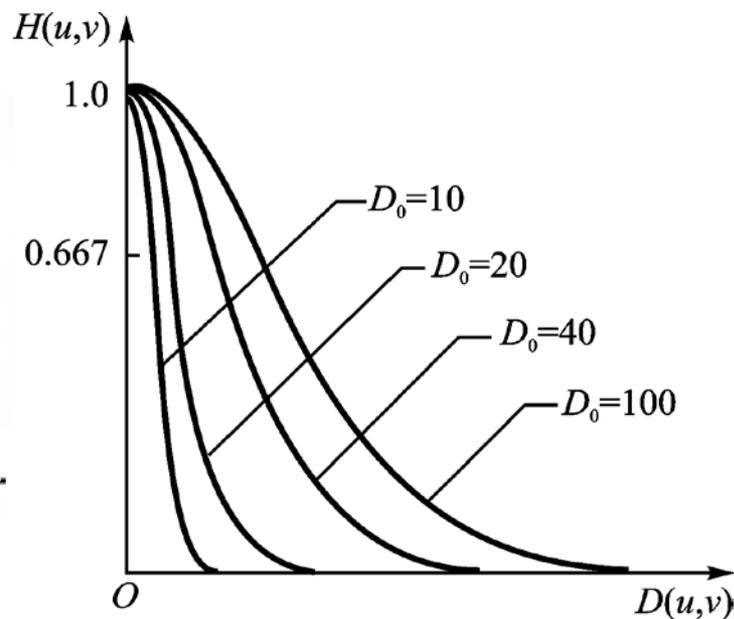
式中 n 是决定衰减率的系数。从式中可见，如果 $D(u, v) = D_0$ ，则 $H(u, v) = 1/e$ 。

高斯低通滤波器

- 由于指数低通滤波器有更快的衰减率，所以，经指数低通滤波的图像比Butterworth低通滤波器处理的图像稍模糊一些。
- 由于指数低通滤波器的传递函数也有较平滑的过渡带，所以图像中也没有振铃现象。



(a) $H(u,v)$ 的透视图



(b) $H(u,v)$ 的剖面图

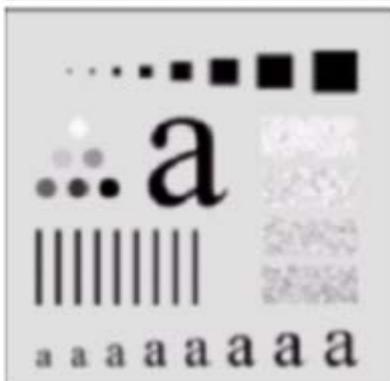
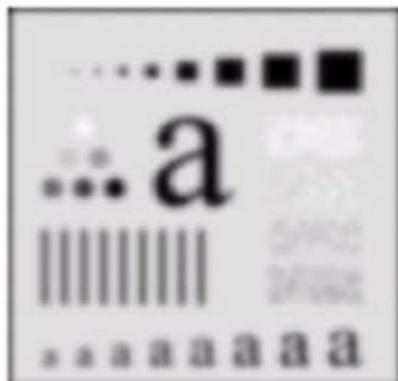
原始图像



2阶高斯滤波器

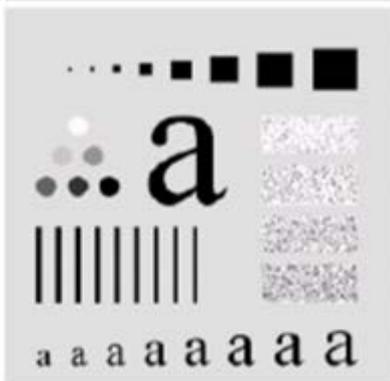
$D_0 = 5 \text{ pix}$

$D_0 = 15 \text{ pix}$



$D_0 = 30 \text{ pix}$

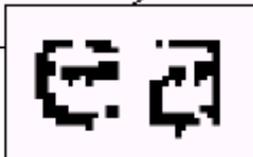
$D_0 = 80 \text{ pix}$



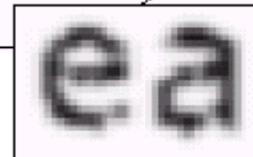
$D_0 = 230 \text{ pix}$

低通滤波器的应用示例

Historically, certain computer programs were written using only two digits rather than four to define the applicable year. Accordingly, the company's software may recognize a date using "00" as 1900 rather than the year 2000.



Historically, certain computer programs were written using only two digits rather than four to define the applicable year. Accordingly, the company's software may recognize a date using "00" as 1900 rather than the year 2000.



444×508像素的低分辨率文本样本，例如扫描、传真、复印、历史记录等，放大后可以看到形状失真和字符断裂。

人眼视觉填充识别这些字符没有问题，但机器识别系统阅读断裂字符将很困难。用GLPF (D0=80) 滤波模糊后，很好地修复了断开的字符。

低通滤波器的应用示例

印刷出版——“美容”处理，平滑、柔和的外观。



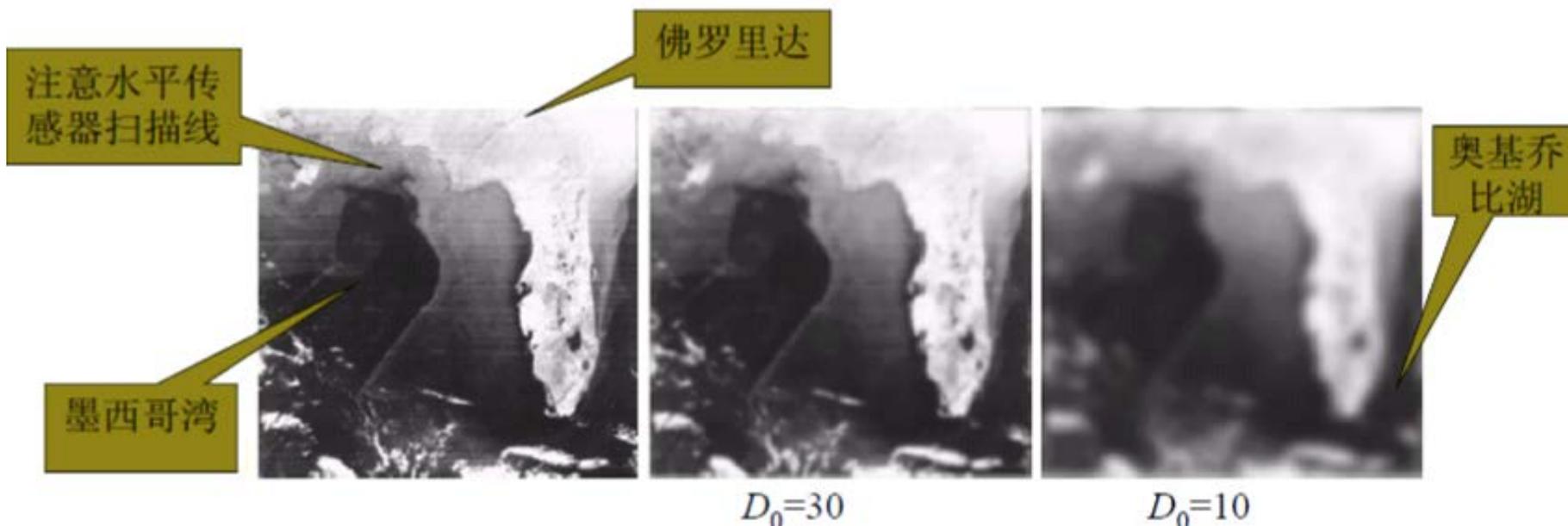
原始图像
(放大的眼部细纹)

用 $D_0 = 100$ 的GLPF滤波的结果(细纹减少了)

用 $D_0 = 80$ 的
GLPF滤波的结果

低通滤波器的应用示例

处理卫星和航空图像(模糊细节,保留大的识别特征)



低通滤波器通过消除比感兴趣特征小的特征来简化图像分析

低通滤波的缺陷

- 用低通滤波器进行平滑处理可以使噪声伪轮廓等寄生效应减低到不显眼的程度。
- 但是，由于低通滤波器对噪声等寄生成份滤除的同时，**对有用高频成份也滤除**。因此，这种去噪声的美化处理是**以牺牲清晰度为代价而换取的**。

