一. 本题所提的关系式在很多场合都会遇到:

1. 证明下面的表示式成立:

$$\sum_{n=0}^{N-1}\alpha^n=\begin{cases}N, & \alpha=1\\ \frac{1-\alpha^N}{1-\alpha}, & \text{任意复数}\alpha\neq 1\end{cases}$$

该式子常称为有限项和公式。

2. 证明:若 $|\alpha|<1$,则:

$$\sum_{n=0}^{\infty}\alpha^n=\frac{1}{1-\alpha}$$

该式子常称为无限项和公式。

3. 证明:若 $|\alpha|<1$,则:

$$\sum_{n=0}^{\infty}n\alpha^n=\frac{\alpha}{(1-\alpha)^2}$$

4. 假设 $|\alpha|<1$,求:

$$\sum_{n=k}^{\infty}\alpha^n$$

二. 给出下列各时间函数的波形图,注意它们的区别:

(1) $f_1(t)=\sin(\omega t)\cdot u(t)$

(2) $f_2(t)=\sin\left[\omega(t-t_0)\right]\cdot u(t)$

(3) $f_3(t)=\sin\left[\omega(t)\right]\cdot u(t-t_0)$

(4) $f_4(t)=\sin\left[\omega(t-t_0)\right]\cdot u(t-t_0)$

三. 已知 $f(5-2t)$ 的波形如图 1所示,画出 $f(t)$ 的波形图。

四. 分别求下列周期信号的周期 $T$:

(1) $\cos(10t)-\cos(30t)$

(2) $e^{j10t}$

(3) $\left[5\sin(8t)\right]^2$

(4) $\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n\left[u(t-nT)-u(t-nT-T)\right]$($n$ 为正整数)

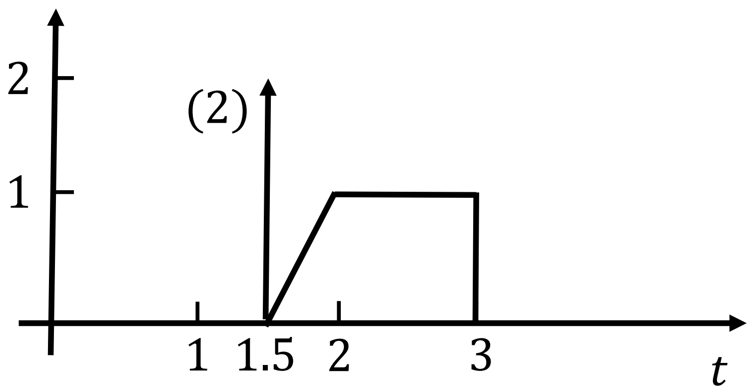


Figure 1: $f(5-2t)$ 波形图

五. 应用冲激信号的抽样特性，求下列表示式的函数值：

(1) $\int_{-\infty}^{\infty} f(t-t_0)\delta(t)dt$

(2) $\int_{-\infty}^{\infty} f(t_0-t)\delta(t)dt$

(3) $\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t-t_0)u(t-\frac{t_0}{2})dt$

(4) $\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t-t_0)u(t-2t_0)dt$

(5) $\int_{-\infty}^{\infty}(e^{-t}+t)\delta(t+2)dt$

(6) $\int_{-\infty}^{\infty}(t+\sin t)\delta(t-\frac{\pi}{6})dt$

(7) $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-j\omega t}\left[\delta(t)-\delta(t-t_0)\right]dt$

六. 判断下列系统是否是线性的、时不变的、因果的：

(1) $y(t)=\frac{dx(t)}{dt}$

(2) $y(t)=x(t)u(t)$

(3) $y(t)=\sin\left[x(t)\right]u(t)$

(4) $y(t)=x(1-t)$

(5) $y(t)=x(2t)$

(6) $y(t)=x^2(t)$

(7) $y(t)=\int_{-\infty}^{t} x(\tau)d\tau$

(8) $y(t)=\int_{-\infty}^{5t} x(\tau)d\tau$

七. 求下列各个函数 $f_1(t)$ 与 $f_2(t)$ 的卷积 $f_1(t)*f_2(t)$：

(1) $f_1(t)=u(t), f_2(t)=e^{-at}u(t)$

(2) $f_1(t) = \delta(t), f_2(t) = \cos(\omega t + 45^\circ)$

(3) $f_1(t) = (1+t)\left[u(t) - u(t-1)\right], f_2(t) = u(t-1) - u(t-2)$

(4) $f_1(t) = \cos(\omega t), f_2(t) = \delta(t+1) - \delta(t-1)$

(5) $f_1(t) = e^{-at}u(t), f_2(t) = (\sin t)u(t)$

八. 已知系统相应的齐次方程及其对应的 $0_+$ 状态条件，求系统的零输入响应：

(1) $\frac{d^2}{dt^2}y(t) + 2\frac{d}{dt}y(t) + 2y(t) = 0$，给定：$y(0_+) = 1, y'(0_+) = 2$

(2) $\frac{d^2}{dt^2}y(t) + 2\frac{d}{dt}y(t) + y(t) = 0$，给定：$y(0_+) = 1, y'(0_+) = 2$

(3) $\frac{d^3}{dt^3}y(t) + 2\frac{d^2}{dt^2}y(t) + \frac{d}{dt}y(t) = 0$，给定：$y(0_+) = y'(0_+) = 0, y''(0_+) = 1$

九. 给定系统微分方程、起始状态以及激励信号，求出下面微分方程的完全解：

(1) $\frac{d}{dt}y(t) + 2y(t) = x(t), y(0_+) = 0, x(t) = u(t)$

(2) $\frac{d}{dt}y(t) + 2y(t) = 3\frac{d}{dt}x(t), y(0_+) = 3, x(t) = u(t)$