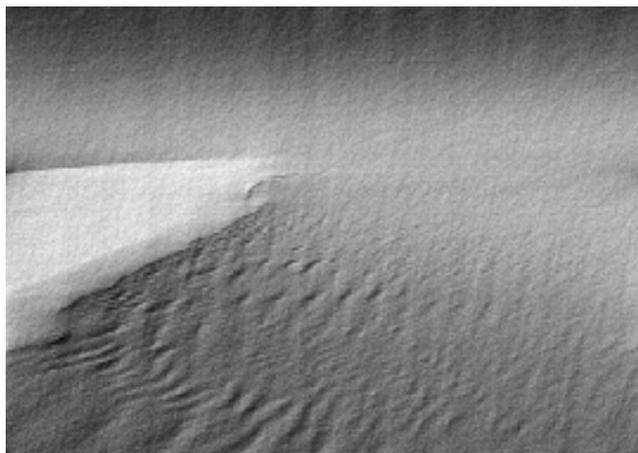
频域低通滤波



(a) 高斯噪声后的图像



(b) 巴特沃斯低通滤波后的图像



(c) 指数低通滤波后的图像

图像锐化

- 图像锐化处理的目的是为了**突出图像的边缘信息**，加强图像的轮廓特征，以便于人眼的观察和机器的识别。
- **边缘模糊**是图像中常出现的质量问题，由此造成的轮廓不清晰，线条不鲜明使图像特征提取、识别和理解难以进行，增强图像边缘和线条，使图像边缘变得清晰的处理称为图像锐化。

图像锐化的基本思想

- 使灰度反差增强，从而增强图像中边缘信息，有利于轮廓抽取。
- 轮廓或边缘就是图像中灰度变化率最大的地方。因此，为了把轮廓抽取出来，就是要找一种方法把图像的最大灰度变化处找出来。

图像锐化方法

- 锐化处理目的：突出图像中的细节或者增强被模糊了的细节。
- 锐化处理可以用空间微分来完成。微分算子的响应强度与图像在该点的突变程度有关，图像微分增强了边缘和其他突变(如噪声)而消弱了灰度变化缓慢的区域。
- 人们最感兴趣的微分性质是恒定灰度区域(平坦段)、突变的开头与结尾(阶梯与斜坡突变)以及沿着灰度级斜坡处的特性。

图像锐化方法

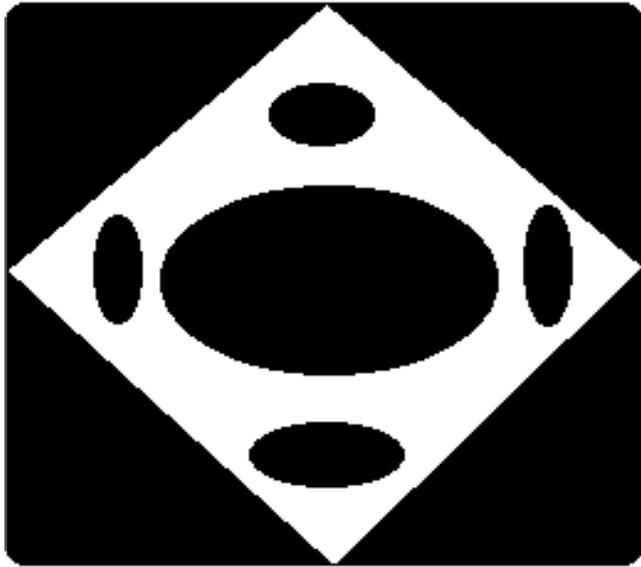
- 锐化处理可以用**空间微分**来完成。微分算子的响应强度与图像在该点的突变程度有关，**图像微分**增强了边缘和其他突变（如噪声）而消弱了灰度变化缓慢的区域。

对于一阶微分必须保证：

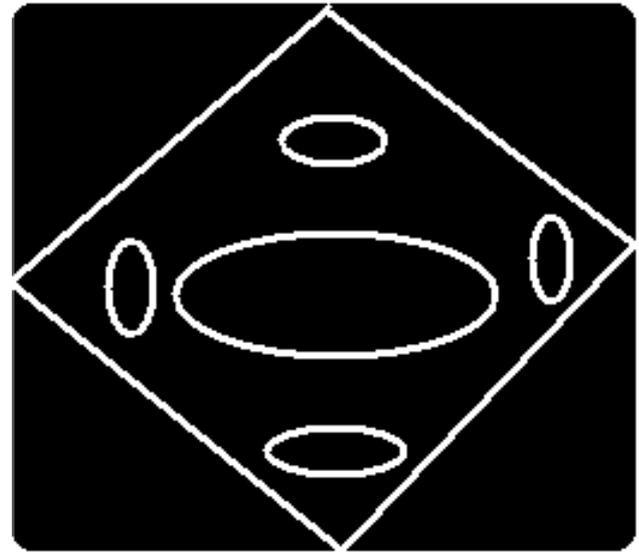
- (1) 平坦段微分值为零；
- (2) 在灰度阶梯或斜坡的起点处微分值非零；
- (3) 沿着斜坡面微分值非零。

对于二阶微分必须保证：

- (1) 在平坦区微分值为零；
- (2) 在灰度阶梯或斜坡的起始点处微分值非零；
- (3) 沿着斜坡面微分值为零。



(a) 二值图像;



(b) 梯度运算结果

图像梯度锐化结果



(a) 二值图像;



(b) 梯度运算结果

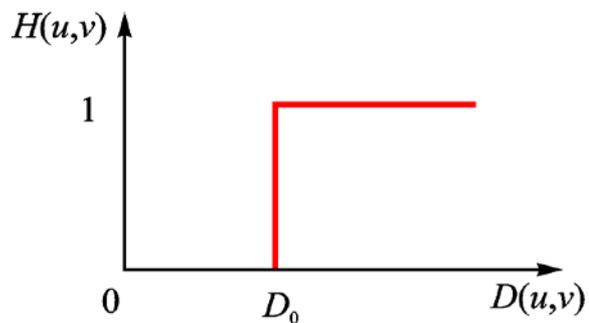
图像梯度锐化结果

频域高通滤波

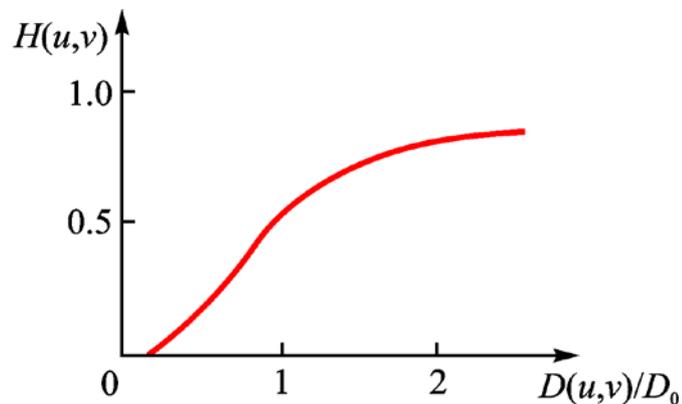
- 由于图像中的边缘、线条等细节部分与图像频谱中的高频分量相对应，在频域中用高通滤波器处理，能够使图像的边缘或线条变得清晰，图像得到锐化。
- 高通滤波器衰减傅立叶变换中的低频分量，通过傅立叶变换中的高频信息。
- 因此采用高通滤波的方法让高频分量顺利通过，使低频分量受到抑制，就可以增强高频的成分。

频域高通滤波

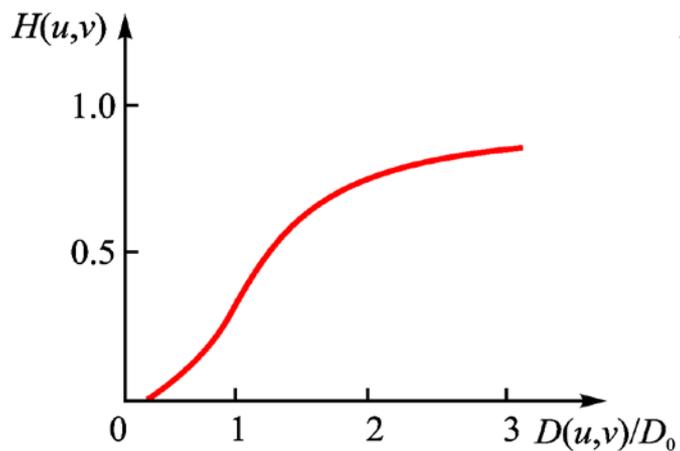
- 图像的**边缘、细节主要在高频**，图像模糊是由于高频成分较弱产生的。
- 为了消除模糊，突出边缘，可以采用高通滤波的方法，使低频分量得到抑制，从而达到增强高频分量，使图像的边沿或线条变得清晰，实现图像的锐化。



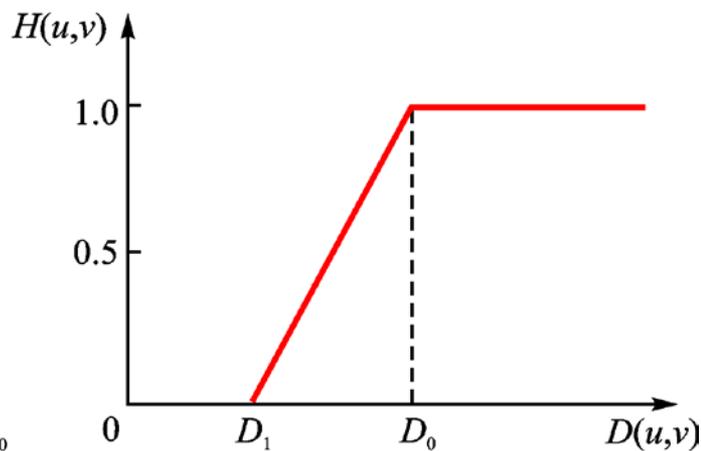
(a) 理想高通滤波器特性曲线



(b) 巴特沃斯高通滤波器特性曲线



(c) 指数型高通滤波器特性曲线



(d) 梯型高通滤波器特性曲线

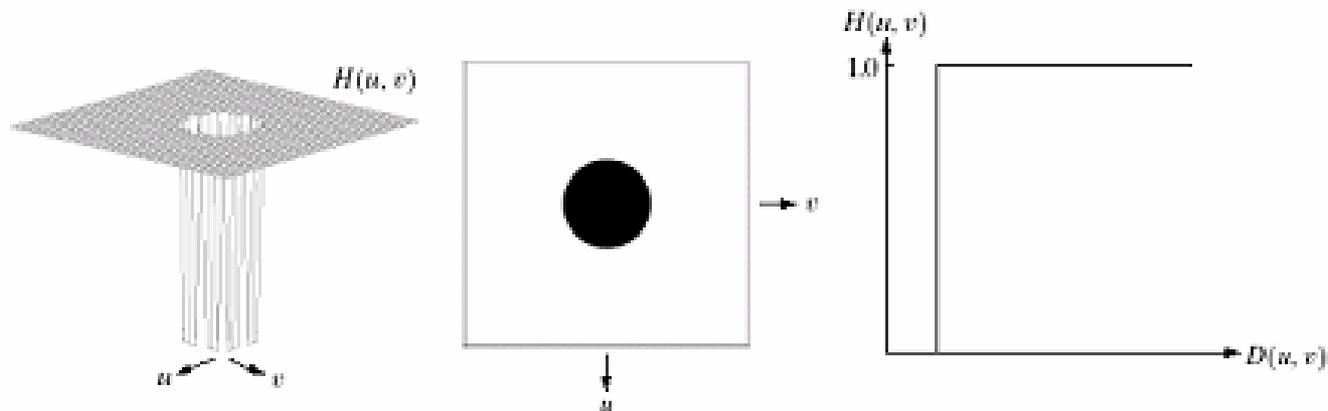
四种频域高通滤波器传递函数 $H(u, v)$ 的剖面图

理想高通滤波器

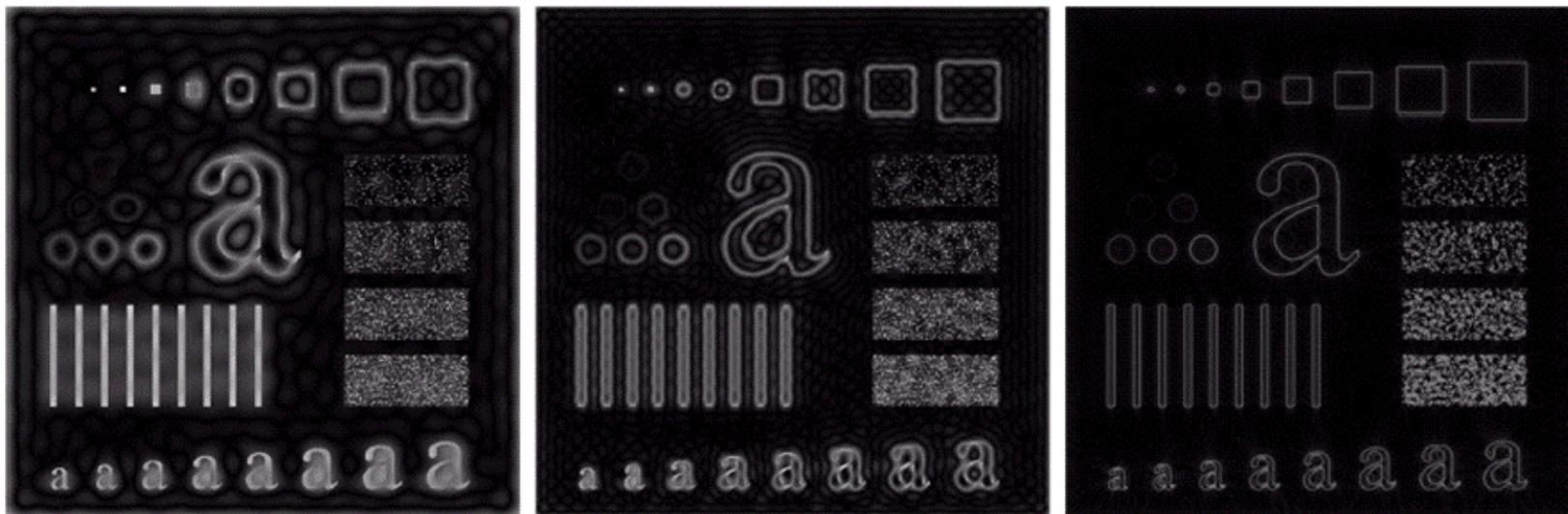
- 滤波器转移函数:

$$H(u, v) = \begin{cases} 0 & D(u, v) \leq D_0 \\ 1 & D(u, v) > D_0 \end{cases}$$

透视图和剖面图:



理想高通滤波器滤波效果



(a) $D_0 = 15$

(b) $D_0 = 30$

(c) $D_0 = 80$

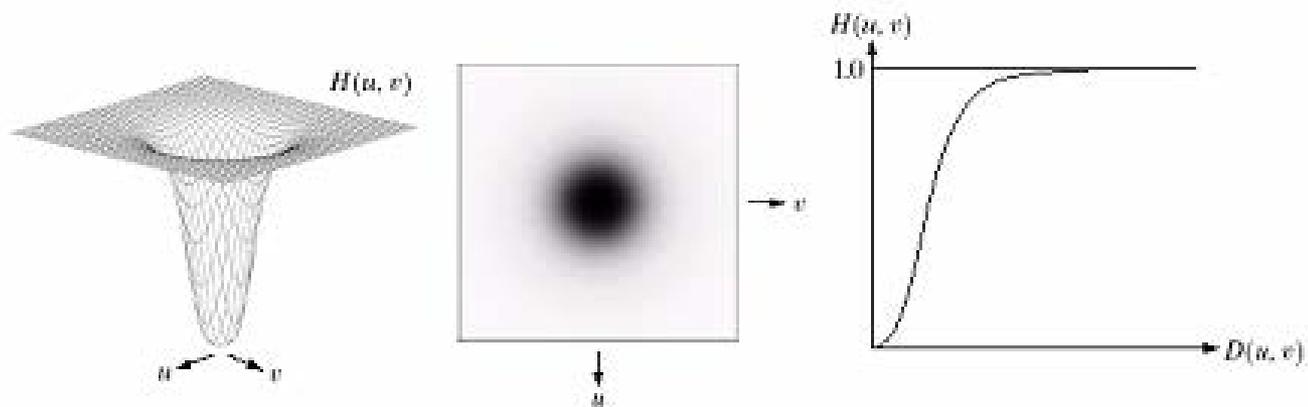
- (a)图振铃现象十分严重，以致产生失真，物体的边界也被加粗了(字母a)，顶部三个圆的边缘不清晰，微小的物体和线条显现出几乎纯粹的白色。
- (b)图情况有所改善，开始看到对微小物体的过滤，对应的空间滤波器比左图小，但是边缘失真仍然很明显。
- (c)图的高通滤波图像边缘更加清晰，失真更小，而且细小的物体也能得到正确地过滤

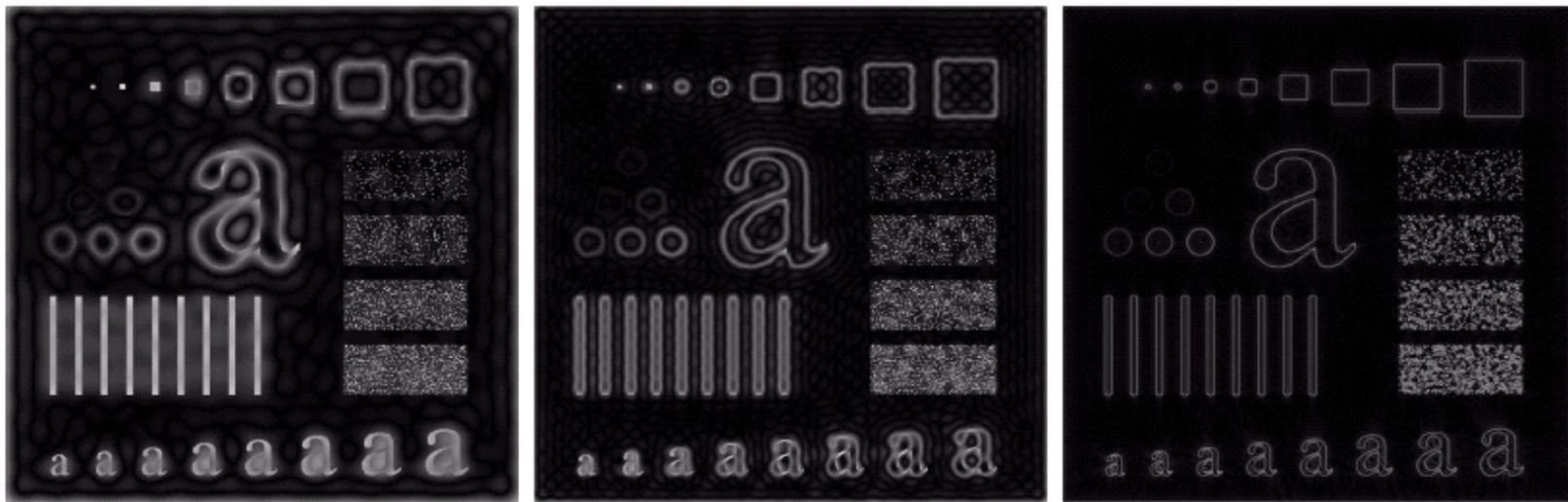
巴特沃斯高通滤波器

- n 阶高通具有 D_0 截止频率的Butterworth高通滤波器滤波函数定义如下：

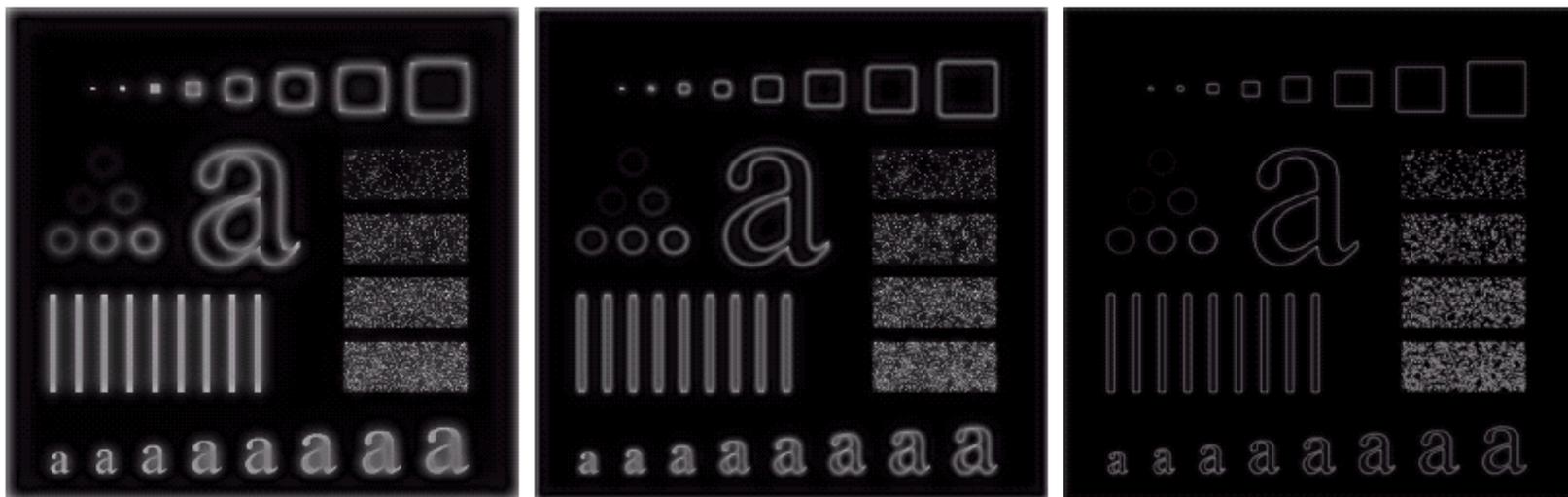
$$H(u, v) = 1 / [1 + (D_0 / D(u, v))^{2n}]$$

透视图和剖面图：





- (a) $D_0 = 15$
- (b) $D_0 = 30$
- (c) $D_0 = 80$



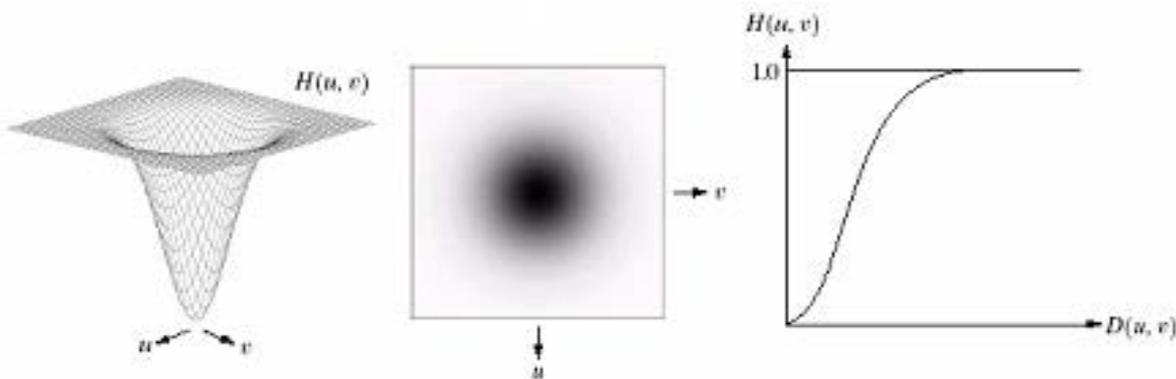
2阶Butterworth滤波器比理想滤波器的平滑效果更好

高斯型高通滤波器

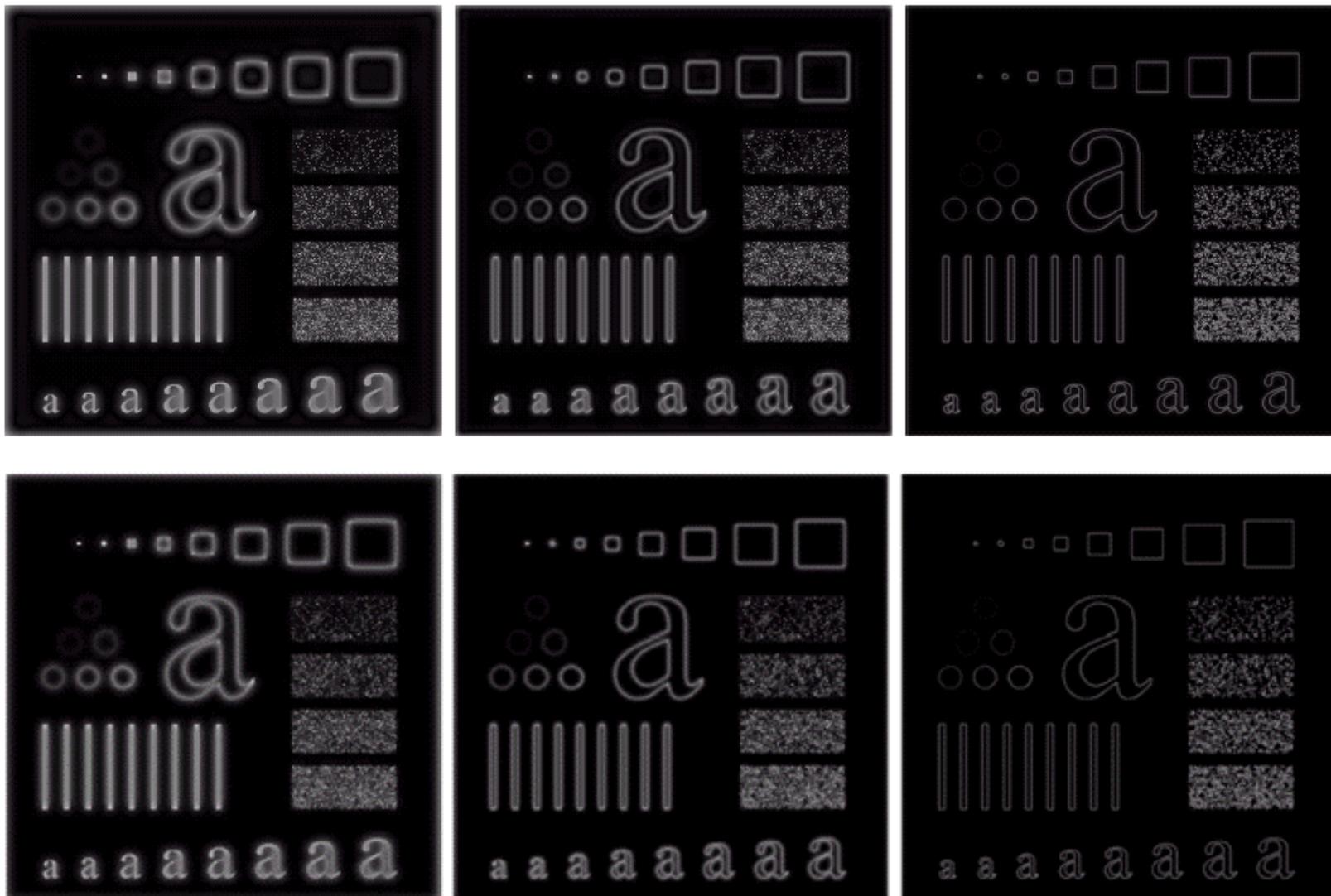
- 具有截止频率为 D_0 的指数高通滤波函数的转移函数定义为：

$$H(u, v) = \exp[-(D_0 / D(u, v))^n]$$

透视图和剖面图：

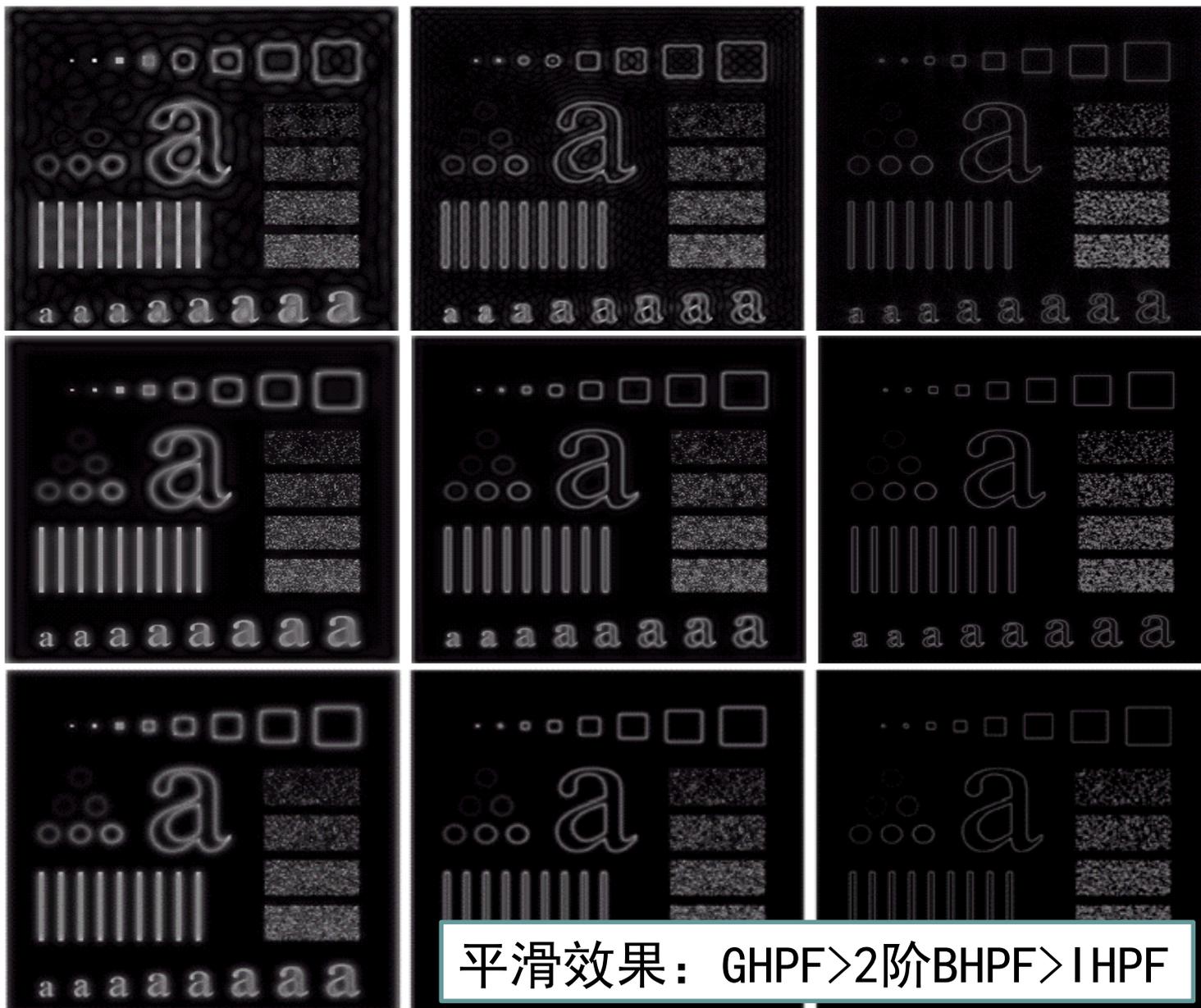


GHPF比前两种滤波器更平滑，即使对微小物体和细线用GHPF过滤也是较清晰的。高斯低通滤波器的傅里叶反变换也是高斯的，因此没有振铃现象。



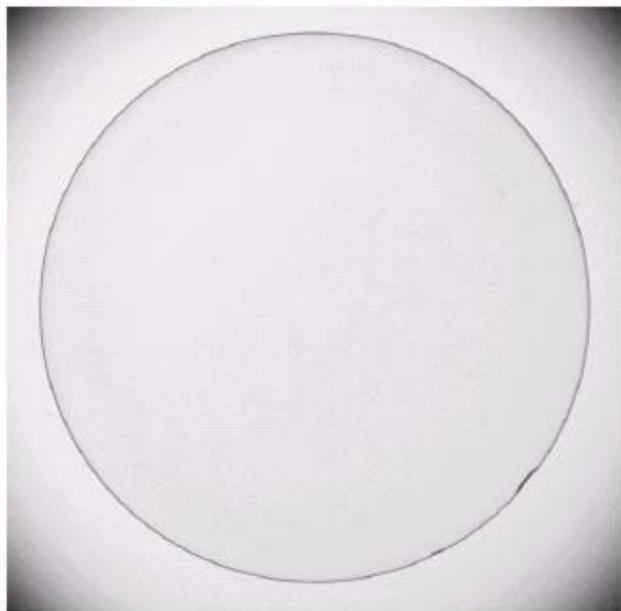
GHPF滤波器比2阶Butterworth滤波器的平滑效果要好

三种高通滤波器效果比较

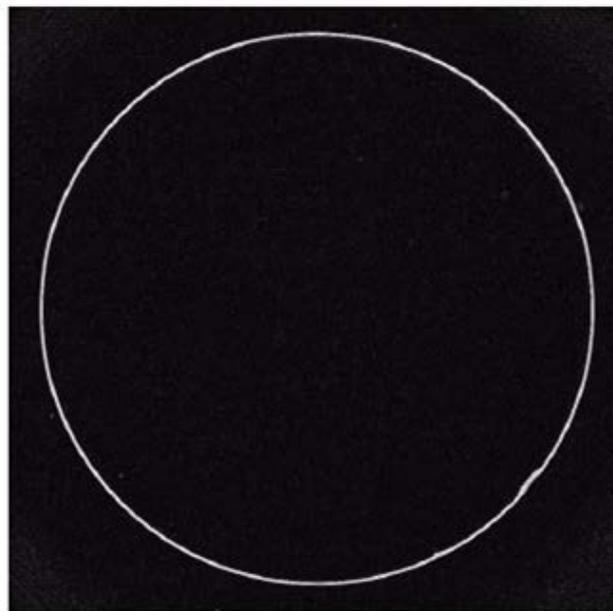


图像锐化空间滤波

- 梯度处理经常用于工业检测、辅助人工检测缺陷，或者是更为通用的自动检测的预处理。
- 用于边缘增强的梯度处理

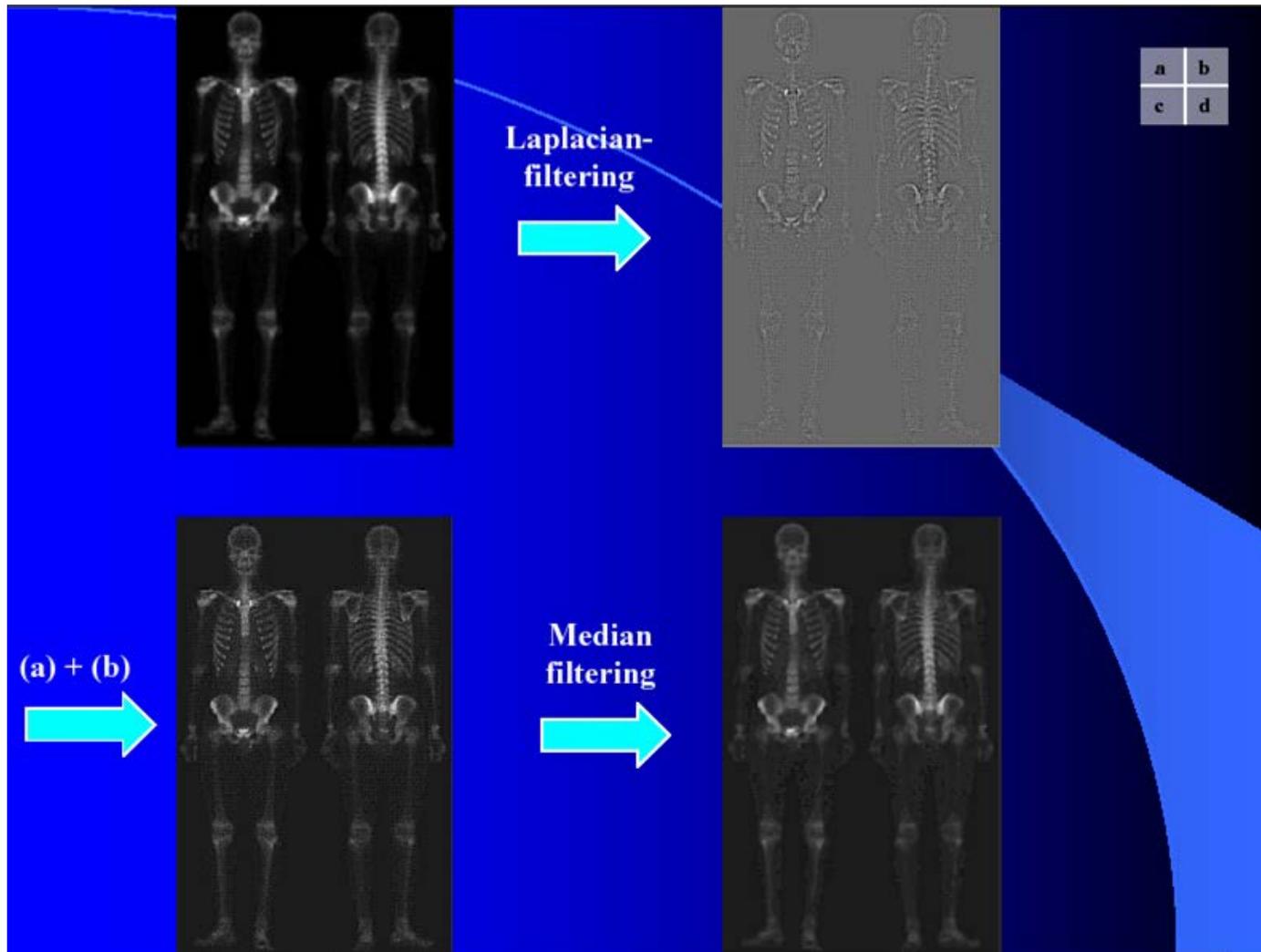


(a) 隐形眼镜的光学图像



(b) Sobel梯度

混合空间增强法



伪彩色增强

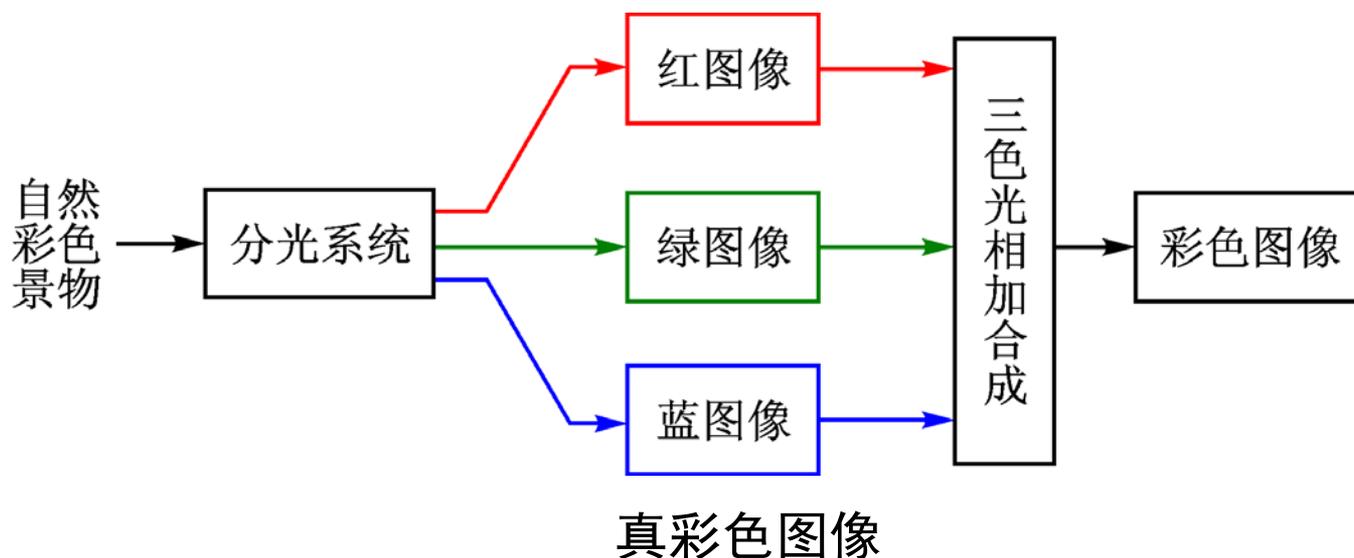
- 灰度分层法伪彩色处理
- 灰度变换法伪彩色处理
- 频域伪彩色处理

伪彩色增强

- 人的生理视觉系统特性对微小的灰度变化不敏感，而对彩色的微小差别极为敏感。人眼一般能够区分的灰度级只有二十几个，而对不同亮度和色调的彩色图像分辨能力却可达到灰度分辨能力的百倍以上。
- 利用这个特性人们就可以把人眼不敏感的灰度信号映射为人眼灵敏的彩色信号，以增强人对图像中细微变化的分辨力。彩色增强就是根据人的这个特点，将彩色用于图像增强之中，在图像处理技术中彩色增强的应用十分广泛且效果显著。常见的彩色增强技术主要有假彩色增强及伪彩色增强两大类。

假彩色增强

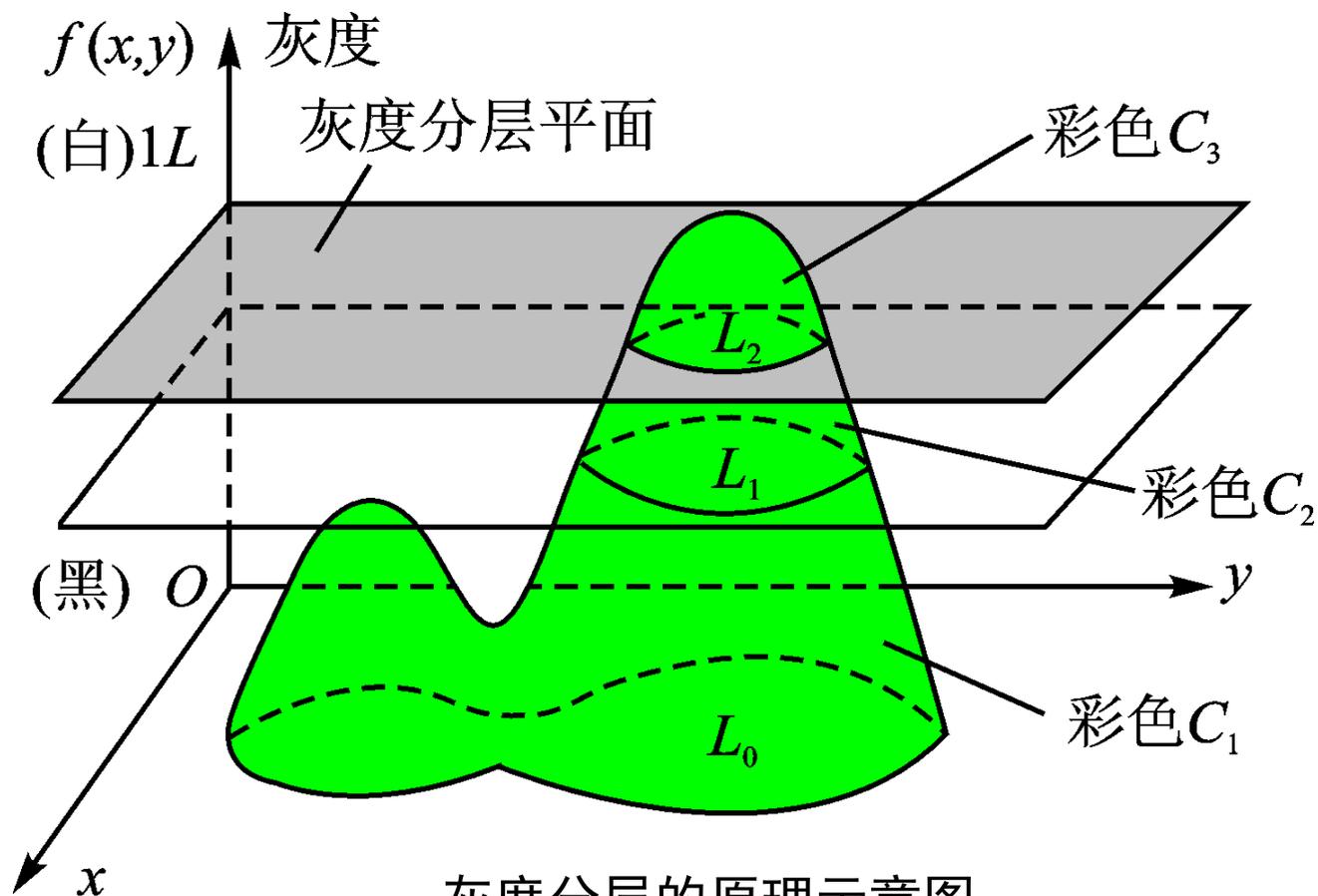
- 假彩色（false color）增强是将一幅彩色图像映射为另一幅彩色图像，从而达到增强彩色对比，使某些图像达到更加醒目的目的。
- 真彩色（true color）自然物体的彩色叫做真彩色，真彩色图像的分光系统，色光合成如图所示。



伪彩色增强

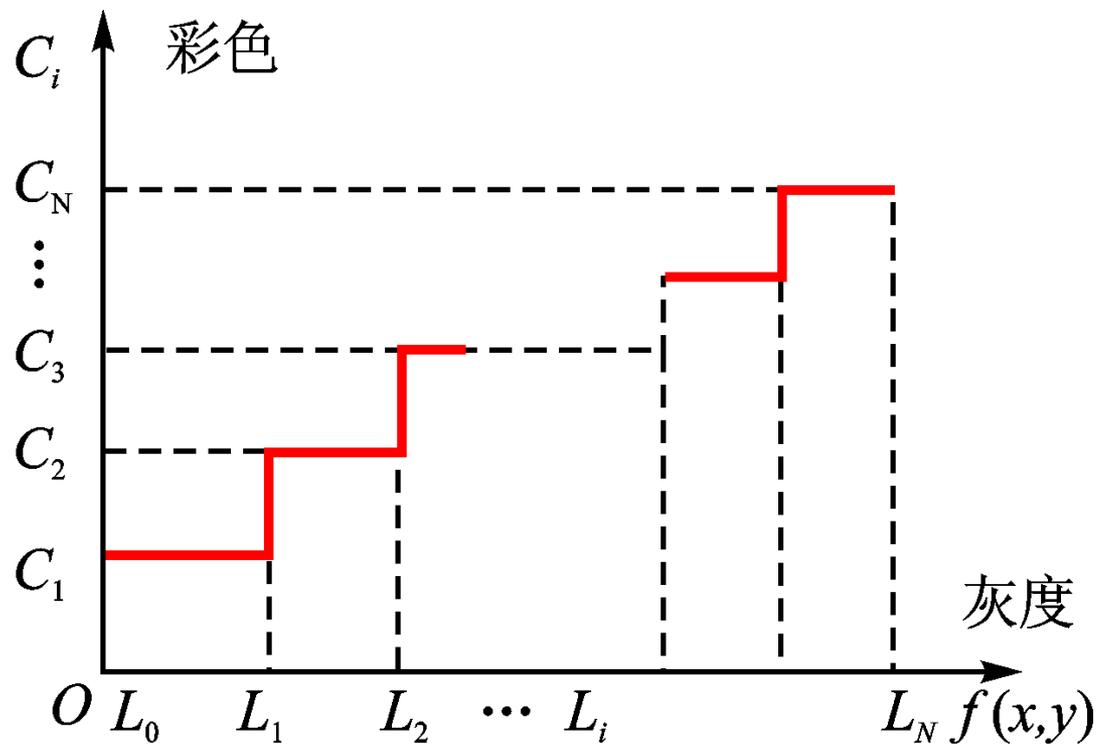
- 伪彩色（pseudocolor）增强则是把一幅黑白域图像的不同灰度级映射为一幅彩色图像的技术手段，称做伪彩色增强。
- 灰度分层法又称为灰度分割法或密度分层法，是伪彩色处理技术中最基本、最简单的方法。
 - 设一幅灰度图像 $f(x, y)$ ，可以看成是坐标 (x, y) 的一个密度函数。把此图像的灰度分成若干等级，即相当于用一些和坐标平面（即 x - y 平面）平行的平面在相交的区域中切割此密度函数。

灰度分层法伪彩色处理



灰度分层的原理示意图

灰度分层法伪彩色处理

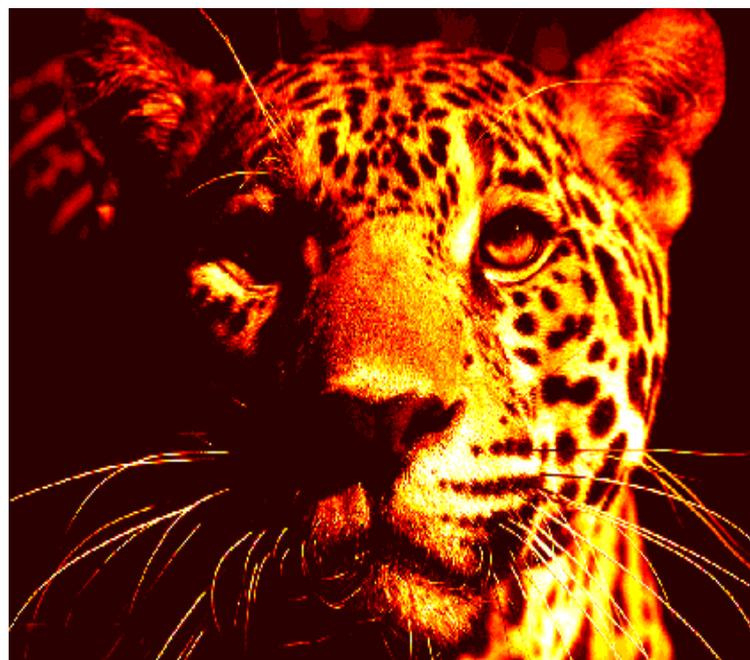


灰度与伪彩色处理的映射示意图

灰度分层法伪彩色处理



(a) 输入灰度图像

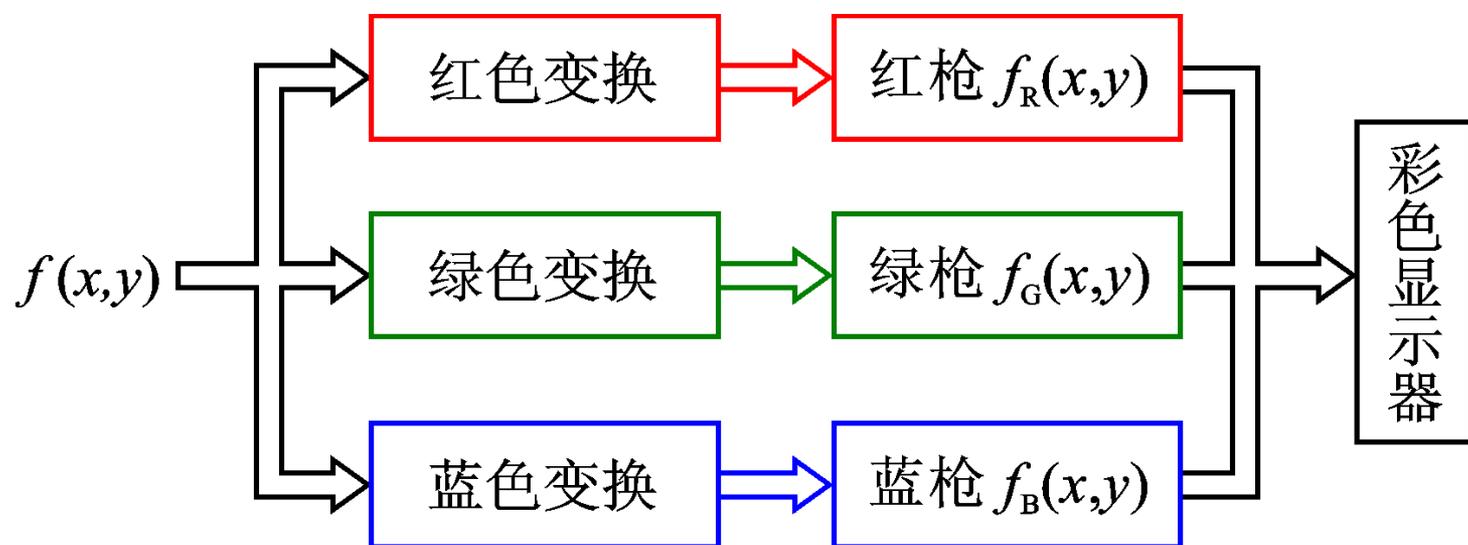


(b) 输出伪彩色处理图像

灰度分层与伪彩色处理示例

灰度变换法伪彩色处理

- 灰度 \Rightarrow 伪彩色变换处理原理示意图



灰度变换法伪彩色处理

- 根据色度学原理，任何一种彩色均可由红、绿、蓝三基色按适当比例合成。
- 所以伪彩色处理一般可描述成：

$$R(x, y) = T_R[f(x, y)]$$

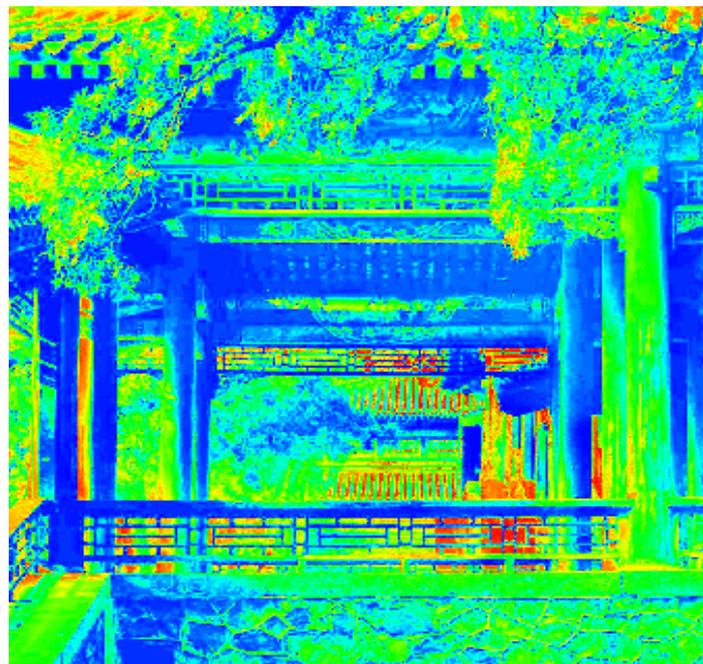
$$G(x, y) = T_G[f(x, y)]$$

$$B(x, y) = T_B[f(x, y)]$$

灰度变换法伪彩色处理



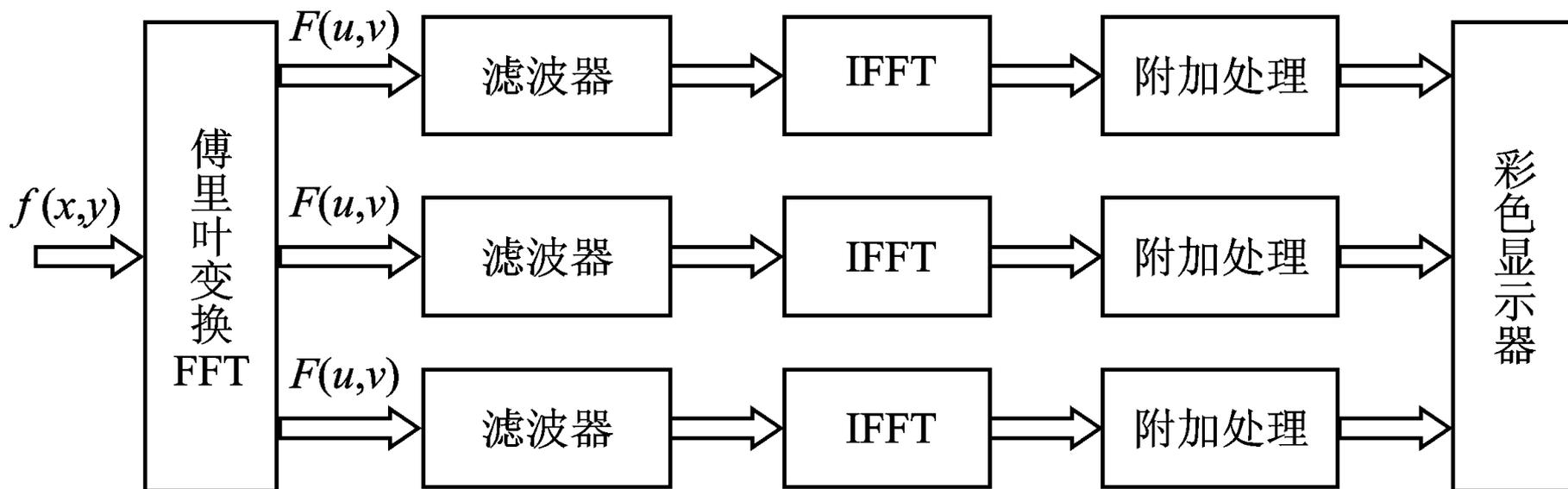
(a) 原始灰度图像



(b) 伪彩色处理后的图像

变换法伪彩色处理

频域伪彩色处理



频率域滤波的伪彩色增强处理框图

频域伪彩色处理

- 频域伪彩色处理示例



(a) 原始灰度图像



(b) 频域伪彩色处理后的图像